

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Τομέας Ενέργειας, Αεροναυτικής και Περιβάλλοντος
Εργαστήριο Μηχανικής των Ρευστών και Εφαρμογών αυτής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υπολογιστική Διερεύνηση Διφασικής Ροής Αέρα-Νερού σε
Στραγγαλιστικά Όργανα Μέτρησης Παροχής (Ακροφύσιο και
Σωλήνας Venturi) με Χρήση του CFD Κώδικα Fluent

ΒΟΥΡΗΣ ΠΕΤΡΟΣ / Α.Μ.:5434

ΣΜΥΡΝΙΩΤΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ / Α.Μ.:5526

Επιβλέποντες:

ΜΑΡΓΑΡΗΣ ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ / Αναπληρωτής Καθηγητής

ΔΟΥΒΗ ΕΛΕΝΗ / Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια

Πάτρα 2012

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η υπολογιστική διερεύνηση της διαφασικής ροής αέρα-νερού σε στραγγαλιστικά όργανα μέτρησης παροχής (ακροφύσιο και σωλήνας Venturi).

Τα ακροφύσια και οι σωλήνες Venturi είναι συσκευές μέτρησης παροχής των ρευστών. Μαζί με το διάτρητο διάφραγμα βρίσκονται στην κατηγορία των παροχόμετρων διαφοράς πίεσης (ή οργάνων στραγγαλισμού της ροής). Η βασική αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στην πτώση πίεσης που δημιουργούν, αφού αναγκάζουν το ρέον ρευστό να διέλθει μέσω μιας στένωσης. Πρέπει να αναφερθεί ότι ένα σημαντικό ποσό της πτώσης πίεσης παραμένει μη ανακτήσιμο, αφού η πίεση μετά το όργανο είναι πάντα μικρότερη αυτής πριν το όργανο.

Για την υπολογιστική ανάλυση της διαφασικής ροής αέρα- νερού μέσα από τα προαναφερθέντα στραγγαλιστικά όργανα χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό λογισμικό πακέτο FLUENT 6.3.26. Για την δημιουργία του πλέγματος χρησιμοποιήθηκε το σχεδιαστικό πρόγραμμα προεπεξεργασίας Gambit 2.4.6. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης έγινε χρησιμοποιώντας το Microsoft Office Excel 2007.

Τα πλέγματα που χρησιμοποιήθηκαν για τις προσομοιώσεις είναι δομημένα στο μεγαλύτερο μέρος τους και σε κάποια σημεία του ακροφυσίου είναι αδόμητα. Δημιουργήθηκαν δύο διαφορετικά μοντέλα για κάθε στραγγαλιστικό μέσο. Στο πρώτο μοντέλο η μεταβολή της διαμέτρου είναι από τα 100mm στα 50mm ενώ στο δεύτερο από τα 100mm στα 70mm. Στο ακροφύσιο το πρώτο μοντέλο αποτελείται από 5200 κελιά ενώ το δεύτερο από 3750. Στο σωλήνα Venturi και τα δύο μοντέλα αποτελούνται από 10800 κελιά.

Στο λογισμικό πακέτο Fluent προσομοιώθηκε η διαφασική ροή αέρα-νερού και εξετάστηκε σε διάφορες περιπτώσεις. Σε πρώτη φάση ορίστηκαν οι αρχικές συνθήκες της ροής και μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές ταχύτητες ροής (5,10 και 15m/s). Για κάθε μία από αυτές καλύφθηκε κάθε πιθανό κλάσμα όγκου αέρα-νερού(0,1 έως 0,9 με ακρίβεια δεκαδικού) και εφαρμόστηκαν τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης (Eulerian k-ε, Mixture k-ε και Spallart-Allmaras).

Έχοντας τα αποτελέσματα παρατηρήθηκε ότι οι διαφορές μεταξύ των ποσοστών μίξης αέρα-νερού, για την ίδια ταχύτητα εισαγωγής του μίγματος, είναι πολύ μικρές. Όπως αναμενόταν, υπάρχει απότομη αύξηση της ταχύτητας στην είσοδο των στραγγαλιστικών οργάνων. Μετά την έξοδο του ακροφυσίου, στη διατομή με τη μικρή στένωση (5cm) φαίνεται ότι, η ταχύτητα στο εξεταζόμενο μήκος του ροϊκού πεδίου παραμένει σταθερή χωρίς να μειώνεται στο επίπεδο της αρχικής τιμής, ενώ στη διατομή με τη μεγάλη στένωση (7cm) μειώνεται και παραμένει σταθερή σε τιμές λίγο μεγαλύτερες από την αρχική. Αντίστοιχα, στο σωλήνα Venturi, η ταχύτητα στη διατομή με τη μικρή στένωση (5cm) μειώνεται καθώς το μίγμα αέρα-νερού απομακρύνεται από την έξοδο του σωλήνα Venturi και μένει σταθερή σε τιμές που είναι λίγο μεγαλύτερες από την αρχική, ενώ στη διατομή με τη μεγάλη στένωση (7cm), η ταχύτητα μειώνεται καθώς το μίγμα απομακρύνεται από την έξοδο του σωλήνα Venturi και παραμένει σταθερή και ίση με την αρχική. Επίσης παρατηρήθηκε μια απόκλιση, στις τιμές μεταξύ των μοντέλων τύρβης Eulerian,k-ε και Mixture,k-ε της τάξης του 3,99% για τη διατομή «10-5» και 0,34% για τη διατομή «10-7» στο ακροφύσιο, ενώ στο σωλήνα Venturi η απόκλιση ήταν της τάξης 1,21% και 0,28% αντιστοίχως. Μέσα από τη προσομοίωση παρατηρήθηκε ότι το μοντέλο τύρβης Mixture, Spallart-Allmaras δεν ήταν εφικτό να εφαρμοστεί λόγω των αντιστροφών ροής που υπήρχαν στα στραγγαλιστικά όργανα. Οι αντιστροφές ροής παρατηρήθηκαν στις εξόδους των στραγγαλιστικών οργάνων και σε μεγαλύτερο βαθμό στο ακροφύσιο εξαιτίας της γεωμετρίας του.

Ανακεφαλαιώνοντας αναφέρεται ότι στην εργασία αρχικά γίνεται εισαγωγή του θέματος και έπειτα αναλύονται στοιχεία θεωρίας για τη ροή των ρευστών(στρωτή και τυρβώδης), τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούνται, τη διφασική ροή και τα στραγγαλιστικά όργανα. Έστερα, περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία κατασκευής του πλέγματος και η διαδικασία επίλυσής του στο FLUENT. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας και γίνεται αναλυτικός σχολιασμός τους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
1.1 Εξίσωση συνέχειας (πραγματικής στρωτής ροής)	7
1.2 Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes) για στρωτή ροή	9
1.3 Ειδικές μορφές της εξίσωσης ορμής	12
1.4 Εξίσωση ενέργειας	12
1.5 Ειδικές μορφές της εξίσωσης της ενέργειας	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	16
2.1 Χαρακτηριστικά της τύρβης	16
2.2 Εξίσωση συνέχειας	18
2.3 Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes)	18
2.4 Η διατμητική τάση σε τυρβώδη ροή	19
2.5 Εξίσωση ενέργειας	20
2.6 “Συμπλήρωση” και συνθήκες για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων τυρβώδους ροής	20
2.7 Η μοντελοποίηση της τύρβης	21
2.7.1 Το μοντέλο τύρβης Realizable k-ε	21
2.7.2 Το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras	24
2.7.3 Το μοντέλο τύρβης Shear-Stress Transport (SST) k-ω	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	30
3.1 Κατανομή ταχύτητας: Ο νόμος Hagen-Poiseuille	30
3.2 Υπολογισμός της απώλειας πίεσης σε κυκλικούς αγωγούς	32
3.2.1 Στρωτή ροή	32
3.2.2 Τυρβώδης ροή	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	35
4.1 Ομογενής ροή	35
4.2 Χωριστή διαφασική ροή	36
4.3 Είδη διαφασικής ροής αερίου-υγρού	36
4.3.1 Γενικά για τις διαφασικές ροές αερίου-υγρού	36
4.3.2 Ροϊκές περιοχές σε οριζόντια ροή	36
4.3.3 Ροϊκοί χάρτες για οριζόντια ροή	37
4.4 Υπολογισμός απωλειών πίεσης σε διαφασική ροή αερίων-υγρών	39
4.5 Παράμετροι διαφασικής ροής	42
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	44
5.1 Όργανα στραγγαλισμού της ροής	44
5.2 Πρακτική χρήση των οργάνων στραγγαλισμού της ροής	49
5.3 Περιορισμοί στη χρήση των στραγγαλιστικών οργάνων	50
5.4 Επιλογή τύπου και μεγέθους στραγγαλιστικού οργάνου	53
5.5 Οδηγίες εγκατάστασης στραγγαλιστικών οργάνων	54
5.6 Υπολογισμός παροχής	56
5.7 Τυποποίηση στραγγαλιστικών οργάνων κατά DIN 1952	57
5.7.1 Ακροφύσιο	57
5.7.2 Σωλήνας Venturi	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	62
6.1 Διαδικασία σχεδιασμού του μοντέλου	62
6.2 Εισαγωγή του μοντέλου στο FLUENT	63
6.3 Υπολογιστικό μοντέλο	63
6.3.1 Σχεδιασμός μοντέλου σωλήνα	63

6.3.2 Αναπαράσταση και διαστάσεις μοντέλου	63
6.3.3 Διαδικασία σχεδιασμού του μοντέλου	63
6.4 Αριθμός κελιών και πυκνότητα του υπολογιστικού πλέγματος.....	65
6.5 Έλεγχος πλέγματος.....	65
6.6 Ρύθμιση παραμέτρων και επίλυση	65
6.6.1 Επιλογές πολυφασικής ροής	66
6.6.2 Επιλογή Υλικών	67
6.6.3 Εισαγωγή Ρυθμίσεων Φάσεων	68
6.6.4 Εισαγωγή συνθηκών λειτουργίας.....	69
6.6.5 Εισαγωγή οριακών συνθηκών	69
6.6.6 Επιλογές επίλυσης.....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....	74
7.1 Για d=5, D=10 για v=5 m/s Eulerian k-epsilon.....	75
7.1.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	75
7.1.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	78
7.1.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	81
7.1.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	84
7.1.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας.....	87
7.1.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	90
7.1.7 Διανύσματα ταχυτήτων	91
7.1.8 LINE 1 – Δυναμική Πίεση	94
7.1.9 LINE 2 – Δυναμική Πίεση	95
7.1.10 LINE 3 – Δυναμική Πίεση	95
7.1.11 LINE 4 – Δυναμική Πίεση	96
7.1.12 HORIZONTAL LINE – Δυναμική Πίεση	97
7.1.13 LINE 5 – Δυναμική Πίεση	97
7.1.14 Κατανομές πίεσης	98
7.1.15 Ροϊκές γραμμές.....	101
7.2 Για d=5, D=10 για v=10 m/s Eulerian k-epsilon.....	104
7.2.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	104
7.2.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	107
7.2.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	110
7.2.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	113
7.2.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας.....	116
7.2.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας	119
7.2.7 Διανύσματα ταχυτήτων	120
7.2.8 LINE 1 – Δυναμική Πίεση	123
7.2.9 LINE 2 – Δυναμική Πίεση	124
7.2.10 LINE 3 – Δυναμική Πίεση	124
7.2.11 LINE 4 – Δυναμική Πίεση	125
7.2.12 HORIZONTAL LINE – Δυναμική Πίεση	126
7.2.13 LINE 5 – Δυναμική Πίεση	126
7.2.14 Κατανομές πίεσης	127
7.2.15 Ροϊκές γραμμές.....	130
7.3 Για d=5, D=10 για v=15 m/s Eulerian k-epsilon.....	133
7.3.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	133
7.3.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	136
7.3.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	139
7.3.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	142
7.3.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας.....	145

7.3.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας.....	148
7.3.7 Διανύσματα ταχυτήτων	149
7.3.8 LINE 1- Δυναμική Πίεση.....	152
7.3.9 LINE 2- Δυναμική Πίεση.....	153
7.3.10 LINE 3- Δυναμική Πίεση.....	153
7.3.11 LINE 4- Δυναμική Πίεση.....	154
7.3.12 HORIZONTAL LINE - Δυναμική Πίεση	155
7.3.13 LINE 5-Δυναμική Πίεση.....	155
7.3.14 Κατανομές Πίεσης	156
7.3.15 Ροϊκές γραμμές.....	159
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8.....	163
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9.....	175

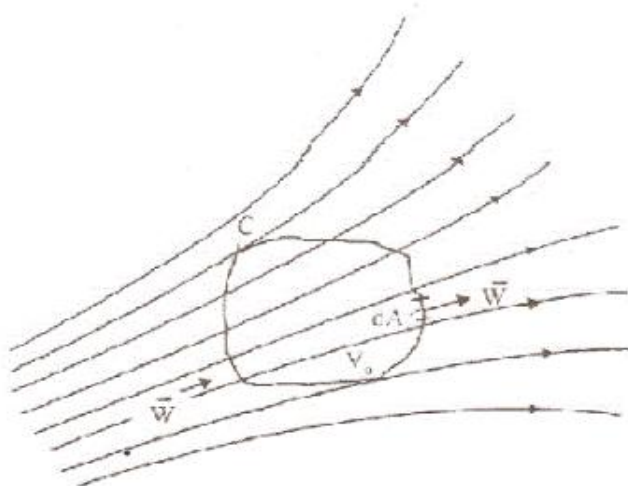
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ

Η διερεύνηση και ανάλυση της μονοφασικής ροής αφορά στην ανάπτυξη των θεμελιωδών εκείνων σχέσεων που εκφράζουν θεμελιώδεις νόμους της μηχανικής εφαρμοσμένους στη ροή των ρευστών. Και η διαφασική ροή υπακούει σε όλους τους νόμους της μηχανικής των ρευστών, με τη διαφορά ότι οι εξισώσεις είναι περισσότερο πολύπλοκες από αυτές της μονοφασικής ροής. Έτσι και σε αυτήν την περίπτωση οι τρεις βασικοί νόμοι εκφράζουν τη διατήρηση της μάζας, της ορμής και της ενέργειας και διατυπώνονται με τις αντίστοιχες μαθηματικές εξισώσεις της συνέχειας, της ορμής και της ενέργειας. Πρέπει να υπενθυμίσουμε όμως ότι στη δυναμική των ρευστών, η στρωτή ροή είναι η εξαίρεση και όχι ο κανόνας.

1.1 Εξίσωση συνέχειας (πραγματικής στρωτής ροής)

Στη γενική περίπτωση μη μόνιμης ροής στο χώρο, η εξίσωση της συνέχειας έχει συνθετότερη μορφή. Αποδεικνύεται αυστηρά αν θεωρηθεί ένας τυχαίος αλλά ορισμένος όγκος V_0 τυχαίας ροής π.χ. ένα κυλινδροειδές τμήμα που περιβάλλεται από επιφάνεια C ελέγχου με άξονα κάθετο προς το επίπεδο σχεδίασεως μέσα στο οποίο ούτε παράγεται ούτε απάγεται μάζα ρευστού σε οποιοδήποτε σημείο του.



Σχήμα 1.1: Ροή μάζας.

Η ποσότητα του ρευστού στον όγκο V_0 όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1 προκύπτει ότι είναι:

$$m = \int_{V_0} \rho dV \quad (1.1)$$

Η ολοκλήρωση περιλαμβάνει όλον τον όγκο και η πυκνότητα ρ δε χρειάζεται να είναι σταθερή. Τη στοιχειώδη επιφάνεια $d\vec{A}$ της επιφάνειας ελέγχου, διαρρέει η μάζα του ρευστού $\rho\vec{W}d\vec{A}$. Το μέτρο του διανύσματος $|d\vec{A}|$ αποτελεί την επιφάνεια dA του επιφανειακού στοιχείου. Η διεύθυνση της επιφάνειας ορίζεται από τη διεύθυνση του πρωτοκάθετου διανύσματος $d\vec{n}$, που κατά συνθήκη θεωρείται θετική προς τα έξω. Έτσι η παροχή μάζας $\rho\vec{W}d\vec{A}$ είναι θετική όταν το ρευστό εκρέει από ένα μέρος της C και αρνητική όταν εισρέει από το εμπρόσθιο τμήμα της C . Η ολική μάζα του ρευστού που εκρέει από τον όγκο V_0 στη μονάδα του χρόνου είναι:

$$m = \oint_C \rho\vec{W}d\vec{A} \quad (1.2)$$

Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα έχει την έννοια της ολοκλήρωσης σε όλη την κλειστή επιφάνεια C που περικλείει το ολοκλήρωμα. Μετά την εκροή της μάζας $\dot{m}$ στο χρόνο dt , η μάζα που περιέχει ο όγκος ελέγχου ελαττώνεται κατά:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} \rho dV \quad (1.3)$$

με την εξίσωση των σχέσεων (1.2) και (1.3) που προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_0} \rho dV = - \oint_C \rho\vec{W}d\vec{A} \quad (1.4)$$

και με τη χρήση του θεωρήματος Gauss, μετατρέπεται το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα σε ολοκλήρωμα όγκου και προκύπτει τελικά η σχέση:

$$\int_{V_0} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{W}) \right] dV = 0 \quad (1.5)$$

Επειδή ο όγκος V_0 που εφαρμόζεται στο ολοκλήρωμα είναι τυχαίος και η σχέση αυτή ισχύει για κάθε όγκο ελέγχου μέσα στον οποίο ούτε παράγεται ούτε αφαιρείται μάζα ρευστού όπως στην προκειμένη περίπτωση, θα έχουμε:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{W}) = 0 \quad (1.6\alpha)$$

η οποία γράφεται και στη μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1.6\beta)$$

Για μόνιμη ροή είναι:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1.7)$$

ενώ για συμπιεστή ροή είναι:

$$\operatorname{div} \vec{W} = 0 \quad (1.8)$$

Τέλος, για μόνιμη μονοδιάστατη ροή σε ροϊκό σωλήνα, όπου η μάζα του ρευστού διατηρείται σταθερή, καθώς κάθετα προς τα τοιχώματα δεν υπάρχει ροή όπως εξάλλου ορίζει η ροϊκή γραμμή, μεταξύ δύο διατομών A_1 και A_2 ισχύει η εξίσωση της συνέχειας:

$$A_1 \rho_1 u_1 = A_2 \rho_2 u_2 = \dot{m} = \sigma \tau \theta \quad (1.9)$$

όπου $\dot{m}$ είναι η παροχή μάζας σε kg/s. Αν η ροή είναι ασυμπίεστη δηλαδή $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, ισχύει:

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 = \dot{V} \quad (1.10)$$

όπου $\dot{V}$ είναι η παροχή όγκου σε m³/s.

1.2 Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes) για στρωτή ροή

Οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι οι εξισώσεις ορμής για τη γενική περίπτωση ροής πραγματικών ρευστών, δηλαδή για τρισδιάστατη ροή ρευστού με τριβή υπό την επίδραση πεδιακών δυνάμεων. Πήραν την ονομασία τους από το Γάλλο επιστήμονα L. Navier και τον Άγγλο φυσικό G. Stokes, οι οποίοι το 1824 και το 1845 αντίστοιχα κατάστρωσαν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον τις εξισώσεις αυτές.

Οι εξισώσεις προκύπτουν από την ισορροπία των δυνάμεων που επιδρούν σε στοιχειακό όγκο ρευστού $dV = dx dy dz$. Πιο συγκεκριμένα οι διατμητικές (τ) και οι ορθές (σ) τάσεις που επιδρούν σε κάθε πλευρά του στοιχειακού όγκου βρίσκονται σε ισορροπία, σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα, με τις δυνάμεις αδράνειας ένεκα της κίνησης του ρευστού και τις πεδιακές (ή σωματικές) δυνάμεις π.χ. βαρύτητα, μαγνητικές και ηλεκτρικές δυνάμεις. Οι ορθές τάσεις επιδρούν κάθετα στις έδρες του στοιχείου κατά τις διευθύνσεις των αξόνων και περιλαμβάνουν τη (θερμοδυναμική) πίεση του ρευστού και δυνάμεις που τείνουν να επιμηκύνουν το στοιχείο. Οι διατμητικές τάσεις προκαλούνται από την εσωτερική τριβή του ρευστού.

Οι εξισώσεις Navier-Stokes για τη γενική περίπτωση ροής δηλαδή μη μόνιμης, συμπιεστής και τρισδιάστατης ροής με τριβή είναι:

$$\frac{\rho Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \bar{X} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{W} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) \quad (1.11)$$

$$\frac{\rho Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \bar{Y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{W} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \quad (1.12)$$

$$\frac{\rho Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \bar{Z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{W} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) \quad (1.13)$$

όπου:

- Ο συμβολισμός $\frac{D}{Dt}$ αποτελεί την επιτάχυνση της ροής και μαθηματικά την ουσιαστική παράγωγο της ταχύτητας που δίνεται από τις σχέσεις:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.14\alpha)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1.14\beta)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.14\gamma)$$

Οι όροι $\partial/\partial t$ αποτελούν την τοπική επιτάχυνση και οι όροι: $u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ την επιτάχυνση μετάθεσης ή μεταθετική επιτάχυνση της ροής.

- p : είναι η τοπική θερμοδυναμική πίεση.
- Για τις διατμητικές τάσεις ισχύουν (χωρίς απόδειξη) κατ' αντιστοιχία προς το νόμο του Νεύτωνα για τη διατμητική τάση δισδιάστατης ροής σε οριακό στρώμα οι σχέσεις:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.15\alpha)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (1.15\beta)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (1.15\gamma)$$

Για τις διατμητικές τάσεις ισχύει η αρχή της συμμετρίας: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ η οποία επαληθεύεται εάν θεωρήσουμε ότι η ροπή των δυνάμεων ως προς κάθε άξονα πρέπει σε πρώτη προσέγγιση να μηδενίζεται. Στον υπολογισμό δεν λαμβάνονται υπόψη οι δυνάμεις

αδράνειας και οι σωματικές δυνάμεις επειδή είναι αμελητέες σε πρώτη προσέγγιση με τις δυνάμεις τριβής:

- Οι όροι:

$$\sigma_{x'} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{W} \right) \quad (1.16\alpha)$$

$$\sigma_{y'} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{W} \right) \quad (1.16\beta)$$

$$\sigma_{z'} = \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{W} \right) \quad (1.16\gamma)$$

είναι οι όροι που προέρχονται μόνο από την τριβή του ρευστού. Οι σχέσεις αυτές προκύπτουν από τις ορθές τάσεις που δίνονται με τις ημιεμπειρικές σχέσεις, που συνδέουν τις τάσεις με την ταχύτητα του ρευστού εάν από τις τελευταίες εξαιρεθεί η πίεση και είναι:

$$\sigma_x = -p + \lambda \operatorname{div} \vec{W} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.17\alpha)$$

$$\sigma_y = -p + \lambda \operatorname{div} \vec{W} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.17\beta)$$

$$\sigma_z = -p + \lambda \operatorname{div} \vec{W} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.17\gamma)$$

και λ ένας συντελεστής που περιέχει το δυναμικό ιξώδες στην έκφραση:

$$\lambda = \mu' - \frac{2}{3} \mu \quad (1.18)$$

όπου μ' είναι ο δεύτερος συντελεστής ιξώδους ή συντελεστής ιξώδους όγκου. Γενικά μπορεί για τις περιπτώσεις των συνηθισμένων ρευστών όπως και στις εξισώσεις (1.16α), (1.2.6β), (1.16γ) να υποθεθεί ότι $\mu' = 0$. Οι όροι $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ περιλαμβάνουν τις πεδιακές δυνάμεις

1.3 Ειδικές μορφές της εξίσωσης ορμής

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι εξής ειδικές μορφές της εξίσωσης ορμής:

A. Για μονοδιάστατη, ασυμπίεστη ($\text{div}\vec{W}=0$) και μόνιμη ροή οι εξισώσεις Navier-Stokes απλουστεύονται στη σχέση:

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\mu \frac{du}{dx} \right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{d}{dx} \frac{\sigma'_x}{2} \quad (1.19)$$

όπου σ'_x η τάση (σχ1.16α) στη διεύθυνση x

B. Όταν η τριβή του ρευστού θεωρείται αμελητέα ($\mu \approx 0$) ή όταν $du/dx = 0$ προκύπτει η εξίσωση Euler που έχει τη μορφή:

$$\rho u du + p d = 0 \quad (1.20)$$

για μόνιμη ροή αερίων, όπου οι πεδιακές δυνάμεις λόγω της μικρής πυκνότητας θεωρούνται αμελητέες ή για οριζόντια ροή ρευστών, στην οποία η οριζόντια συνιστώσα της βαρύτητας δεν υπάρχει. Από ολοκλήρωση της σχέσης (1.20) για $\rho = \sigma\theta$ προκύπτει η εξίσωση Bernoulli που έχει τη μορφή:

$$p + \rho \frac{u^2}{2} = \sigma\theta \quad (1.21)$$

όπου:

p : στατική πίεση

$\rho \frac{u^2}{2}$: δυναμική πίεση

Η εξίσωση Bernoulli ισχύει για άτριβη, μονοδιάστατη και ασυμπίεστη ροή.

1.4 Εξίσωση ενέργειας

Η εξίσωση της ενέργειας προκύπτει από τον ισολογισμό της ενέργειας σε στοιχειακό όγκο ρευστού $dV = dx dy dz$. Η ολική ενέργεια E του στοιχειώδους όγκου είναι το σύνολο της εσωτερικής ενέργειας και της κινητικής ενέργειας. Η χρονική αλλαγή της ολικής ενέργειας δηλαδή η ολική ισχύς, πρέπει να είναι ίση με την ισχύ των δυνάμεων που επιδρούν στο στοιχειώδη όγκο, δηλαδή την ισχύ των πεδιακών δυνάμεων και των επιφανειακών δυνάμεων (ισχύς της πίεσης και των τάσεων τριβής) και τη μεταφερόμενη θερμότητα ανά μονάδα χρόνου στο θεωρούμενο στοιχείο. Γενικά μπορεί τότε να γραφτεί στη μορφή:

$$\frac{DE}{Dt} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \quad (1.22)$$

όπου:

E = το σύνολο της εσωτερικής και κινητικής ενέργειας

P_1 = η ισχύς των δυνάμεων πίεσης

P_2 = η ισχύς των διατμητικών τάσεων

P_3 = η ισχύς των πεδιακών δυνάμεων

P_4 = η ισχύς η αναφερόμενη στην αγωγή θερμότητας η οποία προκαλείται στα όρια της επιφάνειας

Ειδικότερα οι διάφοροι όροι αναλύονται ως εξής:

E = το σύνολο της εσωτερικής και κινητικής ενέργειας : Η εσωτερική ενέργεια συνδέεται με τις μεταφορικές και εσωτερικές κινήσεις των μορίων συν την ενέργεια αλληλεπίδρασης των μορίων μεταξύ τους, που σημαίνει ότι η εσωτερική ενέργεια εξαρτάται από την τοπική θερμοκρασία και πυκνότητα του ρευστού. Κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια της κίνησης που συνδέεται με το μισό του γινομένου της μάζας επί το τετράγωνο της ταχύτητας. Έτσι μπορεί να γραφτεί ανά μονάδα όγκου:

$$\frac{DE}{Dt} = \rho \frac{De}{Dt} + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (1.23)$$

όπου e είναι η εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας και u, v, w οι συνιστώσες της ταχύτητας $\vec{W}$ κατά x, y, z .

Περαιτέρω ανάπτυξη των όρων της παραπάνω εξίσωσης είναι εφικτή με τη βοήθεια της γνωστής θερμοδυναμικής σχέσης για τον ορισμό της ενθαλπίας και των σχέσεων:

$$de = dh - d\left(\frac{p}{\rho}\right) \quad (1.24\alpha)$$

$$de = c_u dT \quad (1.24\beta)$$

$$dh = c_p dT \quad (1.24\gamma)$$

όπου c_u, c_p είναι οι σταθερές ειδικές θερμοχωρητικότητες (θερμοδυναμικά ιδεώδες αέριο) οπότε με αντικατάσταση των σχέσεων (1.24) στην (1.23) έχουμε:

$$\frac{De}{Dt} = c_u dT = c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) = c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} + \frac{p}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad (1.25)$$

Με την εισαγωγή της εξίσωσης συνέχειας και με την ανάλυση των ουσιαστικών παραγώγων προκύπτει:

$$\frac{De}{Dt} = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{p}{\rho^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (1.26)$$

Η κινητική ενέργεια με τη βοήθεια των εξισώσεων Navier-Stokes εκφράζεται στη παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{2} \frac{D}{Dt} (u^2 + v^2 + w^2) &= \rho \left(u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} \right) = \\ &= -u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} - w \frac{\partial p}{\partial z} + u\bar{X} + v\bar{Y} + w\bar{Z} + uT'_x + vT'_y + wT'_z \end{aligned} \quad (1.27)$$

όπου T'_x, T'_y, T'_z είναι οι δυνάμεις τριβής.

$P_1 = \eta$ ισχύς της πίεσης και $P_2 = \eta$ ισχύς των τάσεων στην επιφάνεια του στοιχείου :

Πίεση και τάσεις κατά τη διάρκεια της στρωτής ροής συνδέονται μεταξύ τους και με την ταχύτητα του ρευστού στις σχέσεις (1.17) για $\mu' = 0$ και όπου οι ορθές τάσεις σ περιέχουν την πίεση. Η ισχύς των τάσεων αυτών είναι τα γινόμενα των τάσεων επί την επιφάνεια και επί την αντίστοιχη ταχύτητα.

Για την ισχύ των δυνάμεων ανά μονάδα όγκου προκύπτει:

$$P_1 + P_2 = \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x u + \tau_{xy} v + \tau_{xz} w) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} u + \sigma_y v + \tau_{yz} w) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} u + \tau_{yz} v + \sigma_z w) \quad (1.28)$$

Με $\sigma = \sigma' + p$ προκύπτει τελικά η σχέση:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 &= \frac{\partial}{\partial x} (\sigma'_x u + \tau_{xy} v + \tau_{xz} w) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} u + \sigma'_y v + \tau_{yz} w) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} u + \tau_{yz} v + \sigma'_z w) - \\ &- \frac{\partial}{\partial x} (pu) - \frac{\partial}{\partial y} (pv) - \frac{\partial}{\partial z} (pw) \end{aligned} \quad (1.29)$$

$P_3 = \eta$ ισχύς των πεδιακών δυνάμεων : Αν είναι $\vec{K} = \vec{X} \cdot \vec{i} + \vec{Y} \cdot \vec{j} + \vec{Z} \cdot \vec{k}$ η δύναμη του πεδίου, τότε η ισχύς ανά μονάδα όγκου είναι το γινόμενο της επί την ταχύτητα και την πυκνότητα:

$$P_3 = \rho (u\bar{X} + v\bar{Y} + w\bar{Z}) \quad (1.30)$$

$P_4 = \eta$ μεταφερόμενη θερμότητα στο ρευστό ανά μονάδα χρόνου : Σα μεταφορά θερμότητας μπορεί να χαρακτηριστεί η ροή θερμότητας μεταφοράς ή αγωγής από περιοχές υψηλότερης σε περιοχές χαμηλότερης θερμοκρασίας, όταν στο ρευστό υπάρχει ανομοιόμορφη κατανομή θερμοκρασίας ή ροή θερμότητας ένεκα ακτινοβολίας. Έστω ότι με το διάνυσμα $\vec{q}$ χαρακτηρίζεται η ροή θερμότητας ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας που προκαλείται από τις κλίσεις της θερμοκρασίας στις διευθύνσεις του συστήματος συντεταγμένων όταν η θερμότητα ακτινοβολίας δε λαμβάνεται υπόψη. Αν υποθεθεί ότι οι συνιστώσες του διανύσματος ροής θερμότητας $\vec{q}$ εξαρτώνται γραμμικά από τις βαθμίδες της θερμοκρασίας και το ρευστό είναι ισεντροπικό, τότε προκύπτει ο νόμος αγωγής του Fourier που δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{q} = -k \text{grad} T = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} \quad (1.31)$$

ή για καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων από τη σχέση:

$$q = |\vec{q}| = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.32)$$

όπου k είναι ο συντελεστής αγωγιμότητας και το αρνητικό πρόσημο εκφράζει ότι η ροή θερμότητας συμβαίνει κατά τη διεύθυνση της ελαττούμενης θερμοκρασίας. Η προσαγόμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και όγκου είναι η ισχύς της μεταφοράς θερμότητας και δίνεται στη σχέση:

$$P_4 = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.33)$$

Ο συνδυασμός των εξισώσεων (1.26), (1.27), (1.29), (1.30), (1.33) δίνει την εξίσωση της ενέργειας για θερμοδυναμικά τέλειο αέριο ($C_p = \sigma\tau\theta$):

$$\begin{aligned} \rho c_p = & \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} + u\bar{X} + v\bar{Y} + w\bar{Z} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu\Phi \end{aligned} \quad (1.34)$$

όπου Φ είναι η ονομαζόμενη συνάρτηση αναντίστρεπτων απωλειών τριβής:

$$\begin{aligned} \Phi = & 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \\ & - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.35)$$

Στην γενική της μορφή, η εξίσωση ενέργειας ισχύει για ομότροπα νευτώνικά ρευστά.

1.5 Ειδικές μορφές της εξίσωσης της ενέργειας

Για μόνιμη, αδιαβατική, άτριβη ροή χωρίς πεδιακές δυνάμεις η εξίσωση ενέργειας της σχέσης (1.34) μετασχηματίζεται στην εξίσωση ενέργειας για ροϊκό νήμα:

$$dh = \frac{dp}{\rho} = -u du \quad (1.36)$$

Μετά την ολοκλήρωση προκύπτει η σχέση για οριζόντιο ροϊκό σωλήνα μεταξύ των διατομών του A_1 και A_2 με h_t την ολική ενθαλπία και h τη στατική ειδική ενθαλπία:

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} = h_t \quad (1.37)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΤΥΡΒΩΔΗ ΡΟΗ

Η τυρβώδης ροή συμβαίνει σε μεγάλες ροϊκές ταχύτητες και χαρακτηρίζεται από ακανόνιστες κινήσεις των ροϊκών στοιχείων προς όλες τις διευθύνσεις. Είναι γεγονός ότι τόσο στη φύση όσο και στις διάφορες μηχανολογικές εφαρμογές οι περισσότερες ροές είναι τυρβώδεις. Έτσι διαφαίνεται η αναγκαιότητα της διερεύνησης της φύσης της τυρβώδους ροής και τελικά την αναγκαιότητα ανάπτυξης ενός τέτοιου συστήματος εξισώσεων (συνέχειας-ορμής-ενέργειας) που θα την περιγράψει όσο το δυνατόν πληρέστερα.

2.1 Χαρακτηριστικά της τύρβης

Τυρβώδης ροή είναι αυτή που χαρακτηρίζεται από έντονες, ακανόνιστες, συμπτωματικές, ακόμη και χαοτικές διακυμάνσεις (μεταβολές) των ροϊκών μεγεθών οι οποίες όμως κατά κανόνα δεν είναι τυχαίες και παρουσιάζουν δομή και συνειρμό. Η τυρβώδης ροή αποτελεί τον αντίποδα της στρωτής ροής, η οποία έχει στρωματοποιημένο χαρακτήρα, όπου τα ροϊκά μεγέθη αυξομειώνονται από τη μεταβολή της ροϊκής κατάστασης αλλά δεν παρουσιάζουν τοπικές ή χρονικές διακυμάνσεις.

Οι περισσότερες ροές που υπάρχουν στη φύση και σε πολλές μηχανολογικές εφαρμογές είναι τυρβώδεις. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι το οριακό στρώμα της γήινης ατμόσφαιρας (εκτός φυσικά από πολύ σταθερές συνθήκες), οι εκροές των ρευμάτων στα ανώτερα στρώματα, τα απορρεύματα των πλοίων, των αυτοκινήτων, των υποβρυχίων και των αεροσκαφών, τα οριακά στρώματα που αναπτύσσονται στα φτερά των αεροπλάνων κ.τ.λ. Ενώ σε πολλές περιπτώσεις η παρουσία της τύρβης είναι ανεπιθύμητη εξαιτίας του γεγονότος ότι η υψηλή στροβιλότητα που παρουσιάζει έχει σαν αποτέλεσμα την παραμόρφωση και οδηγεί σε υψηλές τοπικές τάσεις διάτμησης οι οποίες αυξάνουν έτσι τις αναντίστρεπτες μεταβολές ενέργειας, σε ορισμένες τεχνικές εφαρμογές όμως η ύπαρξη της τύρβης είναι ουσιώδους σημασίας.

Η γένεση της τύρβης προέρχεται από μία αστάθεια της ροής. Σε κάθε σημείο του ροϊκού πεδίου επικρατεί ισορροπία μεταξύ των διαφόρων δυνάμεων που επιδρούν στο ρευστό, δηλαδή των δυνάμεων αδράνειας, τριβής, πίεσης και των πεδιακών δυνάμεων. Με την αύξηση της ταχύτητας οι δυνάμεις τριβής δεν αυξάνουν τόσο έντονα όσο οι δυνάμεις αδράνειας και δεν είναι σε θέση να κατασιγάσουν τις διαταραχές, οι οποίες αυξάνονται, δημιουργούν αστάθεια και τέλος οδηγούν στην τυρβώδη ροή.

Από την άλλη πλευρά, η τύρβη δεν μπορεί να διατηρηθεί από μόνη της αλλά εξαρτάται από το πόση ενέργεια θα πάρει από το περιβάλλον της. Μια κοινή πηγή ενέργειας για τις τυρβώδεις διακυμάνσεις της ταχύτητας είναι η διάτμηση στη μέση ροή. Άλλες πηγές όπως η άνωση υπάρχουν επίσης. Οι τυρβώδεις ροές είναι γενικά διατμητικές ροές. Αν η τύρβη βρίσκεται σε περιβάλλον όπου δεν υπάρχει καθόλου διάτμηση ή άλλος μηχανισμός διατήρησης της τύρβης τότε φθίνει.

Η ταχύτητα μιας τυπικής τυρβώδους ροής μπορεί να παρουσιάζει ακανόνιστες διακυμάνσεις που κυμαίνονται από 10% μέχρι 100% σε εξαιρετικές περιπτώσεις. Ακόμη όμως και μια σχετικά μικρή διακύμανση, μπορεί να έχει μεγάλη επίδραση στη συμπεριφορά

του ρευστού και ειδικότερα στην αύξηση των τιμών των μεγεθών μεταφοράς όπως το ιξώδες και η θερμική αγωγιμότητα.

Βασικό χαρακτηριστικό της τύρβης είναι ότι οι διακυμάνσεις είναι μηχανικές δηλαδή πρόκειται για υψίσυχνες κινήσεις ροϊκών στοιχείων κατά πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες των μορίων του ρευστού. Οι μηχανικές αυτές διακυμάνσεις προκαλούν μεταφορά μάζας, ορμής και ενέργειας μέσα στο ρευστό πολύ μεγαλύτερες της ανταλλαγής των μορίων δηλαδή της γνωστής κίνησης Brown.

Οι εξισώσεις Navier-Stokes εφαρμόζονται και σε τυρβώδη κίνηση του ρευστού, στην οποία όμως η πίεση και η ταχύτητα μεταβάλλονται τοπικά και χρονικά με τέτοιο τρόπο, ώστε οι τιμές τους δύσκολα προσδιορίζονται με τις κινηματικές εξισώσεις. Για τη θεώρηση και ανάλυση της τυρβώδους ροής εξακολουθεί να εφαρμόζεται το αρχέγονο πρότυπο του Reynolds (1895): κάθε ροϊκό μέγεθος θεωρείται ως το άθροισμα μιας μέσης τιμής και μιας μεταβαλλόμενης (διακυμαινόμενης) συνιστώσας. Έτσι μπορεί να γραφεί για τις τρεις συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας $\vec{W}$, για την πίεση και τη θερμοκρασία:

$$u = \bar{u} + u' \quad , \quad v = \bar{v} + v' \quad , \quad w = \bar{w} + w' \quad (2.1)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad , \quad T = \bar{T} + T'$$

Όσον αφορά τις μέσες τιμές, αυτές μπορούν να θεωρηθούν σε σχέση με μια επιφάνεια A ή με το χρόνο t. Ο σχηματισμός γίνεται για αρκετά μεγάλη επιφάνεια A ή χρόνο t_m ώστε οι τιμές να γίνονται ανεξάρτητες από το χρόνο. Η παραδοχή αυτή αντιστοιχεί στην οιονεί θεώρηση της τυρβώδους κίνησης ως μόνιμης. Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό οι μέσες τιμές των διακυμαινόμενων μεγεθών μηδενίζονται στη θεωρούμενη επιφάνεια A ή το χρόνο t. Οι αντίστοιχες εξισώσεις είναι:

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int u dA = \frac{1}{A} \left[\int \bar{u} dA + \int u' dA \right] \quad (2.2)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t_m} u dt = \frac{1}{t} \left[\int_{t_0}^{t_0+t_m} \bar{u} dt + \int_{t_0}^{t_0+t_m} u' dt \right] \quad (2.3)$$

$$\bar{u}' = \frac{1}{A} \int_A u' dA = 0 \quad \text{και} \quad \bar{u}' = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t_m} u' dt \quad (2.4)$$

Για την περαιτέρω φυσικομαθηματική περιγραφή των εξισώσεων Navier-Stokes και της εξίσωσης της συνέχειας παρατίθενται ορισμένοι μαθηματικοί κανόνες υπολογισμού τους οποίους αναφέρουμε ενδεικτικά και χωρίς μαθηματική απόδειξη. Για δύο μεγέθη A και B με τις αντίστοιχες μέσες τιμές $\bar{A}$ και $\bar{B}$ και τις διακυμαινόμενες τιμές α και β έχουμε τα παρακάτω:

$$\bar{A} = \overline{\bar{A} + \alpha} = \bar{A} + \bar{\alpha} \quad \text{δηλαδή} \quad \bar{\alpha} = 0 \quad (2.5\alpha)$$

$$\bar{B} = \overline{\bar{B} + \beta} = \bar{B} + \bar{\beta} \quad \text{δηλαδή} \quad \bar{\beta} = 0 \quad (2.5\beta)$$

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} (\bar{A} + \alpha) = \frac{\partial \bar{A}}{\partial s} + \frac{\partial \alpha}{\partial s} = \frac{\partial \bar{A}}{\partial s} \quad (2.5\gamma)$$

2.2 Εξίσωση συνέχειας

Η εξίσωση συνέχειας για την τυρβώδη ροή προκύπτει από την αντίστοιχή της για τη στρωτή ροή, με εισαγωγή των διακυμαινόμενων ταχυτήτων u' , v' , w' και λαμβάνοντας υπόψη ότι κατά τον κανόνα (2.5γ) οι παράγωγοι των διακυμαινόμενων μεγεθών μηδενίζονται, προκύπτει η εξίσωση συνέχειας για τη μέση ταχύτητα:

$$\text{div}\vec{W} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

$$\text{div}\vec{W}' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

2.3 Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes)

Με αντικατάσταση των σχέσεων (2.1) στις εξισώσεις Navier-Stokes για ασυμπίεστη ροή προκύπτουν οι εξισώσεις Navier-Stokes τυρβώδους ροής. Διαχωρίζονται οι γραμμικοί όροι των διακυμαινόμενων μεγεθών και μηδενίζονται βάσει του μαθηματικού κανόνα (2.5γ) ενώ οι μη γραμμικοί όροι παραμένουν. Έτσι ενδεικτικά ισχύει:

$$\frac{Du}{Dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial t} \right) + (\bar{u} + u') \frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial x} + \dots \quad (2.8)$$

$$\overline{\frac{Du}{Dt}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} + \dots = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}' \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \bar{v}' \frac{\partial \bar{u}'}{\partial y} + \bar{w}' \frac{\partial \bar{u}'}{\partial z} \quad (2.9)$$

Με παρόμοιες πράξεις προκύπτει το ενδιάμεσο αποτέλεσμα για την εξίσωση κατά τη διεύθυνση x:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} + \overline{\rho u' \frac{\partial u'}{\partial x}} + \overline{\rho v' \frac{\partial u'}{\partial y}} + \overline{\rho w' \frac{\partial u'}{\partial z}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} \quad (2.10)$$

Στην παραπάνω σχέση προστίθεται η εξίσωση της συνέχειας για ασυμπίεστη ροή (σχ 2.7) πολλαπλασιασμένη επί τη διακυμαινόμενη ταχύτητα u' . Μετά από πράξεις προκύπτει για τη διεύθυνση x και για τις διευθύνσεις y και z το σύστημα των εξισώσεων Navier-Stokes για τυρβώδη ασυμπίεστη ροή:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) \right) \quad (2.11)$$

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{v} - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x} (\overline{v'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'w'}) \right) \quad (2.12)$$

$$\rho \frac{D\bar{w}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w} - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x} (\overline{w'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{w'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) \right) \quad (2.13)$$

Στο σύστημα των εξισώσεων αυτών παρατηρείται ότι οι όροι στις παρενθέσεις που περιγράφουν την επίδραση των τυρβωδών διακυμάνσεων, μπορούν να θεωρηθούν σαν οι επιπρόσθετες διατμητικές τάσεις ένεκα της τυρβώδους κίνησης που εκφράζουν ανταλλαγή ορμής στην κίνηση αυτή. Οι παραπάνω σχέσεις είναι γνωστές σαν εξισώσεις του Reynolds και οι διατμητικές τάσεις της τυρβώδους ροής σαν διατμητικές τάσεις Reynolds ή φαινομενικές τάσεις και παρουσιάζονται στον τανυστή τάσεων της διακυμαινόμενης κίνησης ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{pmatrix} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

2.4 Η διατμητική τάση σε τυρβώδη ροή

Σύμφωνα με το νόμο της τριβής του Νεύτωνα, η διατμητική τάση που αναπτύσσεται ένεκα της τριβής είναι:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.15)$$

όπου μ είναι ο συντελεστής δυναμικού ιξώδους και du/dy είναι η τοπική κλίση της ταχύτητας του ρευστού. Ο συντελεστής μ αποτελεί καθαρή μοριακή ιδιότητα του ρευστού και υπολογίζεται με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας των αερίων. Η σχέση (2.15) ισχύει για την περίπτωση της στρωτής ροής. Στην περίπτωση της τυρβώδους ροής όμως η κατάσταση είναι διαφορετική.

Ο νόμος της τριβής κατά Νεύτωνα δε βρίσκει πλέον εφαρμογή. Όμως σε αναλογία με αυτόν ο Boussinesq (1877) πρότεινε μια παρόμοια σχέση που συνδέει τη διατμητική τάση της τυρβώδους ροής τ , με τη βαθμίδα της μέσης ροϊκής ταχύτητας $\bar{u}$ και του λεγόμενου συντελεστού ιξώδους ή ιξώδους δίνης μ ως εξής:

$$\tau_t = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2.16)$$

Επειδή στην τυρβώδη ροή η κίνηση των μορίων δεν παύει να υπάρχει, συνυπάρχουν το μοριακό ιξώδες και το ιξώδες δίνης μ_t . Έτσι μπορεί να γραφεί κατά απλουστευμένο τρόπο ότι το ολικό ιξώδες $\mu_{ολ}$ είναι:

$$\mu_{ολ} = \mu + \mu_t = \rho(\nu + \varepsilon_t) \quad (2.17)$$

όπου ν είναι το κινηματικό ιξώδες δίνης του ρευστού και ε_t είναι το φαινομενικό κινηματικό ιξώδες δίνης. Αντίστοιχα μπορεί να οριστεί η ολική διατμητική τάση $\tau_{ολ}$ στη σχέση:

$$\tau_{ολ} = \tau + \tau_t = (\mu + \mu_t) \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2.18)$$

Παρατηρείται ότι η διατμητική τάση στην τυρβώδη ροή αποτελείται από το μοριακό και το μηχανικό μέρος. Το δυναμικό ιξώδες μ εξαρτάται μόνο από τις μοριακές ιδιότητες του ρευστού ενώ το ιξώδες δίνης μ_t είναι μια καθαρά μηχανική ιδιότητα της ροής που συνδέεται με τυρβώδεις διακυμάνσεις. Έτσι το μ_t στην οιονεί μόνιμη τυρβώδη ροή εξαρτάται από τον τόπο (x,y,z,) και τις διακυμάνσεις u' , v' , w' της ροής και είναι ανεξάρτητο από το είδος του

ρευστού. Χαρακτηριστικό της τυρβώδους ροής είναι ότι το ιξώδες δίνης είναι ακόμη και κατά τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο από το μοριακό ιξώδες και έτσι η αντίστοιχη διατμητική τάση θεωρείται αμελητέα. Από αυτήν την διαπίστωση, προκύπτει η μαθηματική διατύπωσή της ως εξής:

$$\tau_i \gg \tau \quad (2.19)$$

Είναι προφανές από τα παραπάνω ποιο είναι το μεγαλύτερο πρόβλημα στην ανάλυση της τυρβώδους ροής. Είναι ο καθορισμός, είτε θεωρητικά είτε πειραματικά, του ιξώδους της δίνης. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η βασική υπόθεση του Boussinesq αποτελεί αδρό πρότυπο, το οποίο παρά τα εμφανή μειονεκτήματά του, μέχρι το 1970 χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις εφαρμογές.

2.5 Εξίσωση ενέργειας

Η εξίσωση ενέργειας για τυρβώδη ροή προκύπτει από την εξίσωση ενέργειας για στρωτή ροή από σχέση (1.34) και τα διακυμαινόμενα μεγέθη από σχέση (2.1). Έτσι για σταθερά μεγέθη μεταφοράς προκύπτει η ακόλουθη σχέση, που είναι η εξίσωση ενέργειας για τυρβώδη:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} \right) - \\ - \rho c_p \left(\frac{\partial \overline{u'T'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'T'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z} \right) &+ \mu \left[2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 &+ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Διακρίνουμε στην παραπάνω σχέση, ότι για την τυρβώδη ροή ισχύει η ίδια εξίσωση ενέργειας για στρωτά θερμοκρασιακά πεδία αλλά με δύο πρόσθετους όρους, αυτόν της φαινομενικής αγωγής θερμότητας της τυρβώδους κίνησης της ταχύτητας και της θερμοκρασίας και σε αυτόν της αναντίστρεπτης μετατροπής κινητικής ενέργειας της τυρβώδους ροής $\rho \tilde{\epsilon}$. Χαρακτηριστικό της τυρβώδους ροής είναι ότι η αναντίστρεπτη μετατροπή ενέργειας γίνεται κατά έμμεσο τρόπο. Δηλαδή πρώτα μετατρέπεται ενέργεια της μέσης κίνησης σε κινητική ενέργεια των διακυμάνσεων, οι οποίες κατόπιν μετατρέπονται μέσω της αναντίστρεπτης μετατροπής ενέργειας σε θερμότητα.

2.6 “Συμπλήρωση” και συνθήκες για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων τυρβώδους ροής

Οι τυρβώδεις ροές έχουν ερευνηθεί πειραματικά για περισσότερο από ένα αιώνα, αλλά μέχρι στιγμής δεν έχει βρεθεί καμία γενική προσέγγιση στην επίλυση των προβλημάτων

της τύρβης. Οι εξισώσεις της κίνησης έχουν αναλυθεί με μεγάλη λεπτομέρεια, αλλά είναι αδύνατο ακόμη να γίνουν ακριβείς ποσοτικές προβλέψεις χωρίς να βασιστεί κάποιος σε εμπειρικά δεδομένα. Οι στατιστικές αναλύσεις των εξισώσεων της κίνησης πάντα οδηγούν σε μια κατάσταση στην οποία υπάρχουν περισσότεροι άγνωστοι παρά εξισώσεις. Πράγματι, για τον υπολογισμό του διανύσματος της μέσης ταχύτητας $\bar{W}$, της μέσης πίεσης και μέσης θερμοκρασίας απαιτείται η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων της συνέχειας, της ορμής και της ενέργειας. Οι εξισώσεις αυτές εκτός από τους αγνώστους $\bar{W}$, p , T περιέχουν και άλλους αγνώστους όπως οι τάσεις Reynolds, οι συνιστώσες $\bar{W}$, T και η τυρβώδης αναντίστρεπτη ενέργεια $\rho \tilde{e}$ με αποτέλεσμα το σύστημα να μην είναι πλήρες. Για να είναι δυνατή η επίλυση του συστήματος απαιτούνται πρόσθετες εξισώσεις ή σχέσεις αυτών των πρόσθετων αγνώστων που να συμπληρώνουν το σύστημα.

Για τους πρόσθετους αγνώστους καταστρώνονται ισοζύγια και συσχετισμοί όπως η εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k , που δίνει τις τάσεις Reynolds και προστίθεται στο σύστημα των εξισώσεων. Αντίστοιχες εξισώσεις-ισοζύγια υπάρχουν για άλλους συσχετισμούς, με εισαγωγή των οποίων προστίθεται νέος άγνωστος αφήνοντας το σύστημα πάντα ανοικτό.

Για να αποκατασταθούν συσχετισμοί μεταξύ των τάσεων Reynolds και κάποιων μεγεθών της μέσης κίνησης πρέπει να αναπτυχθούν “εξισώσεις προτύπων τυρβώδους κίνησης”, που είναι γνωστές ως “πρότυπα τύρβης” (μοντέλα τύρβης), τα οποία περιέχουν εμπειρικά στοιχεία, δηλαδή εμπειρικές σταθερές ή εμπειρικές συσχετίσεις.

2.7 Η μοντελοποίηση της τύρβης

2.7.1 Το μοντέλο τύρβης Realizable k-ε

Εκτός από το standard και το renormalization group (RNG) μοντέλο k-ε, το FLUENT διαθέτει και το μοντέλο τύρβης Realizable k-ε. Ο όρος Realizable (πραγματοποιήσιμο) δηλώνει ότι το μοντέλο αυτό ικανοποιεί ιδιαίτερους μαθηματικούς περιορισμούς για τις κανονικές τάσεις οι οποίοι τίθενται σύμφωνα με την φυσική των τυρβών ροών. Από τον συνδυασμό της σχέσης του Boussinesq και του ορισμού της συνεκτικότητας του στροβίλου προκύπτει μια έκφραση για την κανονική τάση σε μια ασυμπίεστη και παραμορφώσιμη μέση ροή:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.21)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω εξίσωση $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{E}$ (2.22) που περιγράφει την τυρβώδη συνεκτικότητα στο standard k-ε μοντέλο για $\nu_t = \mu_t / \rho$ (2.23), παίρνουμε ότι το αποτέλεσμα για την κανονική τάση $\overline{u^2}$ γίνεται αρνητικός αριθμός, το οποίο εξ' ορισμού είναι θετική ποσότητα, για παράδειγμα, μη πραγματοποιήσιμο όταν η παραμόρφωση είναι αρκετά μεγάλη για να ικανοποιήσει τη σχέση:

$$\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial x} > \frac{1}{3C_\mu} \approx 3.7 \quad (2.24)$$

Παρόμοια, μπορεί ναδειχθεί ότι η ανισότητα του Schwarz ($\overline{u_\alpha u_\beta}^2 \leq u_\alpha^2 u_\beta^2$) μπορεί να παραβιαστεί όταν ο μέσος ρυθμός παραμόρφωσης είναι υψηλός. Ο πιο ευθύς τρόπος για να επιβεβαιωθεί η το ότι είναι πραγματοποιήσιμο (θετικότητα κανονικών τάσεων και ανισότητα του Schwarz για τις επιφανειακές τάσεις) είναι να γίνει η μεταβλητή C_μ ευαίσθητη στην μέση ροή και στην τύρβη. Η ιδέα του μεταβλητού C_μ έχει προταθεί από πολλούς σχεδιαστές και τεκμηριώνεται καλά από πειραματικά δεδομένα.

Άλλη μια αδυναμία του standard k-ε μοντέλου τύρβης υπάρχει στην εξίσωση για τον ρυθμό σκέδασης (E).

Το Realizable k-ε μοντέλο τύρβης που προτάθηκε από τους Shih et al είχε στόχο να καλύψει τις ατέλειες των παραδοσιακών k-ε μοντέλων τύρβης, υιοθετώντας τα ακόλουθα:

Ένα καινούριο τύπο για την τυρβώδη συνεκτικότητα που θέτει το C_μ μεταβλητό, ο οποίος προτάθηκε από τον Reynolds.

Μια νέα εξίσωση για τη σκέδαση (E) βασισμένη στην δυναμική εξίσωση της μέσης τιμής των τετραγώνων της διακύμανσης της στροβιλικότητας.

1) Οι εξισώσεις μεταφοράς για το Realizable k-ε μοντέλο τύρβης.

Οι μοντελοποιημένες εξισώσεις μεταφοράς για το πραγματοποιήσιμο μοντέλο k-ε είναι:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.25)$$

Και

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (2.26)$$

όπου:

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{n}{n+5} \right], \quad n = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (2.27\alpha, 2.27\beta \text{ \& } 2.27\gamma)$$

Σε αυτές τις εξισώσεις το G_k αναπαριστά την γένεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας εξαιτίας των μεταβολών της μέσης ταχύτητας. Το G_b αναπαριστά την γένεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας λόγω άνωσης. Το Y_M αναπαριστά την συνεισφορά της διακυμαινόμενης διαστολής στην συμπίεση της τύρβης ως προς το συνολικό ρυθμό σκέδασης. Τα C_2 και C_{1E} είναι σταθερές. Οι ποσότητες σ_k και σ_ε είναι οι αριθμοί του Prandtl για την τύρβη για τα k και E αντίστοιχα. Τα S_k και S_ε είναι όροι που ορίζονται από τον χρήστη.

Εκτός από τις σταθερές, η εξίσωση για το k είναι η ίδια που χρησιμοποιείται και στα υπόλοιπα μοντέλα k-ε. Η εξίσωση για το E όμως είναι λίγο διαφορετική από τις εξισώσεις για τα μοντέλα standard k-ε και RNG k-ε. Ένα από τα πιο αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά είναι ότι ο όρος παραγωγής στην εξίσωση του E δεν σχετίζεται με την παραγωγή k, για παράδειγμα δεν περιέχει τον ίδιο όρο G_k όπως τα άλλα μοντέλα k-ε. Ένα άλλο επιθυμητό χαρακτηριστικό είναι ότι ο όρος της καταστροφής δεν έχει καμία ιδιαιτερότητα, για παράδειγμα ο παρονομαστής του ποτέ δεν μηδενίζεται, ακόμα και αν το k μηδενίζεται ή γίνεται μικρότερο από το μηδέν. Αυτό το χαρακτηριστικό έρχεται σε αντίθεση με τα

παραδοσιακά μοντέλα k-ε στα οποία υπάρχουν ιδιαιτερότητες εξαιτίας του k στον παρονομαστή.

2) Η μοντελοποίηση του ιξώδους της τύρβης.

Όπως και στα άλλα μοντέλα τύρβης k-ε, η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{E} \quad (2.28)$$

Η διαφορά μεταξύ του Realizable k-E και των standard και RNG k-ε μοντέλων είναι ότι το C_μ δεν είναι πλέον σταθερά αλλά υπολογίζεται από την σχέση:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (2.29)$$

όπου:

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (2.30)$$

και

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k \quad (2.31\alpha)$$

$$\Omega_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k \quad (2.31\beta)$$

Όπου $\overline{\Omega}_{ij}$ είναι ο τανυστής που δείχνει τον μέσο ρυθμό περιστροφής ο οποίος παρατηρείται από ένα σημείο αναφοράς που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_k . Οι σταθερές του μοντέλου είναι:

$$A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi \quad (2.32)$$

όπου:

$$\varphi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.33)$$

Παρατηρείται ότι το C_μ είναι συνάρτηση της μέσης παραμόρφωσης και των μέσων ρυθμών περιστροφής, της γωνιακής ταχύτητας του περιστρεφόμενου συστήματος και των παραμέτρων της τύρβης (k και E).

Στο FLUENT, από επιλογή του κατασκευαστή του κώδικα, ο όρος $-2\varepsilon_{ijk}\omega_k$ δεν περιλαμβάνεται στον υπολογισμό του $\tilde{\Omega}_{ij}$. Αυτός είναι ένας πρόσθετος όρος που αφορά την περιστροφή και είναι μη συμβατός με τις υποθέσεις που έχουν να κάνουν με ολισθαίνοντα πλέγματα ή με πολλαπλά πλαίσια αναφοράς.

3) Οι σταθερές του μοντέλου.

Για τις σταθερές του μοντέλου αυτού C_k , σ_k και σ_ε έχει επιβεβαιωθεί ότι εγγυώνται ότι το μοντέλο λειτουργεί καλά σε ροές υπό κανονικές συνθήκες. Οι σταθερές του μοντέλου είναι:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44 \quad C_2 = 1.9 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.2 \quad (2.34)$$

2.7.2 Το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras

1) Η εξίσωση μεταφοράς για το μοντέλο των Spalart-Allmaras.

Στα μοντέλα τύρβης τα οποία χρησιμοποιούν την προσέγγιση του Boussinesq, το κύριο θέμα είναι πως θα υπολογιστεί η τυρβώδης συνεκτικότητα (eddy viscosity). Το μοντέλο που προτάθηκε από τους Spalart και Allmaras επιλύει μια εξίσωση μεταφοράς για μια ποσότητα που είναι μια άλλη μορφή της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας. Η εξίσωση είναι η παρακάτω και λύνεται ως προς το μέγεθος $\tilde{\nu}$, που είναι η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα, εκτός από τις περιοχές κοντά στο τοίχωμα που η επίδραση των συνεκτικών φαινομένων είναι μεγάλη.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (2.35)$$

G_ν είναι ο όρος γένεσης της τυρβώδους συνεκτικότητας και Y_ν ο όρος καταστροφής της τυρβώδους συνεκτικότητας, που εμφανίζονται στις περιοχές κοντά στο τείχος. Τα $\sigma_{\tilde{\nu}}$ και C_{b2} είναι σταθερές και το ν είναι η μοριακή κινηματική συνεκτικότητα. Ο $S_{\tilde{\nu}}$ είναι όρος οριζόμενος από τον χρήστη.

2) Η μοντελοποίηση του ιξώδους της τύρβης.

Η τυρβώδης συνεκτικότητα, μ_t , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{u1} \quad (2.36)$$

όπου η συνάρτηση τυρβώδους απόσβεσης είναι:

$$f_{u1} = \frac{x^3}{x^3 + C_{v1}^3} \quad \text{και} \quad x \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (2.37\alpha \text{ \& } 2.37\beta)$$

3) Η μοντελοποίηση της γένεσης της τύρβης.

Ο όρος γένεσης, G_ν , μοντελοποιείται ως: $G_\nu = C_{b1} \rho S \tilde{\nu}$ (2.38), όπου:

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad \text{και} \quad f_{v2} = 1 - \frac{x}{1 + x f_{v1}} \quad (2.39\alpha \text{ \& } 2.39\beta)$$

Τα C_{b1} και κ είναι σταθερές, d είναι η απόσταση από τον τοίχο και S είναι ένα βαθμωτό μέτρο του τανυστή παραμορφώσεων. Στο FLUENT, όπως προτάθηκε στο γνήσιο μοντέλο των Spalart και Allmaras, το S είναι προεπιλεγμένο να βασίζεται στο μέγεθος του στροβίλου:

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (2.40)$$

όπου Ω_{ij} είναι ο μέσος ρυθμός στροβιλότητας ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.41)$$

4) Η μοντελοποίηση της καταστροφής της τύρβης.

Ο όρος της καταστροφής μοντελοποιείται ως:

$$Y_v = C_{w1} \rho f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (2.42)$$

όπου :

$$f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}}{g^6 + C_{w3}} \right]^{1/6}, \quad g = r + C_{w2} (r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d^2} \quad (2.43\alpha, 2.43\beta \text{ \& } 2.43\gamma)$$

Οι τιμές C_{w1} , C_{w2} και C_{w3} είναι σταθερές.

5) Οι σταθερές του μοντέλου.

Οι σταθερές του μοντέλου έχουν τις παρακάτω τιμές όπως δίνονται στην δημοσίευση του μοντέλου:

$$C_{b1} = 0.1355, \quad C_{b2} = 0.622, \quad \sigma_{\tilde{v}} = \frac{2}{3}, \quad C_{v1} = 7.1, \\ C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{v}}}, \quad C_{w2} = 0.3, \quad C_{w3} = 2.0, \quad \kappa = 0.4187 \quad (2.44)$$

6) Οριακές συνθήκες στα τοιχώματα.

Στα τοιχώματα, η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα $\tilde{v}$ είναι μηδέν. Όταν το πλέγμα είναι αρκετά καλό ώστε μπορεί να λυθεί το στρωτό υπόστρωμα, η επιφανειακή τάση λαμβάνεται από την σχέση επιφανειακής τάσης-παραμόρφωσης:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (2.45)$$

Στην περίπτωση που το πλέγμα είναι αρκετά "χοντροκομμένο", για να επιλυθεί το στρωτό οριακό υπόστρωμα, γίνεται η υπόθεση ότι το κεντροειδές του κελιού που είναι ακριβώς δίπλα στον τοίχο βρίσκεται στην λογαριθμική περιοχή του οριακού στρώματος, και χρησιμοποιείται ο νόμος του τείχους:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad (2.46)$$

όπου u είναι η ταχύτητα παράλληλα στο τοίχωμα, u_τ η επιφανειακή ταχύτητα, y η απόσταση από το τοίχωμα, κ η σταθερά του von Kármán (0.4187) και $E = 9.793$.

2.7.3 Το μοντέλο τύρβης Shear-Stress Transport (SST) k- ω

Το μοντέλο τύρβης SST k- ω είναι μια παραλλαγή του standard k- ω . Ονομάζεται έτσι επειδή ο ορισμός του ιξώδους της τύρβης έχει τροποποιηθεί για να ερμηνεύσει την μεταφορά κύριας τυρβώδους επιφανειακής τάσης. Αυτό είναι το χαρακτηριστικό το οποίο δίνει στο μοντέλο SST k- ω πλεονέκτημα να έχει καλύτερη επίδοση απέναντι στα standard k- ω και standard k- ϵ μοντέλα τύρβης.

1) Οι εξισώσεις μεταφοράς για το μοντέλο SST k-ω.

Οι εξισώσεις μεταφοράς για το μοντέλο αυτό είναι παρόμοιες με του standard k-ω:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (2.47\alpha)$$

και

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (2.47\beta)$$

Σε αυτές τις εξισώσεις ο όρος $\tilde{G}_k$ αναπαριστά την γένεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας εξαιτίας των διακυμάνσεων της μέσης ταχύτητας και ορίζεται ως:

$$G_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.48)$$

Ο όρος G_ω αναπαριστά την γένεση του ω και υπολογίζεται από την σχέση:

$$G_\omega = a \frac{\omega}{k} G_k \quad (2.49)$$

όπου το a υπολογίζεται από:

$$a = \frac{a_\infty}{a^*} \left(\frac{a_0 + \text{Re}_t / R_\omega}{1 + \text{Re}_t / R_\omega} \right) \quad (2.50)$$

όπου $R_\omega = 2,95$ και τα a^* και Re_t δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad \text{και} \quad a_0^* = \frac{\beta_i}{3} \quad (2.51\alpha \text{ \& } 2.51\beta)$$

Οι όροι Γk και Γ_ω εκφράζουν την ενεργό διαχυτότητα των k και ω αντίστοιχα και υπολογίζονται όπως περιγράφεται παρακάτω. Οι όροι Y_k και Y_ω εκφράζουν τη σκέδαση εξαιτίας της τύρβης των k και ω αντίστοιχα και υπολογίζονται ως εξής:

$$Y_k = \rho \beta^* f_\beta k \omega \quad (2.52)$$

όπου:

$$f_\beta^* = \begin{cases} 1 & x_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680 x_k^2}{1 + 400 x_k^2} & x_k > 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

όπου:

$$x_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.54)$$

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \varsigma^* F(M_t)] \quad (2.55)$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left(\frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4} \right) \quad (2.56)$$

$$\varsigma^* = 1.5 \quad (2.57\alpha)$$

$$R_\beta = 8 \quad (2.57\beta)$$

$$\beta_\infty^* = 0.09 \quad (2.57\gamma)$$

και

$$Y_\omega = \rho \beta f_\beta \omega^2 \quad (2.58)$$

όπου:

$$f_\beta = \frac{1 + 70x_\omega}{1 + 80x_\omega} \quad (2.59)$$

$$x_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{kl}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right| \quad (2.60)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.61)$$

Ο όρος D_ω εκφράζει την διάχυση και τα S_k και S_ω είναι όροι, οι τιμές των οποίων ορίζονται από τον χρήστη.

2) Η μοντελοποίηση της ενεργούς διαχυτότητας.

Οι ενεργές διαχυτότητες για το SST k- ω μοντέλο είναι:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (2.62\alpha)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (2.62\beta)$$

Όπου σ_k και σ_ω είναι οι αριθμοί του Prandtl για την τύρβη για τα k και ω αντίστοιχα. Το ιξώδες της τύρβης, μ_t , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{a^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]} \quad (2.63)$$

Όπου S είναι ο ρυθμός της διατμητικής παραμόρφωσης και:

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1 / \sigma_{k,1} + (1 - F_1) / \sigma_{k,2}} \quad (2.64\alpha)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1 / \sigma_{\omega,1} + (1 - F_1) / \sigma_{\omega,2}} \quad (2.64\beta)$$

Το a^* έχει οριστεί προηγουμένως και οι συναρτήσεις F_1 και F_2 είναι:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (2.65)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}, \frac{500 \mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right] \quad (2.66)$$

$$D_\omega^+ = \max \left[2 \rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (2.67)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (2.68)$$

$$\Phi_2 = \max \left[2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right] \quad (2.69)$$

Όπου y είναι η απόσταση από την επόμενη επιφάνεια και D_{ω}^+ είναι ένα θετικό ποσοστό του όρου διάχυσης.

3) Η μοντελοποίηση της γένεσης της τύρβης.

Παραγωγή του k .

Ο όρος $\tilde{G}_k$ εκφράζει την γένεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και ορίζεται ως:

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega) \quad (2.70)$$

Όπου το G_k ορίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως στο μοντέλο standard k- ω .

Παραγωγή του ω .

Ο όρος G_ω εκφράζει την παραγωγή του ω και ορίζεται ως:

$$G_\omega = \frac{a}{\nu_t} G_k \quad (2.71)$$

Σημειώνεται ότι αυτή η μορφή διαφέρει από το μοντέλο standard k- ω . Διαφορά μεταξύ των δύο μοντέλων υπάρχει επίσης στο τρόπο με τον οποίο γίνεται εκτίμηση για τον όρο a_∞ . Στο μοντέλο standard k- ω , το a_∞ ορίζεται ως μια σταθερά ενώ για το μοντέλο SST k- ω είναι:

$$a_\infty = F_1 a_{\infty,1} + (1-F_1) a_{\infty,2} \quad (2.72)$$

όπου

$$a_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (2.73\alpha)$$

$$a_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (2.73\beta)$$

όπου $\kappa = 0.41$.

4) Η μοντελοποίηση της σκέδασης της τύρβης.

Σκέδαση του k .

Ο όρος Y_k εκφράζει τη σκέδαση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, και ορίζεται με παρόμοιο τρόπο όπως στο μοντέλο standard k- ω . Η διαφορά είναι ο τρόπος με τον οποίο εκτιμάται ο όρος $f\beta^*$ αποτιμάται. Στο μοντέλο standard k- ω , το $f\beta^*$ ορίζεται ως μια συνάρτηση με ξεχωριστά βήματα. Στο SST k- ω μοντέλο το $f\beta^*$ είναι σταθερά ίση με τη μονάδα. Έτσι,

$$Y_k = \rho\beta^*k\omega \quad (2.74)$$

Σκέδαση του ω .

Ο όρος Y_ω εκφράζει τη σκέδαση του ω και ορίζεται με παρόμοιο τρόπο όπως στο standard k- ω μοντέλο. Η διαφορά είναι ο τρόπος με τον οποίο εκτιμούνται οι όροι β_i και $f\beta$. Στο μοντέλο standard k- ω , το β_i ορίζεται ως μια σταθερά (0.072) και το $f\beta$ ορίζεται από μια εξίσωση. Στο SST k- ω μοντέλο το $f\beta$ είναι σταθερά ίση με τη μονάδα. Έτσι,

$$Y_\omega = \rho\beta\omega^2 \quad (2.75)$$

Αντί να έχουμε μια σταθερή τιμή, το β_i δίνεται από:

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2} \quad (2.76)$$

5) Τροποποίηση στην διάχυση.

Το μοντέλο τύρβης SST k- ω είναι βασισμένο πάνω στα μοντέλα τύρβης standard k- ω και standard k- ϵ . Για να συνδυαστούν τα δύο αυτά μοντέλα, το standard k- ϵ μοντέλο έχει μετασχηματιστεί σε δύο εξισώσεις βασισμένες στο k και στο ω , το οποίο οδηγεί στην εισαγωγή ενός όρου διάχυσης (D_ω). Το D_ω ορίζεται:

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.77)$$

6) Οι σταθερές του μοντέλου.

$$\sigma_{k,1} = 1.176, \sigma_{\omega,1} = 2.0, \sigma_{k,2} = 1.0, \sigma_{\omega,2} = 1.168, \\ a_1 = 0.31, \beta_{i,1} = 0.075, \beta_{i,2} = 0.0828 \quad (2.78)$$

Όλες οι άλλες σταθερές του μοντέλου (α_∞^* , α_∞ , α_0 , β_∞^* , β_i , R_β , R_k , R_ω , ζ^* , M_{t0} , σ_k , σ_ω) έχουν τις ίδιες τιμές όπως έχουν στο standard k- ω μοντέλο.

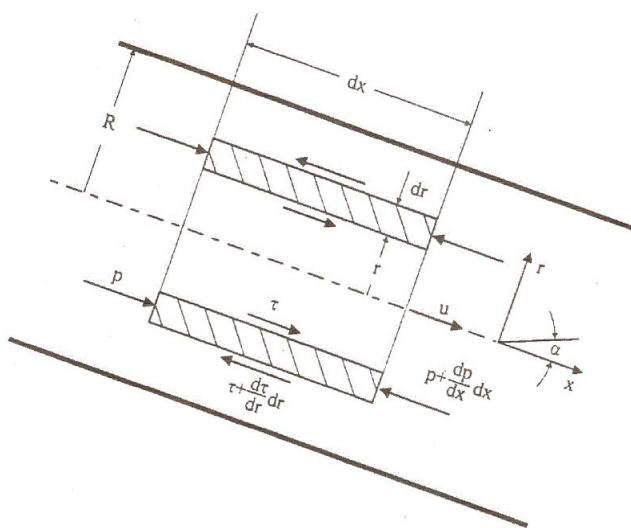
$$a_\infty^* = 1, a_\infty = 0.52, a_0 = \frac{1}{9}, \beta_\infty^* = 0.09, \beta_i = 0.072, R_\beta = 8, \\ R_k = 6, R_\omega = 2.95, \zeta^* = 1.5, M_{t0} = 0.25, \sigma_k = 2.0, \sigma_\omega = 2.0 \quad (2.79)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΡΟΗ ΣΕ ΚΥΚΛΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

3.1 Κατανομή ταχύτητας: Ο νόμος Hagen-Poiseuille

Η στρωτή ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής περιγράφεται με απλές σχέσεις, που για πρώτη φορά κατέστρωσαν ξεχωριστά οι Hagen και Poiseuille περί το 1840. Θεωρείται κυλινδρικός αγωγός με ακτίνα R , κεκλιμένος υπό γωνία α . Η ροή είναι παράλληλη και αξονικά συμμετρική. Η διατμητική τάση εξαρτάται μόνο από την ακτίνα r του αγωγού. Από την ισορροπία των δυνάμεων στο κυλινδρικό στοιχείο ρευστού μήκους dx και ακτίνας r προκύπτει:



Σχήμα 3.1: Δυνάμεις πίεσης και τριβής σε κυλινδρικό στοιχείο ρευστού σε στρωτή ροή σε κυλινδρικό αγωγό

$$2\pi r dr \left(p - \left(p + \frac{dp}{dx} dx \right) \right) + 2\pi r dr dx \rho g \eta \mu \alpha - \left(\tau 2\pi r - \left(\tau + \frac{d\tau}{dr} dr \right) 2\pi (r + dr) dx \right) = 0 \quad (3.1)$$

Εκτελούνται οι πράξεις, το αποτέλεσμα διαιρείται διά του $2\pi r dr dx$ και προκύπτει:

$$-r \frac{dp}{dx} + r g \eta \mu \alpha - \left(\frac{d(\tau r)}{dr} + \frac{d\tau}{dr} dr \right) = 0 \quad (3.2)$$

Ο δεύτερος όρος στην παρένθεση είναι δευτέρας τάξης και αμελείται. Η τελική διαφορική εξίσωση είναι:

$$-\frac{dp}{dx} = \rho g \eta \mu \alpha - \frac{1}{r} \frac{d(\tau r)}{dr} = 0 \quad (3.3)$$

Με ολοκλήρωση κατά την ακτίνα προκύπτει η κατανομή της διατμητικής τάσης:

$$-\frac{dp}{dx} r dr = \rho g \eta \mu \alpha r dr - d(\tau r) = 0 \quad (3.4\alpha)$$

$$\tau = \frac{r}{2} \left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \quad (3.4\beta)$$

Η τελική κατανομή της διατμητικής τάσης προκύπτει αν ολοκληρώσουμε την παραπάνω σχέση μεταξύ x_1 και x_2 ($x_1 - x_2 = l$) των θέσεων των δύο διατομών και γνωρίζοντας ότι για την πτώση πίεσης μεταξύ δύο διατομών ισχύει:

$$\Delta p = p_1 - p_2 \quad (3.5)$$

Η σχέση που προκύπτει είναι:

$$\tau = \frac{r}{2} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \quad (3.6)$$

Τέλος, η κατανομή της ταχύτητας δίνεται από το ολοκλήρωμα της διαφορικής εξίσωσης που προκύπτει εάν στην προηγούμενη σχέση εισαχθεί ο νόμος της τριβής του νευτωνικού ρευστού ($\tau = \mu du/dr$). Το αποτέλεσμα είναι:

$$u(r) = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha + C \right) \quad (3.7)$$

Με την οριακή συνθήκη $u = 0$ στο τοίχωμα $r = R$ προκύπτει η τιμή της σταθεράς ολοκληρώσεως C και η σχέση για την κατανομή της ταχύτητας μετασχηματίζεται στην:

$$u(r) = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \left(1 - r^2/R^2 \right) \quad (3.8)$$

Πρόκειται για παραβολική κατανομή, η οποία στον άξονα του αγωγού $r = 0$ δίνει τη μέγιστη τιμή της ταχύτητας $u_{\max}$:

$$u_{\max} = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \quad (3.9)$$

Η παροχή όγκου Q στον αγωγό δίνεται στο ολοκλήρωμα:

$$Q = \int_0^R u(r) 2\pi r dr \quad (3.10)$$

και με τη σχέση (3.8) προκύπτει:

$$Q = \frac{\pi R^2}{8\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \quad (3.11)$$

Δηλαδή στη στρωτή ροή σε κυλινδρικό αγωγό η παροχή όγκου είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της ακτίνας και ανάλογη της πτώσης πίεσης στον αγωγό. Στις πρακτικές εφαρμογές όμως είναι γνωστή η παροχή και η γεωμετρία του αγωγού και όχι η κατανομή της ταχύτητας.

Γι' αυτό έχει καθιερωθεί η χρησιμοποίηση της μέσης ταχύτητας u_m η οποία προκύπτει από τη σχέση:

$$u_m = \frac{Q}{A} \quad (3.12)$$

όπου $A = \pi r^2$ η διατομή του αγωγού. Με αντικατάσταση της σχέσης (3.11) στην προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$u_m = \frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{l} + \rho g \eta \mu \alpha \right) \quad (3.13)$$

Σύγκριση με τη μέγιστη ταχύτητα στον άξονα του αγωγού δίνει:

$$u_m = \frac{u_{\max}}{2} \quad (3.14)$$

και τέλος τη σύνδεση με την κατανομή της ταχύτητας:

$$u(r) = 2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) u_m \quad (3.15)$$

Στο σημείο αυτό, αξίζει να αναφέρουμε ότι η κατανομή ταχύτητας της τυρβώδους ροής είναι περισσότερο εξισορροπημένη από αυτήν της στρωτής ροής επειδή η ακανόνιστη εγκάρσια μεταβαλλόμενη κίνηση του ρευστού εξισώνει την κατανομή ενέργειας και την ακτινική μεταβολή της ταχύτητας. Έτσι η κατανομή είναι πληρέστερη απ' ό,τι στη στρωτή και κατά μεγαλύτερο μέρος σταθερής κατανομής εκτός από την οριακή περιοχή στο τοίχωμα του αγωγού.

3.2 Υπολογισμός της απώλειας πίεσης σε κυκλικούς αγωγούς

Απώλεια πίεσης είναι η πτώση πίεσης που προκαλούν οι διατμητικές τάσεις του ρευστού στο τοίχωμα του αγωγού. Στη συνέχεια θα παραθέσουμε (χωρίς απόδειξη) κάποιες σχέσεις για τον υπολογισμό της απώλειας πίεσης τόσο για στρωτή όσο και για τυρβώδη ροή.

3.2.1 Στρωτή ροή

Για στρωτή ροή η απώλεια της πίεσης σε οριζόντιο αγωγό μεταξύ των διατομών 1 και 2 δίνεται από τη σχέση (3.9) σε συνδυασμό με την σχέση (3.14)

$$\Delta p_t = p_1 - p_2 = 8\mu \frac{1}{R^2} u_m \quad (3.18)$$

Για στρωτή ροή η πτώση πίεσης είναι ανάλογη της μέσης ταχύτητας. Για εφαρμογές και λόγους σύγκρισης αποτελεσμάτων, τα αποτελέσματα ανάγονται στη διάμετρο του αγωγού d και στη δυναμική πίεση $q = \rho u^2 / 2$ και έτσι η παραπάνω εξίσωση στη σχέση (3.18) μετασχηματίζεται και δίνει:

$$\Delta p_t = \frac{64}{\text{Re}} \frac{1}{d} \rho \frac{u_m^2}{2} \quad (3.19)$$

όπου Re είναι ο αριθμός Reynolds που δίνεται στη σχέση:

$$\text{Re} = \frac{du_m}{\nu} = \frac{d\rho u_m}{\mu} \quad (3.20)$$

με $\lambda = 64/\text{Re}$ ο συντελεστής τριβής του αγωγού.

Πολλές φορές αντί του συντελεστή τριβής λ χρησιμοποιείται ο συντελεστής απωλειών ζ , με τον οποίο χαρακτηρίζονται όλα τα φαινόμενα στα οποία υπάρχουν ροϊκές απώλειες και δίνεται στη σχέση:

$$\zeta = \lambda \frac{1}{d} \quad (3.21)$$

Τότε και η σχέση (3.19) μετασχηματίζεται στην

$$\Delta p_t = \zeta \rho \frac{u_m^2}{2} \quad (3.22)$$

3.2.2 Τυρβώδης ροή

Στην τυρβώδη ροή η πτώση πίεσης είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας και όχι της μέσης ταχύτητας. Επίσης παύει πλέον να ισχύει η απλή σχέση για το συντελεστή τριβής που ισχύει στη στρωτή ροή δηλαδή:

$$\lambda \neq f(\text{Re}) \quad (3.23)$$

Για το συντελεστή τριβής $\lambda \neq f(\text{Re})$ της τυρβώδους ροής έχουν ευρεθεί ικανοποιητικές ημιεμπειρικές σχέσεις στις διάφορες περιοχές του αριθμού Reynolds μέσω διαφόρων προσεγγιστικών υπολογισμών και συλλογή εμπειρικών δεδομένων. Έτσι παρατίθεται ο νόμος αντίστασης του Blasius για αριθμούς Reynolds $5 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^5$.

$$\lambda = 0.3164 \left(\frac{u_m}{d} \right)^{-1/4} = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad (3.24)$$

Η πτώση της πίεσης προκύπτει έτσι ανάλογη του $u_m^{1.75}$ για την περιοχή αυτή της τυρβώδους ροής σε κυκλικούς αγωγούς.

Ο γενικός νόμος τριβής του Prandtl για λείους αγωγούς είναι:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (3.25)$$

Η σχέση ισχύει για όλη την περιοχή της τυρβώδους ροής αλλά έχει το μειονέκτημα ότι είναι πλεγμένης μορφής ως προς το λ .

Στην περίπτωση που ο αγωγός είναι ιδεατά λείος, όπως συμβαίνει με τους χρησιμοποιούμενους αγωγούς στις τεχνικές εφαρμογές, οι προηγούμενες σχέσεις παύουν να ισχύουν.

Οι αγωγοί είναι λιγότερο ή περισσότερο τραχείς. Η τραχύτητα χαρακτηρίζεται συνήθως με ένα μήκος k , που είναι το μέτρο για την παρέκκλιση του πραγματικού τοιχώματος από το ιδεατά λείο τοίχωμα. Συνήθως η τραχύτητα δεν παρουσιάζεται στις σχέσεις με την απόλυτη τιμή αλλά σε σχετική τραχύτητα k/d . Μαζί με τη διάμετρο και το μήκος προσδιορίζει την πτώση πίεσης. Έτσι για το συντελεστή τριβής στην τυρβώδη ροή ισχύει μια σχέση της μορφής:

$$\lambda = f(\text{Re}, k/d) \quad (3.26)$$

Η συνάρτηση αυτή για τραχείς αγωγούς δίνεται επίσης γραφικά. Πρόκειται για το διάγραμμα Moody όπου για μικρές τιμές της σχετικής τραχύτητας και για σχετικά μικρούς αριθμούς Reynolds οι καμπύλες αγγίζουν την καμπύλη για τον ιδεατά λείο αγωγό. Για μεγάλους αριθμούς Reynolds οι καμπύλες απομακρύνονται από την ιδεατή καμπύλη του λείου αγωγού και για επαρκώς μεγάλους αριθμούς είναι παράλληλες προς τον οριζόντιο άξονα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ ΑΕΡΙΟΥ-ΥΓΡΟΥ

Φάση είναι γενικά μια από τις καταστάσεις της ύλης και μπορεί να είναι αέρια, υγρή και στερεή. Πολυφασική ροή είναι η ταυτόχρονη ροή διαφόρων φάσεων. Διφασική ροή είναι η απλούστερη περίπτωση της πολυφασικής ροής.

Η διφασική ροή εμφανίζεται τόσο στο φυσικό κόσμο (π.χ. ομίχλη, καπνός, βροχή, σύννεφα, ανεμοθύελλες κ.λ.π.) όσο και στο χώρο της τεχνικής (π.χ. εξάτμιση και συμπύκνωση στις ψυκτικές εγκαταστάσεις στους σταθμούς παραγωγής ισχύος και σε διάφορες βιομηχανίες όπου γίνεται μεταφορά των διαφόρων υλών με τη βοήθεια ρευστών κ.λ.π.). Η διφασική ροή υπακούει σε όλους τους βασικούς νόμους της μηχανικής των ρευστών, με τη διαφορά ότι οι εξισώσεις είναι περισσότερο πολύπλοκες από αυτές της μονοφασικής ροής. Για τη διερεύνηση της διφασικής ροής έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα, τα οποία ενώ δεν υπεισέρχονται στις λεπτομέρειες της ροής, δίνουν επιτυχή αποτελέσματα.

Ανάμεσα σε όλες τις πιθανές περιπτώσεις ξεχωρίζει αυτή της διφασικής ροής υγρού-αερίου. Αυτή η ροή ξεχωρίζει όχι μόνο για την πολυπλοκότητα που παρουσιάζει έναντι των υπολοίπων ειδών, διότι συνδυάζει τα χαρακτηριστικά μιας μεταβλητής διαχωριστικής επιφάνειας και τα χαρακτηριστικά συμπίεστικότητας της μίας φάσης δηλαδή της αέριας, αλλά και για τις ιδιαιτερότητες που παρουσιάζει στον τρόπο με τον οποίο διανέμονται οι δύο φάσεις εντός του αγωγού οδηγώντας στο σχηματισμό των ονομαζόμενων ειδών-μοντέλων ροής (flow patterns ή flow regimes). Τα είδη-μοντέλα ροής αν και θα έπρεπε να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη, συνήθως αγνοούνται κατά τον υπολογισμό των μεγεθών όπως η πτώση πίεσης.

Τέτοιες παράμετροι όπως η βαθμίδα της πίεσης και το είδος της διφασικής ροής επηρεάζονται εκτός των άλλων και από ένα πλήθος ροϊκών μεγεθών που επιδρούν σημαντικά όχι μόνο στα χαρακτηριστικά και κατ' επέκταση στο είδος της ροής που θα συμβεί, αλλά και στον υπολογισμό της ίδιας της βαθμίδας της πίεσης. Τα ροϊκά αυτά μεγέθη προέρχονται από τα αντίστοιχα της απλής μονοφασικής ροής και η ονοματολογία τους παραμένει η ίδια. Η διαφορά τους είναι ότι για τη διφασική ροή έχουμε διπλάσιο αριθμό μεγεθών, δηλαδή δύο ιξώδη, δύο παροχές και δύο πυκνότητες.

4.1 Ομογενής ροή

Η θεωρία της ομογενούς ροής είναι η απλούστερη τεχνική για την ανάλυση της διφασικής ροής. Ομογενής θεωρείται η ροή όταν το διασκορπισμένο συστατικό είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο μέσα στο φορέα, δηλαδή η συγκέντρωση μάζας είναι σταθερή σε όλη τη διατομή σε ένα σημείο του αγωγού και οι ταχύτητες είναι ίσες. Όσον αφορά το μίγμα, αυτό θεωρείται σαν ένα ιδεατό ρευστό, για το οποίο ισχύουν οι εξισώσεις της απλής μονοφασικής ροής και στο οποίο μπορούμε να εφαρμόσουμε τους νόμους της ρευστομηχανικής. Το βασικό πρόβλημα στην ομογενή ροή είναι να υπολογιστούν οι ιδιότητες του ιδεατού ρευστού, οι οποίες εισερχόμενες στις εξισώσεις της απλής ροής θα δώσουν τα επιθυμητά σωστά αποτελέσματα. Οι ιδιότητες αυτές αποτελούν κατά κάποιο τρόπο τις μέσες

τιμές των ιδιοτήτων των δύο συστατικών χωρίς να είναι αναγκαίο να συμπίπτουν με τις ιδιότητες μιας από τις δύο φάσεις.

4.2 Χωριστή διφασική ροή

Κατά τη θεώρηση της διφασικής ροής έχουν αποδειχθεί άριστα επιτυχείς βασικές καταστρώσεις που πραγματεύονται κάθε μία φάση χωριστά δίπλα στην άλλη. Στο μοντέλο της διαχωρισμένης ροής οι δύο φάσεις θεωρούνται ότι ρέουν παράλληλα. Ξεχωριστές εξισώσεις γράφονται για την κάθε φάση ενώ λαμβάνεται υπόψη και η αλληλεπίδραση των φάσεων. Στο μοντέλο αυτό, η εξαγωγή των σημαντικών σχέσεων, όπως η εξίσωση απώλειας της πίεσης ή η εξίσωση της κίνησης, βασίζεται σε ισολογισμούς όλων των σημαντικών, σε κάθε φάση χωριστά επιδρώντων δυνάμεων ή σε ισολογισμούς ισχύος ή ενέργειας.

4.3 Είδη διφασικής ροής αερίου-υγρού

4.3.1 Γενικά για τις διφασικές ροές αερίου-υγρού

Στην περίπτωση της ροής υγρού με τους ατμούς του ή με κάποιο αέριο εντός αγωγού, κάθε μία από τις φάσεις μπορεί να θεωρηθεί ότι καταλαμβάνει αναλογικά (κατά μέσο όρο) ένα ποσοστό της διατομής του αγωγού. Ο τρόπος με τον οποίο διανέμονται οι δύο φάσεις εντός του αγωγού ποικίλουν και οι διάφορες διαμορφώσεις στη διφασική ροή είναι γνωστές ως είδη-μοντέλα ροής, (flow patterns ή flow regimes). Έτσι, αν είναι γνωστό για ποιες τιμές των ροϊκών παραμέτρων παράγεται κάθε είδος ροής, ανάλογα μπορεί να επιλεγεί και το κατάλληλο θεωρητικό μοντέλο.

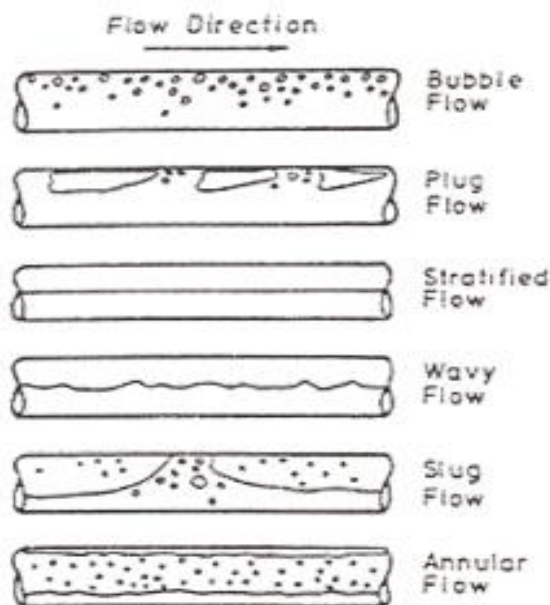
Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για την πρόβλεψη του είδους της ροής, αλλά καμιά δεν έχει αποδειχθεί αρκετά αξιόπιστη. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι, αν και για συγκεκριμένες ροϊκές συνθήκες είναι δυνατή η πρόβλεψη του τύπου της ροής που θα συμβεί, οι συνθήκες στις οποίες θα γίνει μετάβαση από ένα τύπο ροής σε άλλο δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν αξιόπιστα και με ακρίβεια.

Οι περισσότερες μέθοδοι για τον υπολογισμό των διαφόρων όρων απώλειας πίεσης, σε μια διφασική ροή δεν λαμβάνει υπόψη τους ποιο από τα είδη ροής συμβαίνει στην πράξη, με αποτέλεσμα, τα αποτελέσματα να εμφανίζουν σημαντικές ανακρίβειες.

Το πρόβλημα αυτό λύνεται ικανοποιητικά με την εισαγωγή κατάλληλων διορθωτικών συντελεστών για διάφορες περιοχές τιμών των ροϊκών παραμέτρων οι οποίες σχετίζονται άμεσα με το είδος της ροής.

4.3.2 Ροϊκές περιοχές σε οριζόντια ροή

Οι ακόλουθες ροϊκές περιοχές προτείνονται για τη διερεύνηση της οριζόντιας διφασικής ροής αερίου-υγρού. Οι ροϊκές περιοχές για οριζόντια ροή φαίνονται στο Σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.3: Είδη διφασικών ροών υγρού-αερίου σε οριζόντια ροή.

Α) Στρωματοποιημένη ροή (stratified flow): Ο διαχωρισμός της ροής λόγω βαρύτητας είναι πλήρης. Η υγρή φάση ρέει στο κάτω μέρος του αγωγού ενώ η αέρια φάση στο πάνω μέρος.

Β) Διάσπαρτη ροή φυσαλίδων (dispersed-bubble flow): Οι φυσαλίδες της αέριας φάσης είναι διάσπαρτες μέσα στο συνεχές υγρό και τείνουν να συγκεντρώνονται στο πάνω μέρος του αγωγού.

Γ) Δακτυλοειδής διάσπαρτη ροή (annular-dispersed flow): Η μορφή της ροής είναι παρόμοια με αυτήν της κάθετης με εξαίρεση ότι το πάχος του φιλμ είναι ανομοιόμορφο, δηλαδή στο πάνω μέρος του αγωγού είναι λεπτότερο απ' ό τι στο κάτω. Τέλος, η εμφάνιση διασποράς υγρού στον πυρήνα της αέριας φάσης είναι ο κανόνας παρά η εξαίρεση όπως συμβαίνει στην κάθετη ροή.

Δ) Ενδιάμεσες ροές (intermittent flows): Ένα πλήθος ενδιάμεσης μορφής ροών μπορούν να παρουσιαστούν στην οριζόντια ροή και είναι συχνά προτιμότερο να αντιμετωπίζονται σαν γενικό είδος ροής. Όμως είναι βολικό να διαιρούνται σε τρεις υποπεριπτώσεις ως εξής:

Plug flow: Όπως στην κάθετη ροή έτσι και εδώ εμφανίζονται φυσαλίδες σφαιρικής μορφής, με τη διαφορά ότι κινούνται πλησιέστερα στο πάνω μέρος του αγωγού.

Slug flow

Semi slug flow

4.3.3 Ροϊκοί χάρτες για οριζόντια ροή

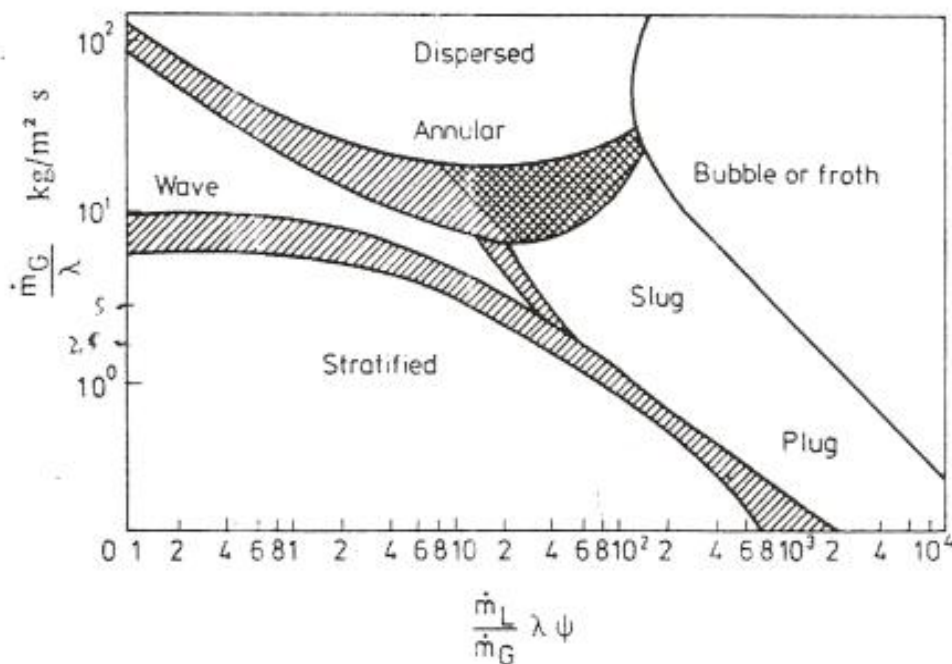
Ένας από τους γνωστότερους γενικευμένους χάρτες είναι αυτός του Baker, ο οποίος εισήγαγε τις παρακάτω παραμέτρους:

$$\lambda_B = \left(\frac{\rho_G}{\rho_A} \cdot \frac{\rho_W}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad (4.1)$$

και

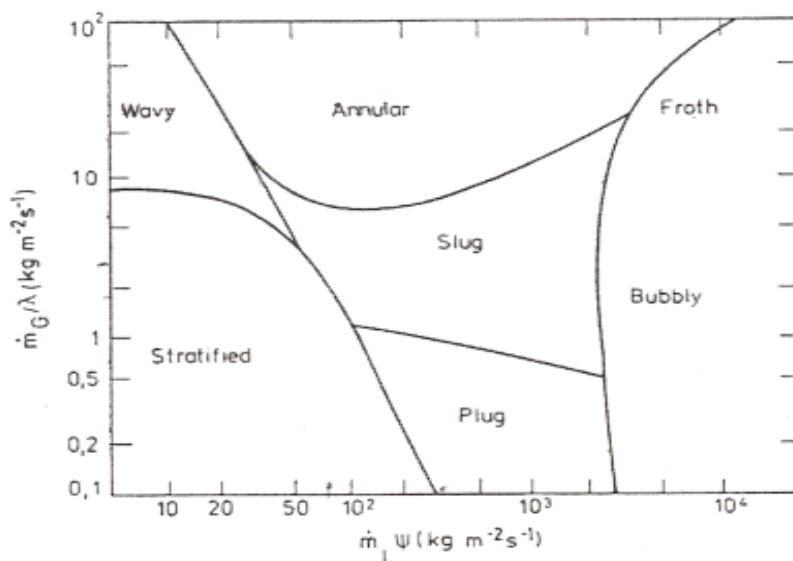
$$\psi_B = \frac{\sigma_w}{\sigma} \cdot \left[\frac{\mu_L}{\mu_w} \cdot \left(\frac{\rho_w}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (4.2)$$

Όπου ρ , σ και μ είναι αντίστοιχα η πυκνότητα, η επιφανειακή τάση και το ιξώδες, ενώ οι δείκτες G, L υποδεικνύουν την αέρια και την υγρή φάση αντίστοιχα και οι δείκτες A, W δηλώνουν την τιμή του αντίστοιχου μεγέθους του αέρα και του νερού σε ατμοσφαιρικές συνθήκες. Ο χάρτης αυτός φαίνεται στο Σχήμα 4.4:



Σχήμα 4.4: Ροϊκός χάρτης για οριζόντια ροή.

Ο ίδιος χάρτης υπάρχει και σε νεότερη τροποποιημένη μορφή όπως προτάθηκε από τον Bell.



Σχήμα 4.5: Τροποποιημένη μορφή του προηγούμενου ροϊκού χάρτη.

4.4 Υπολογισμός απωλειών πίεσης σε διαφασική ροή αερίων-υγρών

Η διαφασική ροή υγρών-αερίων είναι η πλέον πολύπλοκη από τα υπόλοιπα είδη διαφασικής ροής, διότι συνδυάζει τα χαρακτηριστικά μιας μεταβλητής διαχωριστικής επιφάνειας και τα χαρακτηριστικά συμπίεστικότητας της μιας φάσης δηλαδή, της αέριας φάσης. Η πτώση πίεσης αποτελεί βασικό μέγεθος υπολογισμού κατά την ανάλυση της διαφασικής ροής και μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των εξής τριών όρων: 1) λόγω τριβής, 2) λόγω βαρύτητας, και 3) λόγω των μεταβολών στην ορμή (επιτάχυνση). Η επίδραση (συμμετοχή) των τριών όρων πίεσης στη βαθμίδα της πίεσης δεν είναι ίδια αλλά ποικίλει από εφαρμογή σε εφαρμογή.

Η πρόβλεψη της πτώσης πίεσης στη διαφασική ροή, του είδους της ροής, των βαθμών πληρότητας και των συντελεστών τριβής, αποτελούν σημαντικά αντικείμενα γι' αυτό το είδος ροής. Έτσι η μεγάλη σημασία της πρόβλεψης της πτώσης πίεσης έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη ενός μεγάλου αριθμού μοντέλων και σχέσεων. Τα περισσότερα μοντέλα στηρίζονται στο γεγονός ότι η βαθμίδα της πίεσης λόγω τριβής μπορεί να προκύψει από τη βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής μιας μονοφασικής ροής ενός ρευστού (υγρού ή αερίου), που κινείται με τη συνολική ταχύτητα της διαφασικής ροής και έχει τις ιδιότητες της αντίστοιχης φάσης (υγρής ή αέριας), που εμφανίζεται στη διαφασική ροή πολλαπλασιασμένη με ένα διαφασικό πολλαπλασιαστή. Έτσι οι προσπάθειες επικεντρώνονται στην εύρεση εκείνης της σχέσης που θα περιγράφει πληρέστερα το διαφασικό πολλαπλασιαστή και εν συνεχεία τη βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής.

Υπάρχουν αρκετά μοντέλα υπολογισμού της πτώσης πίεσης, όπως το μοντέλο της ομογενούς ροής, των Lockhart-Martinelli, Baroczy-Chisholm, το μοντέλο του Friedel, Beggs-Brill κ.α. Οι Lockhart-Martinelli παρουσίασαν τη σχέση τους για το διαφασικό πολλαπλασιαστή σε μορφή διαγράμματος, προτείνοντας διάφορες καμπύλες, εξαρτώμενες από το εάν η μονοφασική ροή της κάθε φάσης ήταν στρωτή ή τυρβώδης, προσδιορίζοντας και τους ανάλογους πολλαπλασιαστές.

Μοντέλο Lockhart-Martinelli

Η πτώση πίεσης λόγω τριβής υπολογίζεται ως συνάρτηση των διαφασικών πολλαπλασιαστών Φ_L και Φ_G από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$-\frac{dp_F}{dz} = \Phi_G^2 \times \left(\frac{dP_F}{dz} \right)_G = \Phi_L^2 \times \left(\frac{dP_F}{dz} \right)_L \quad (4.3)$$

Όπου:

dP_F/dz = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής

Φ_L = πολλαπλασιαστής τριβής υγρής φάσης

Φ_G = πολλαπλασιαστής τριβής αέριας φάσης

$\left(\frac{dP_F}{dz} \right)_G$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, η οποία εμφανίζεται για ροή στον αγωγό μόνο της αέριας φάσης

$\left(\frac{dP_F}{dz} \right)_L$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, η οποία εμφανίζεται για ροή στον αγωγό μόνο της υγρής φάσης

Οι Lockhart-Martinelli συσχέτισαν τους πολλαπλασιαστές πτώσης πίεσης Φ_G^2 και Φ_L^2 με την περίμετρο X , που ορίζεται ως εξής:

$$X = \frac{\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L}{\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G} \quad (4.4)$$

όπου:

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L = \frac{2 \cdot f_L \cdot \dot{m}^2 \cdot (1-x)^2}{D \cdot \rho_G} \quad (4.5)$$

και

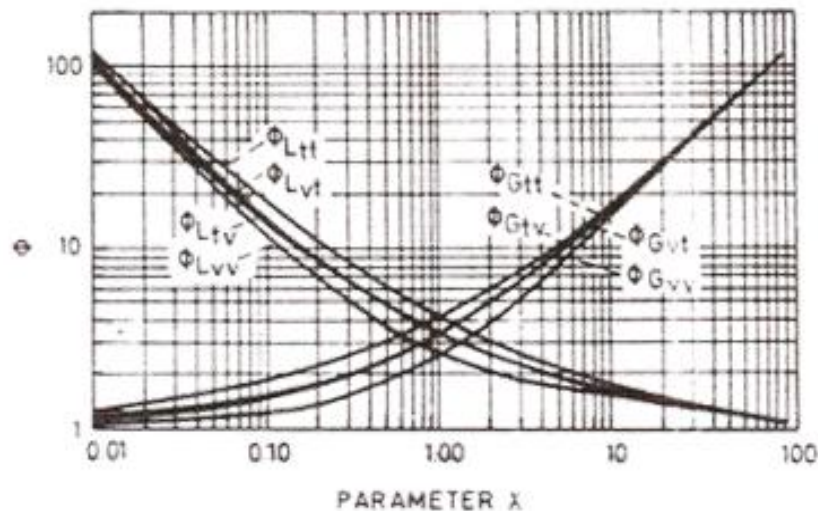
$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G = \frac{2 \cdot f_G \cdot \dot{m}^2 \cdot x^2}{D \cdot \rho_G} \quad (4.6)$$

Στις προηγούμενες σχέσεις f_L , f_G είναι οι συντελεστές τριβής, για τη ροή της υγρής και της αέριας φάσης αντίστοιχα, και υπολογίζονται συναρτήσει των αντίστοιχων αριθμών Reynolds:

$$Re_G = \frac{\dot{m} \cdot x \cdot D}{\mu_G} \quad (4.7)$$

$$Re_L = \frac{\dot{m} \cdot (1-x) \cdot D}{\mu_L} \quad (4.8)$$

Όπως και για το ομογενές μοντέλο ροής, για τη στρωτή ροή ($Re < 2000$) οι συντελεστές τριβής μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση $f = 16/Re$, αλλά για τυρβώδη ροή ($Re > 2000$) πρέπει να χρησιμοποιούνται άλλες περισσότερο πολύπλοκες σχέσεις, όπως αυτή των Colerbrook-White.



Σχήμα 4.6: Διάγραμμα των Lockhart-Martinelli για τον υπολογισμό των διαφασικών πολλαπλασιαστών.

Οι Lockhart-Martinelli παρουσίασαν τη σχέση τους σε μορφή διαγράμματος, προτείνοντας διάφορες καμπύλες, εξαρτώμενες από το εάν η μονοφασική ροή της κάθε φάσης ήταν στρωτή (viscous) ή τυρβώδης (turbulent), προσδιορίζοντας ανάλογα και τους πολλαπλασιαστές. Για παράδειγμα ο πολλαπλασιαστής Φ_{Lv} εφαρμόζεται στην περίπτωση κατά την οποία η ροή της υγρής φάσης μόνη της στον αγωγό είναι τυρβώδης. Μια απλή και ακριβής αναλυτική σχέση, της γραφικής σχέσης των Lockhart-Martinelli για τους πολλαπλασιαστές, δόθηκε από τον Chrisholm (1967):

$$\Phi_L = 1 + C/x + 1/x^2 \quad (4.9)$$

$$\Phi_G = 1 + Cx + x^2 \quad (4.10)$$

Όπου C είναι μια αδιάστατη παράμετρος οι τιμές της οποίας εξαρτώνται από τη φύση των μονοφασικών ροών. Οι τιμές αυτές δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ροή υγρού	Ροή αερίου	Δείκτης	C
Τυρβώδης	Τυρβώδης	tt	20
Στρωτή	Τυρβώδης	vt	12
Τυρβώδης	Στρωτή	tv	10
Στρωτή	Στρωτή	vv	5

Σχήμα 4.7: Τιμές της παραμέτρου C συμβατές με τις εμπειρικές καμπύλες των Lockhart-Martinelli.

Το μοντέλο των Lockhart-Martinelli δε λαμβάνει υπόψη την επιφανειακή τάση και αποτυγχάνει επίσης να λάβει υπόψη ικανοποιητικά την επίδραση της παροχής ανά μονάδα επιφανείας. Έτσι, οι παραδοσιακές σχέσεις τύπου Martinelli, αποδεικνύονται ανεπαρκείς στο να προσεγγίσουν μεγάλο αριθμό δεδομένων για βαθμίδες πίεσης σε διφασική ροή, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται μεγάλες αποκλίσεις, μέχρι και 100% κατά τη σύγκριση των μοντέλων με πληθώρα πειραματικών δεδομένων. Απαιτείται επομένως μεγάλη προσοχή κατά τη χρήση των ανωτέρω σχέσεων σε πρακτικές εφαρμογές.

Οι παραπάνω λόγοι συντέλεσαν στην ανάπτυξη μιας διαφορετικής προσέγγισης για την ανάλυση της διφασικής ροής, δηλαδή στην απευθείας επίλυση των εξισώσεων διατήρησης της μάζας και της ορμής. Η ανάλυση βασίζεται στις καταστατικές εξισώσεις ροής για την περίπτωση μονοδιάστατης, μη μόνιμης ροής, ισόθερμης, διφασικής ροής σε αγωγούς σταθερής ή μεταβαλλόμενης διατομής. Η επίλυση του συστήματος γίνεται αριθμητικά με τη βοήθεια της μεθόδου των χαρακτηριστικών.

Τέλος αξίζει να αναφερθεί ότι κατά τη διάρκεια μιας διφασικής ροής παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές της πίεσης, μεταβολές που συχνά σχετίζονται με τη μεταφορά θερμότητας καθώς και ταχύτατη μεταβολή των ροϊκών συνθηκών εντός της ροής. Έτσι η μεταβολή της πίεσης του συστήματος δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί ακριβώς από μια μόνο βαθμίδα πίεσης, εκτός της ειδικής περίπτωσης που υπάρχουν χαμηλές παροχές ή το μήκος της ροής είναι πολύ μικρό. Στα περισσότερα προβλήματα διφασικής ροής είναι απαραίτητη η παρεμβολή διαφόρων τοπικά μετρημένων βαθμίδων πίεσης κατά μήκος της ροής.

4.5 Παράμετροι διφασικής ροής

Οι κυριότερες παράμετροι για μια διφασική ροή εντός ενός ευθύγραμμου αγωγού, κυκλικής διατομής καθώς και οι επιδράσεις τους στα χαρακτηριστικά και στο είδος της ροής που θα συμβεί δίνονται παρακάτω:

Εσωτερική διάμετρος (D) : Είναι σημαντικότερος όρος για τον υπολογισμό του όρου της τριβής στη βαθμίδα της πίεσης. Το μέγεθος της διαμέτρου όμως έχει άμεση επίδραση στο είδος της ροής που θα συμβεί, άρα και στις κατανομές μάζας, ταχύτητας και αδράνειας των δύο φάσεων με αποτέλεσμα να επιδρά και στους άλλους όρους από τους οποίους απαρτίζεται η βαθμίδα της πίεσης. Η επίδραση στους υπόλοιπους όρους εκτός του όρου τριβής είναι δύσκολο να προβλεφθεί και για αυτό αμελείται.

Ροή μάζας ανά μονάδα επιφανείας (G) : Αποτελεί τον κύριο παράγοντα για τον υπολογισμό των όρων πίεσης λόγω τριβής και αδράνειας. Επιπροσθέτως, επειδή επηρεάζει και το είδος της ροής, έχει συχνά και επιπλέον επιδράσεις στους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης και μάλιστα αρκετά σημαντικές.

Ποιότητα ατμών ροής (x) : Υποδεικνύει το ποσοστό μάζας του μίγματος που αποτελείται από ατμό ή αέρια φάση. Έχει άμεση επίδραση σε όλους τους όρους της βαθμίδας πίεσης, είτε άμεσα είτε έμμεσα με τη μορφή:

$$a = 1 / \{ 1 + [(1-x)\rho_G](x\rho_L) \} \quad (4.11)$$

όπου a είναι το κλάσμα όγκου της αέριας φάσης και ορίζεται σαν ο λόγος παροχής της αέριας φάσης προς τη συνολική παροχή όγκου. Γενικά μπορούμε να πούμε ότι η επίδραση της ποιότητας x στον όρο της πίεσης που οφείλεται στην τριβή, αυξάνει δραστικά με αύξηση του x . Αντίθετα αυξάνοντας το x μειώνεται η επίδρασή του στον όρο της πίεσης που οφείλεται στη βαρύτητα, ενώ αυξάνεται η επίδρασή του στον όρο της πίεσης, που οφείλεται σε μεταβολές της αδράνειας.

Διεπιφανειακή τάση (γ) : Σε συνδυασμό και με άλλες παραμέτρους, η διεπιφανειακή τάση είναι δυνατό να έχει μια κρίσιμη επίδραση στη διαμόρφωση του είδους ροής που θα συμβεί. Επίσης μπορεί να έχει επίδραση και στους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης, αν και ο βαθμός της επίδρασής της και η μεταβολή που επιφέρει σε καθένα από τους όρους πίεσης είναι δύσκολο να εξακριβωθούν με βάση πειραματικά αποτελέσματα.

Ύψος τραχύτητας (ϵ) : Οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται στη διφασική ροή στην περίπτωση ενός εξατμιζόμενου μίγματος ή ενός μίγματος υγρού-αερίου προβλέπουν κατά ένα συνεχή τρόπο τη βαθμίδα της πίεσης. Παρ' όλα αυτά όμως, τα αποτελέσματά τους θα έπρεπε να συμπίπτουν με αυτά των σχέσεων που ισχύουν για τη μονοφασική ροή, στις οριακές περιπτώσεις που όλο το υγρό έχει εξατμιστεί ή όλος ο ατμός έχει γίνει υγρό, οπότε η ροή θα έχει γίνει μονοφασική. Όμως έχει παρατηρηθεί ότι η επίδραση του ύψους τραχύτητας στον όρο πίεσης λόγω τριβής είναι μικρότερη στην περίπτωση της διφασικής ροής από ότι στη μονοφασική ροή.

Γωνία κλίσης του αγωγού μεταφοράς (θ) : Αποτελεί κύρια παράμετρο για τον υπολογισμό του όρου πίεσης λόγω βαρύτητας, επειδή ισχύει ότι:

$dp_G/dz = -\rho_{av} \cdot g \cdot \sin \theta$, όπου ρ_{av} η μέση πυκνότητα του μίγματος. Ειδικά, όταν η σπουδαιότητα του όρου πίεσης λόγω τριβής είναι μικρή, η κλίση του αγωγού μπορεί να επιδράσει σημαντικά στο είδος της ροής που θα συμβεί και έτσι θα έχει μια επιπλέον επίδραση στον όρο της βαθμίδας πίεσης λόγω βαρύτητας, εξαιτίας της μεταβολής της μέσης πυκνότητας του μίγματος.

Δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης (μ_G) : Η παράμετρος αυτή εμφανίζεται να μην έχει σημαντική επίδραση σε κανέναν από τους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης, ίσως λόγω

του γεγονότος ότι σημαντικές μεταβολές δεν υφίστανται. Απλώς χρησιμοποιείται σε κάποιες σχέσεις για τον υπολογισμό της βαθμίδας πίεσης.

Δυναμικό ιξώδες της υγρής φάσης (μ_L) : Εξαιτίας του γεγονότος ότι παρουσιάζει μεγαλύτερο εύρος μεταβολών, έχει σημαντική επίδραση στον προσδιορισμό των βαθμίδων πίεσης σε κατάσταση αναφοράς απ' ότι το δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε κάποιες σχέσεις της διφασικής ροής.

Το δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης μπορεί να επηρεάσει το είδος της ροής που θα συμβεί και σε πιο ακριβείς σχέσεις υπολογισμού χρησιμοποιείται σαν μια επιπλέον ανεξάρτητη μεταβλητή.

Πυκνότητα της αέριας φάσης (ρ_G) : Αποτελεί μεγάλης σπουδαιότητας παράμετρο για τον υπολογισμό όλων των όρων της βαθμίδας πίεσης.

Πυκνότητα της υγρής φάσης (ρ_L) : Επίσης αποτελεί σημαντικότερο παράγοντα για τον υπολογισμό όλων των όρων της βαθμίδας της πίεσης.

Πρόσδοση θερμότητας : Για τον υπολογισμό της βαθμίδας πίεσης σε μια διφασική ροή υγρού-αερίου, η πρόσδοση θερμότητας αποκτά μεγαλύτερη σημασία για μίγματα χαμηλής ποιότητας και αυτό γιατί να ανεβάσει το ποσοστό βρασμού των μορίων. Η παρουσία των φυσαλίδων στην επιφάνεια που κυρίως θερμαίνεται προκαλεί μια σημαντική αύξηση στην τραχύτητα, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η σπουδαιότητα του όρου της πίεσης που οφείλεται στην τριβή, στη βαθμίδα της πίεσης. Επίσης η ύπαρξη φυσαλίδων στη θερμαινόμενη επιφάνεια του μίγματος έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της μέσης πυκνότητας του μίγματος, με επακόλουθο, κύρια για την περίπτωση της ροής προς τα πάνω, τη μείωση της σπουδαιότητας του όρου της πίεσης που οφείλεται στις βαρυτικές δυνάμεις για τη βαθμίδα της πίεσης.

Η πρόσδοση θερμότητας όμως επιδρά στη βαθμίδα της πίεσης και για μίγματα με υψηλές σχετικά ποιότητες. Όπως είναι γνωστό, με την πρόσδοση θερμότητας, η υγρή φάση σταδιακά ατμοποιείται και κατά τη διάρκεια της ολικής εξάτμισης του υγρού, παρατηρείται μετάβαση της θερμαινόμενης επιφάνειας από την υγρή κατάσταση σε «στεγνή» κατάσταση (χωρίς παρουσία υγρού). Γενικά έχει παρατηρηθεί ότι όσο ο ρυθμός πρόσδοσης θερμότητας αυξάνει, τόσο η ποιότητα του μίγματος, στην οποία πραγματοποιείται η μετάβαση της θερμαινόμενης επιφάνειας από την υγρή στη «στεγνή» κατάσταση, μειώνεται. Στη «στεγνή» περιοχή του τοιχώματος, η σπουδαιότητα του όρου πίεσης λόγω τριβής για τη βαθμίδα πίεσης είναι μικρότερη απ' ότι θα ήταν στην ισοδύναμη αδιαβατική κατάσταση. Στην περιοχή αυτή επίσης η μέση πυκνότητα του μίγματος μειώνεται λόγω του ότι το μίγμα έχει την τάση να συμπεριφερθεί σαν ένα ομογενές ρευστό το οποίο θα ρέει στη μορφή ομιχλώδους ροής (mist flow).

Άλλες παράμετροι που χρησιμοποιούνται ευρύτατα για τη μελέτη των διφασικών ροών είναι ο λόγος των πυκνοτήτων του μίγματος (ρ_L/ρ_G), το κλάσμα όγκου του αερίου (α), το οποίο έχει ήδη αναφερθεί παραπάνω και ο χαρακτηριστικός αριθμός Reynolds. Οι μεταβλητές αυτές όμως υπολογίζονται με βάση τις κύριες ροϊκές παραμέτρους που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο αυτό. Οι σπουδαιότερες από τις εξαρτημένες ροϊκές παραμέτρους είναι ο λόγος των πυκνοτήτων και το κλάσμα του όγκου του αερίου α . Ο λόγος των πυκνοτήτων (ρ_L/ρ_G) είναι μια παράμετρος που χρησιμοποιείται σε πάρα πολλές σχέσεις υπολογισμού, και μάλιστα είναι ένα από τα χαρακτηριστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίσουν το είδος της ροής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Η ακριβής μέτρηση της ροής παρουσιάζει πολλά και ποικίλα προβλήματα. Το ρέον μέσο μπορεί να είναι υγρό, αέριο ή και συνδυασμός αυτών. Η ροή μπορεί να είναι στρωτή ή τυρβώδης, συμπίεστη ή ασυμπίεστη, μόνιμη ή μη μόνιμη. Για το λόγο αυτόν υπάρχουν πολλές διαφορετικές βασικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα μέτρησης της παροχής, οι οποίες μπορούν να καταταχθούν με κριτήριο τις συσκευές ή τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται, ως ακολούθως:

A. Ποσοτικές μεθόδους (μέτρηση μάζας ή όγκου του ρευστού σε δοχεία αποθήκευσης κ. ά.).

B. Μεθόδους που χρησιμοποιούν συσκευές μέτρησης του ρυθμού της ροής.

B1. Όργανα στραγγαλισμού της ροής ή παροχόμετρα διαφοράς πίεσης (Venturi, ακροφύσια, διαφράγματα).

B2. Όργανα διερεύνησης ταχύτητας (διερεύνηση ολικής πίεσης, διερεύνηση στατικής πίεσης, παροχόμετρα μεταβλητής διατομής).

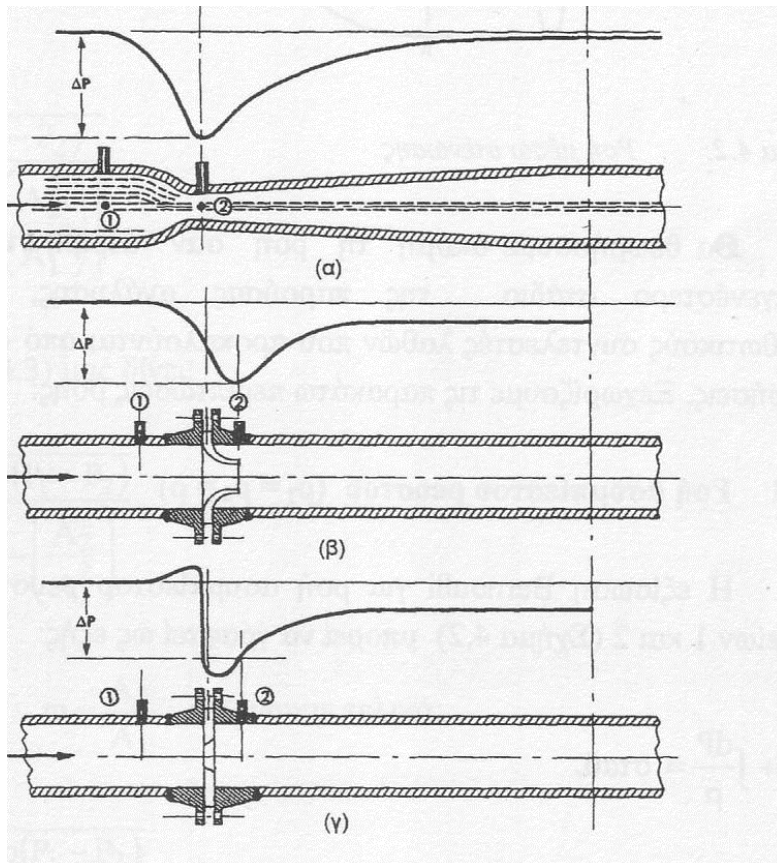
Γ. Ειδικές μεθόδους (τουρμπινόμετρα, μαγνητικά παροχόμετρα, ηχητικά παροχόμετρα κ.λπ.).

5.1 Όργανα στραγγαλισμού της ροής

Οι συσκευές που εισάγονται σε κάποιον σωλήνα ονομάζονται "πρωταρχικές συσκευές". Ο όρος "πρωταρχικές συσκευές" εμπεριέχει επίσης και τις οπές μέτρησης της πίεσης. Όλα τα υπόλοιπα όργανα είναι γνωστά σαν δευτερεύουσες συσκευές. Μπορούμε να κατατάξουμε τις πρωταρχικές συσκευές στις παρακάτω κατηγορίες:

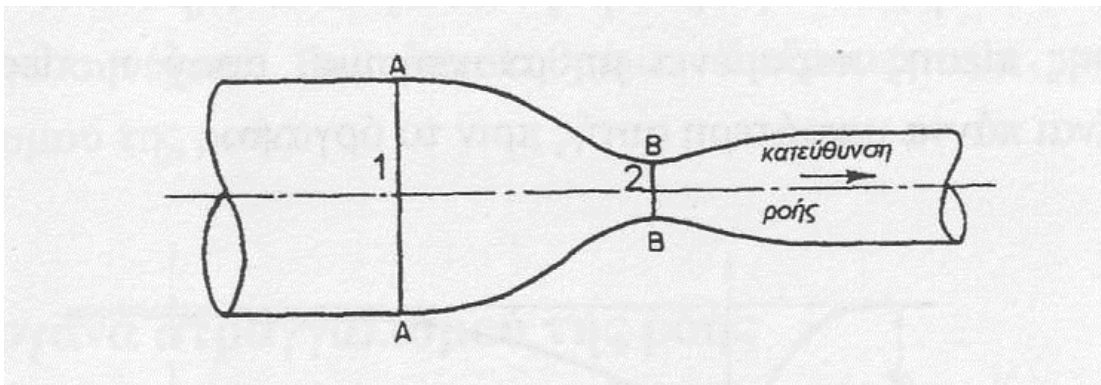
1. Διαφράγματα
2. Ακροφύσια
3. Σωλήνες Venturi

Και στις τρεις παραπάνω κατηγορίες υπάρχει μια επιμέρους ποικιλία οργάνων ανάλογα με τα ιδιαίτερα γεωμετρικά ή κατασκευαστικά χαρακτηριστικά (που ποικίλουν από χώρα σε χώρα σύμφωνα με τους κανονισμούς τυποποίησης της). Η βασική αρχή λειτουργίας τους στηρίζεται στην πτώση πίεσης που δημιουργούν, αφού αναγκάζουν το ρέον ρευστό να διέλθει μέσω κάποιας στένωσης (στραγγαλισμός της ροής). Διακρίνονται οι τρεις βασικές κατηγορίες στραγγαλιστικών οργάνων. Σε κάθε περίπτωση το όργανο δρα σαν εμπόδιο στην κατεύθυνση του ρέοντος ρευστού, προκαλώντας τοπικές αλλαγές στην ταχύτητα του. Ταυτόχρονα με την αλλαγή της ταχύτητας, παρατηρείται και αλλαγή στην πίεση όπως φαίνεται στο σχήμα. Στην περιοχή της μέγιστης στένωσης, στην οποία και παρατηρείται η μέγιστη ταχύτητα, αναλογούν οι μικρότερες πιέσεις. Ένα σημαντικό ποσό αυτής της πτώσης πίεσης παραμένει μη ανακτήσιμο, αφού η πίεση μετά το όργανο είναι πάντα μικρότερη αυτής πριν το όργανο.



Σχήμα 5.1: Τύποι στραγγαλιστικών οργάνων: (α) Σωλήνας Venturi, (β) Ακροφύσιο, (γ) Διάτρητο διάφραγμα

Ας υποθέσουμε τώρα ότι για κάποιο σωλήνα, με τη μορφή που απεικονίζεται στο Σχήμα, θεωρούμε: P_1 , u_1 , ρ_1 , A_1 . Αν την απόλυτη στατική πίεση, τη μέση ταχύτητα, την πυκνότητα του ρέοντος ρευστού και τη διατομή στη θέση ΑΑ και τις αντίστοιχες ποσότητες P_2 , u_2 , ρ_2 , A_2 στη θέση ΒΒ. Ας φανταστούμε επίσης ότι τα τοιχώματα του σωλήνα στις θέσεις ΑΑ και ΒΒ και η κατεύθυνση της ροής σε αυτές τις θέσεις, είναι παράλληλες με τον άξονα του σωλήνα.



Σχήμα 5.2: Ροή μέσω στένωσης.

Θα θεωρήσουμε ακόμη τη ροή σαν άτριβη και θα εισάγουμε διορθωτικούς συντελεστές λαθών που προκαλούνται από αυτήν και άλλες θεωρήσεις. Ξεχωρίζουμε τις παρακάτω περιπτώσεις ροής:

Ροή ασυμπίεστου ρευστού ($p_1 = p_2 = p$)

Η εξίσωση Bernoulli για ροή ασυμπίεστου ρευστού μεταξύ των σημείων 1 και 2 μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{σταθερό} \quad (5.1)$$

και εφαρμόζοντας την μεταξύ των διατομών AA και BB, έχουμε :

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\rho} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} \quad (5.2)$$

Επίσης η παροχή μάζας q_m παραμένει η ίδια και στις δύο διατομές (εξίσωση συνέχειας)

$$q_m = \rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2 \quad \text{ή} \quad u_1 = \frac{A_2 u_2}{A_1} \quad (5.3)$$

Αντικαθιστώντας έχουμε :

$$u_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right]}} \quad (5.4)$$

Οπότε παίρνουμε

$$q_m = A_2 \sqrt{\frac{2\rho(P_1 - P_2)}{1 - \left(\frac{A_2^2}{A_1^2} \right)}} \quad (5.5)$$

Και θέτοντας $m = \frac{A_2}{A_1}$ παίρνουμε

$$q_m = A_2 \sqrt{\frac{2\rho(P_1 - P_2)}{1 - m^2}} \quad (5.6)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας δίνει τη θεωρητική παροχή μάζας σε ροή ασυμπίεστου ρευστού μέσω στένωσης.

Για κάποιο συγκεκριμένο όργανο, οι διατομές A και A έχουν συγκεκριμένες τιμές και είναι συχνά βολικό να υπολογίζουμε την ποσότητα :

$$E = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{A_2}{A_1} \right)^2}} \quad (5.7)$$

Η ποσότητα αυτή ονομάζεται παράγοντας της ταχύτητας σύγκλισης .

Δύο άλλοι παράγοντες λαμβάνονται υπόψη στα στραγγαλιστικά όργανα. Αυτοί είναι: ο συντελεστής εκροής C (discharge coefficient) και ο συντελεστής παροχής α (flow coefficient). Αυτοί μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$C = \frac{q_m(\text{πραγματική})}{q_m(\text{ιδεατή})} \quad \text{και} \quad \alpha = CE \quad (5.8)$$

Ο συντελεστής εκροής C είναι ο παράγοντας που λαμβάνει υπόψη τις απώλειες λόγω του οργάνου, ενώ ο συντελεστής παροχής α συνδυάζει τις απώλειες λόγω οργάνου με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του οργάνου. Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω συντελεστές μπορούμε να γράψουμε ως εξής:

$$q_m(\text{πραγματική}) = \alpha A_2 \sqrt{2\rho(P_1 - P_2)} \quad (5.9)$$

Ροή συμπιεστού ρευστού ($\rho_1 \neq \rho_2$)

Η πυκνότητα του ρευστού στην περίπτωση αυτή, μεταβάλλεται συναρτήσει της πίεσης σύμφωνα με τους νόμους των αερίων. Πρακτικά η ροή κατά μήκος του οργάνου είναι επαρκώς γρήγορη και η εκτόνωση (η P2 είναι μικρότερη της P1) του ρευστού στη στένωση μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαβατική και άτριβη (δηλ. ισεντροπική). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των διατομών AA και BB (όπως και στην προηγούμενη ενότητα) και σε συμφωνία με τις ισεντροπικές σχέσεις μεταξύ των λόγων πίεσης και πυκνότητας, έχουμε:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (5.10)$$

Η εξίσωση της συνέχειας (ίση μάζα αέρα διέρχεται από τις διατομές A1, A2 ανά μονάδα χρόνου), εκφράζεται όπως και πριν:

$$q_m = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2 \quad (5.11)$$

$$\text{και αφού} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5.12)$$

Έχουμε

$$u_1 = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{A_2}{A_1} u_2 \quad (5.13)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή της u1 στην εξίσωση και επιλύοντας ως προς u2 παίρνουμε :

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}}}} \quad (5.14)$$

$m = \frac{A_2}{A_1}$, η θεωρητική παροχή μάζας είναι :

$$q_m = A_2 \rho_2 u_2 = A_2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_1 u_2 = A_2 \sqrt{\frac{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \rho_1 P_2^{\frac{2}{\gamma}} P_1^{\frac{\gamma-2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}{1 - m^2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}}}} \quad (5.15)$$

Και εκτελώντας ορισμένες πράξεις :

$$q_m = A_2 \sqrt{\frac{2 P_1 \rho_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}}}{1 - m^2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}}}} \quad (5.16)$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να γραφτεί σε μια μορφή πιο κατάλληλη για πρακτική χρήση, περιέχοντας την πτώση πίεσης $\Delta P = (P_2 - P_1)$ κατά μήκος της στένωσης του στραγγαλιστικού οργάνου, η οποία είναι εύκολα μετρήσιμη και επιπλέον, η νέα αυτή μορφή, θα είναι πιο άμεσα συγκρίσιμη με αυτή που εκφράζει την παροχή μάζας σε ροή ασυμπίεστου ρευστού.

Ας θέσουμε λοιπόν ως τ τον λόγο P_2/P_1 όπου αυτός εμφανίζεται στην παραπάνω σχέση. Τότε μπορούμε να κάνουμε την ακόλουθη αντικατάσταση της P_1 , όταν αυτή εμφανίζεται μόνη της (όχι σαν μέρος του λόγου P_2/P_1):

$$P_1 = \frac{P_1}{P_1 - P_2} (P_1 - P_2) = (P_1 - P_2) \frac{1}{1 - \frac{P_2}{P_1}} = (P_1 - P_2) \frac{1}{1 - \tau} \quad (5.17)$$

Και η σχέση μπορεί πλέον να γραφτεί ως :

$$q_m = A_2 \sqrt{\frac{2 \rho_1 (P_1 - P_2)}{1 - m^2}} \sqrt{\frac{(1 - m^2) \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{1 - \tau} \left(1 - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \tau^{\frac{2}{\gamma}}}{1 - m^2 \tau^{\frac{2}{\gamma}}}} \quad (5.18)$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι είναι η εξίσωση της παροχής μάζας σε ροή ασυμπίεστου ρευστού, τροποποιημένη κατά τον όρο του δεύτερου ριζικού. Ο όρος αυτός ονομάζεται συντελεστής εκτόνωσης ή παράγοντας αποτόνωσης ε (expansibility factor) και λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή της πυκνότητας κατά την αποτόνωση του (συμπιεστού) ρευστού στην στένωση του στραγγαλιστικού οργάνου. Συνεπώς:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} (1 - m^2) \frac{1}{1 - \tau} \left(1 - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \tau^{\frac{2}{\gamma}}}{1 - m^2 \tau^{\frac{2}{\gamma}}}} \quad (5.19)$$

Παίρνοντας τώρα υπόψη και το συντελεστή παροχής α τότε μπορούμε να γράψουμε την σχέση στην εξής μορφή:

$$q_m = \alpha \varepsilon A_2 \sqrt{2\rho_1 (P_1 - P_2)} \quad (5.20)$$

Η σχέση είναι η γενική εξίσωση της παροχής μάζας (q_m) ρευστού που διέρχεται από κάποια στένωση. Η αντίστοιχη παροχή όγκου (q_v), μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$q_v = \frac{q_m}{\rho} \quad (5.21)$$

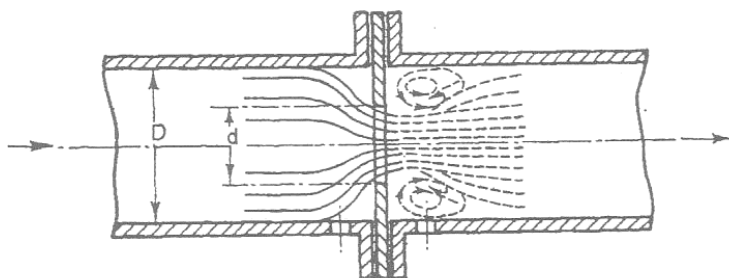
όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού στη θερμοκρασία και στην πίεση στις οποίες καθορίζεται ο όγκος του.

Σημείωση: Πρέπει να επισημανθεί ότι οι τιμές του συντελεστή παροχής α , για ένα συγκεκριμένο στραγγαλιστικό όργανο, εξαρτώνται μόνο από τον αριθμό Reynolds της ροής και όχι από το αν το ρέον ρευστό είναι συμπίεστο ή ασυμπίεστο. Έτσι για τον ίδιο αριθμό Reynolds, η τιμή του α στη σχέση παραμένει η ίδια, απλώς εισάγεται ο συντελεστής ε για συμπίεστο ρευστό (στην περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού θέτουμε $\varepsilon = 1$)

5.2 Πρακτική χρήση των οργάνων στραγγαλισμού της ροής

Η θεωρία βρίσκει εφαρμογή, στον υπολογισμό της παροχής με τη χρήση κάποιου στραγγαλιστικού οργάνου (διάφραγμα, ακροφύσιο ή σωλήνας Venturi). Όταν αυτά τα όργανα είναι τοποθετημένα με τον σωστό τρόπο στη ροή, η διαφορά πίεσης $\Delta P = (P_1 - P_2)$ που εμφανίζεται στη σχέση μπορεί συνήθως να μετρηθεί εύκολα και με μεγάλη ακρίβεια (μεγαλύτερη του 99%), χρησιμοποιώντας ακόμα και ένα μανόμετρο με όχι και πάρα πολύ μεγάλη ευαισθησία. Είναι προφανές το ότι αυτή η διαφορά πίεσης εξαρτάται από το λόγο $m = A_2/A_1$ (διατομή στένωσης προς διατομή του σωλήνα): αύξηση του λόγου m προκαλεί μείωση στην διαφορά πίεσης. Πρακτικοί παράγοντες θέτουν ένα κατώτατο όριο στο μέγεθος που μπορεί να πάρει η διατομή στένωσης («λαιμός») των οργάνων.

Η βασική δυσκολία όμως στην πρακτική εφαρμογή της χρήσης αυτών των οργάνων, προκύπτει από το γεγονός ότι η πραγματική παροχή ($q_{\text{πραγματικό}}$) είναι πάντα μικρότερη της θεωρητικής παροχής ($q_{\text{θεωρητικό}}$). Ο λόγος $q_{\text{πραγματικό}}/q_{\text{θεωρητικό}}$ ορίζει όπως είδαμε το συντελεστή εκροής C της στένωσης ($C < 1$) και η τιμή του εξαρτάται φυσικά από τον τύπο της στένωσης. Μπορούμε να ξεχωρίσουμε δύο τύπους στένωσης: αυτή των σωλήνων Venturi και των ακροφυσίων από τη μια, και αυτή των διαφραγμάτων από την άλλη. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι το ρευστό αφού περάσει τη στένωση του διαφράγματος, δε συνεχίζει με μορφή δέσμης ρευστού (πράγμα που αναγκάζεται να κάνει στους Venturi και τα ακροφύσια, λόγω γεωμετρίας), αλλά συστέλλεται για κάποια απόσταση μετά το διάφραγμα και στη συνέχεια διαστέλλεται καταλαμβάνοντας όλη τη διατομή του σωλήνα, όπως φαίνεται



Σχήμα 5.3: Ροή μέσω διαφράγματος

Στην πραγματικότητα η θέση της ελάχιστης διατομής ή λαιμού της στένωσης συμπίπτει με αυτή της ροής, και η κατεύθυνση της ροής στο λαιμό είναι παράλληλη με τον άξονα του σωλήνα στον οποίο πραγματοποιείται η ροή. Αυτές οι συνθήκες λαμβάνονται ως δεδομένες κατά τον σχηματισμό των θεωρητικών εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή, οι οποίες όμως δεν λαμβάνουν υπόψη:

- A) Την κατανομή της ταχύτητας σε ολόκληρη την διατομή του σωλήνα ή της στένωσης
- B) Την τριβή και
- Γ) Την τύρβη του ρευστού

Μιας όμως και οι απώλειες ενέργειας, λόγω των παραπάνω παραγόντων είναι σχετικά μικρές, βρίσκουμε ότι οι συντελεστές εκροής στις περισσότερες στενώσεις πλησιάζουν συνήθως τη μονάδα. Η διαφορά πίεσης που αντιστοιχεί σε αυτές πλησιάζει αυτή που υπολογίζεται από τις θεωρητικές σχέσεις ανάλογα με το αν η ροή είναι ασυμπίεστη ή όχι.

5.3 Περιορισμοί στη χρήση των στραγγαλιστικών οργάνων

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την παροχή κάποιου ρευστού σύμφωνα με τις σχέσεις που δόθηκαν, με προβλέψιμα όρια αβεβαιότητας και ικανοποιητική ακρίβεια, πρέπει να είμαστε σίγουροι για τα εξής:

A. Συνθήκες ροής

- Η ροή πρέπει να παραμένει υποηχητική στην περιοχή της μέτρησης.
- Ο ρυθμός της ροής πρέπει να παραμένει σταθερός ή πρακτικά να μεταβάλλεται ομαλά και αργά με το χρόνο (η ανάλυση των προηγούμενων παραγράφων δεν εφαρμόζεται σε παλμικά μεταβαλλόμενη ροή).
- Αν το ρευστό είναι αέριο, ο λόγος πιέσεων θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος από 0.75.

B. Τύπος του ρέοντος ρευστού

- Το ρευστό μπορεί να είναι συμπιεστό (αέριο) ή ασυμπίεστο (υγρό).
- Το ρευστό πρέπει να είναι ομογενές και μονοφασικό (δεν πρέπει να παρουσιάζει αλλαγή φάσης κατά τη διέλευση του από τη μετρητική συσκευή). Κολλοειδή διαλύματα με υψηλό βαθμό διασποράς μόνο (όπως το γάλα) μπορούν να χαρακτηριστούν ως μονοφασικά ρευστά,

- Κατά την πραγματοποίηση της μέτρησης είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την πυκνότητα και το ιξώδες του ρευστού στις συνθήκες της μέτρησης.

Γ. Απαιτήσεις εγκατάστασης

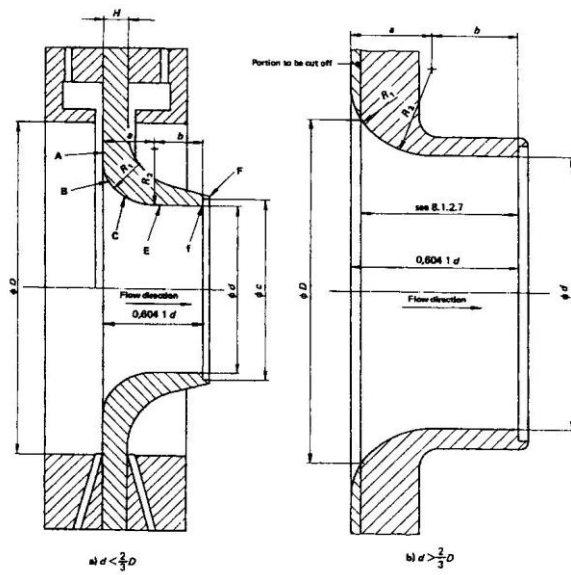
Η μετρητική διαδικασία εφαρμόζεται μόνο σε ρευστά που ρέουν μέσα σε σωλήνα κυκλικής διατομής

- Η διατομή του σωλήνα στην περιοχή της μέτρησης πρέπει να καταλαμβάνεται εξ ολοκλήρου από το ρέον ρευστό.
- Το στραγγαλιστικό όργανο θα πρέπει να εγκατασταθεί σε τέτοιο μέρος του σωλήνα, ώστε οι συνθήκες ροής που αναπτύσσονται αμέσως πριν απ' αυτό, να προσεγγίζουν επαρκώς αυτές μιας πλήρους διαμορφωμένης κατανομής ταχύτητας και να είναι απαλλαγμένες από στροβιλισμούς του ρευστού. Τέτοιες συνθήκες επιτυγχάνονται αν η τοποθέτηση του οργάνου ολοκληρωθεί.
- Η εσωτερική διάμετρος D του σωλήνα, στον οποίο πραγματοποιείται η ροή πριν και μετά το όργανο μέτρησης, θα πρέπει να είναι σύμφωνη με τις τιμές που δίνονται για κάθε τύπο στραγγαλιστικού οργάνου.

Επιπρόσθετα, κάθε τύπος στραγγαλιστικού οργάνου μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο σε καθορισμένα όρια μεγέθους σωλήνα και αριθμού Reynolds της ροής. Σύμφωνα με το διεθνή οργανισμό τυποποίησης (ISO), τα όρια αυτά για τα ακροφύσια και τους σωλήνες Venturi έχουν ως εξής:

D (mm)	$50 \leq D \leq 500$
β	$0.3 \leq \beta \leq 0.8$
Re_D	$70000 \leq Re_D \leq 10^7$ για $0.30 \leq \beta \leq 0.44$ $20000 \leq Re_D \leq 10^7$ για $0.44 \leq \beta \leq 0.80$

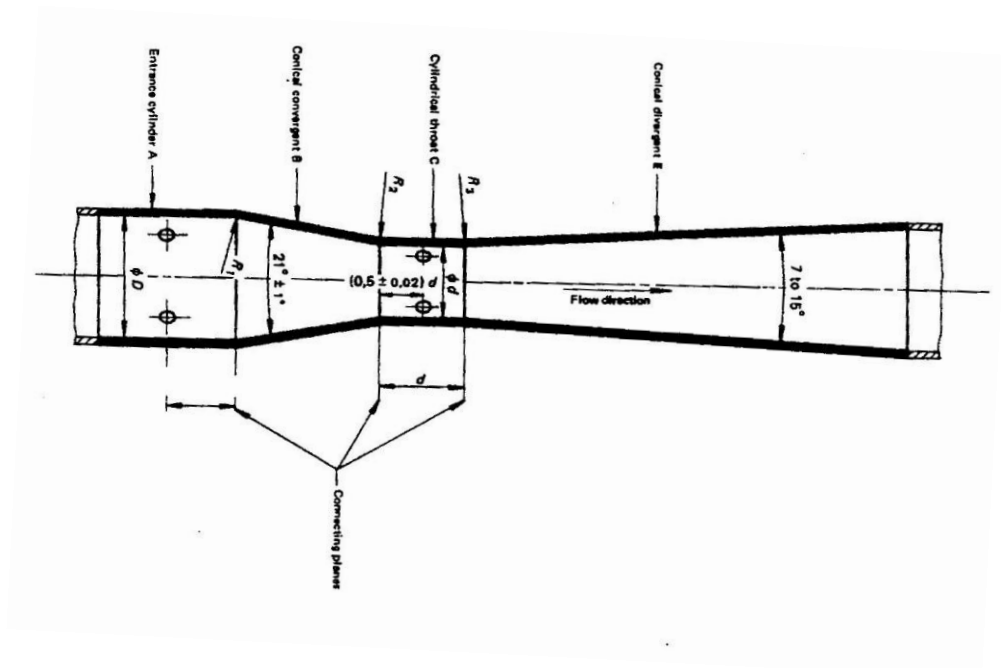
Πίνακας 5.1: Ακροφύσια (ISA 1932, nozzle)



Σχήμα 5.4: Ακροφύσιο ISA 1932.

D (mm)	$200 \leq D \leq 1200$
β	$0.4 \leq \beta \leq 0.7$
Re_D	$2 \times 10^5 \leq Re_D \leq 2 \times 10^6$

Πίνακας 5.2: Σωλήνες Venturi (Classical Venturi tube)



Σχήμα 5.5: Σωλήνας Venturi.

5.4 Επιλογή τύπου και μεγέθους στραγγαλιστικού οργάνου

Πρακτικά, όταν πρέπει να καθορίσουμε τη διάμετρο κάποιου στραγγαλιστικού οργάνου, το οποίο πρόκειται να τοποθετηθεί σε ένα συγκεκριμένο σωλήνα - με σκοπό τη μέτρηση της παροχής ρευστού - ο συντελεστής παροχής α που χρησιμοποιείται στη σχέση είναι γενικά άγνωστος. Έτσι εκ των προτέρων πρέπει να επιλεγούν τα επόμενα:

- 1) Ο τύπος του οργάνου που θα χρησιμοποιηθεί.
- 2) Η παροχή ρευστού και η αντίστοιχη διαφορά πίεσης ($P_1 - P_2$).

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τη σχέση με την μορφή. $\alpha\beta^2 = \frac{4q_m}{\varepsilon\pi D^2 \sqrt{2\rho_1\Delta P}}$

Εισάγοντας στην σχέση τις τιμές των q_m και ΔP που επιλέξαμε, προσδιορίζουμε με διαδοχικές προσεγγίσεις το λόγο β του επιλεγμένου τύπου οργάνου. Ο Πίνακας μας δίνει μερικές ενδείξεις για την επιλογή του τύπου του στραγγαλιστικού οργάνου, έτσι ώστε αυτό να μπορεί να ανταποκριθεί στα διαφορετικά χαρακτηριστικά της κάθε ροής.

Χαρακτηριστικά προς εξέταση	Ενδείξεις για την επιλογή του τύπου οργάνου
Διάμετρος σωλήνα, λόγος διαμέτρων β , αριθμός Reynolds	Για κάθε στραγγαλιστικό όργανο υπάρχουν περιοριστικές τιμές στη διάμετρο D , στο λόγο β και στον αριθμό Reynolds της ροής. Αν οι επιλεγμένες τιμές της διαφοράς πίεσης και της παροχής είναι τέτοιες ώστε η τιμή του β για κάποιο διάφραγμα (που υπολογίζεται με τον τρόπο που αναπτύχθηκε νωρίτερα), υπερβαίνει τα περιοριστικά όρια, είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουμε αντί αυτού κάποιο ακροφύσιο, αφού για τις ίδιες συνθήκες αυτό δίνει χαμηλότερη τιμή στο β .
Πτώση πίεσης	Για την ίδια διαφορά πίεσης, οι απώλειες πίεσης είναι 4 με 6 φορές μικρότερες σε έναν κλασσικό σωλήνα Venturi ή κάποιο ακροφύσιο Venturi απ' ό,τι στα διαφράγματα και τα ακροφύσια.
Ευθύγραμμο μήκος σωλήνα πριν και μετά το στραγγαλιστικό όργανο	Ο κλασσικός σωλήνας Venturi απαιτεί μικρότερα ευθύγραμμα τμήματα σωλήνα απ' ό,τι τα διαφράγματα και τα ακροφύσια.
Τύπος του ρευστού	Σε διαβρωτικά ρευστά, οι συντελεστές των διαφραγμάτων αλλάζουν με το χρόνο καθώς οι ακμές τους στρογγυλεύονται. Ο συντελεστής των ακροφυσίων και των σωλήνων Venturi επηρεάζεται από τις επιφανειακές επικαθίσεις σε μικρότερο βαθμό όμως απ' ό,τι στα διαφράγματα.
Ακρίβεια	Οι αβεβαιότητες στο συντελεστή παροχής ορίζονται για κάθε τύπο στραγγαλιστικού οργάνου.
Κόστος - Κατασκευή	Τα διαφράγματα είναι φθηνότερα και η κατασκευή τους απλούστερη απ' αυτήν των άλλων οργάνων.

Πίνακας 5.3: Ενδείξεις επιλογής

5.5 Οδηγίες εγκατάστασης στραγγαλιστικών οργάνων

Έχοντας στην κατοχή μας ένα στραγγαλιστικό όργανο το οποίο ανταποκρίνεται πλήρως στις κατασκευαστικές λεπτομέρειες που καθορίζονται με σαφήνεια απ' τους διεθνείς οργανισμούς τυποποίησης, πρέπει να έχουμε υπόψη μας τα παρακάτω για τη σωστή εγκατάστασή του:

1) Το στραγγαλιστικό όργανο θα πρέπει να τοποθετηθεί ανάμεσα σε δύο τομές κυλινδρικού ευθύγραμμου σωλήνα σταθερής διατομής στις οποίες δεν υπάρχει κάποια άλλη στένωση (εκτός αυτής στην περιοχή μέτρησης) ή κάποια διακλαδιζόμενη σύνδεση (ακόμη και αν δεν έχουμε ροή σ' αυτή την διακλάδωση κατά τη διάρκεια της μέτρησης). Το απαιτούμενο μήκος του ευθύγραμμου σωλήνα, πριν και μετά το όργανο, εξαρτάται από τη (ρύση της σύνδεσης, τον τύπο του στραγγαλιστικού οργάνου και το λόγο των διαμέτρων ($\beta=d/D$). Ο Πίνακας υποδεικνύει το ελάχιστο μήκος ευθύγραμμου σωλήνα που απαιτείται μεταξύ του στραγγαλιστικού οργάνου και διαφόρων συνδέσεων που πιθανόν να έχουν χρησιμοποιηθεί στη σωλήνωση. Όλα τα μήκη είναι εκφρασμένα ως πολλαπλάσια της διαμέτρου D του σωλήνα και πρέπει να μετρηθούν από τη διατομή εισόδου του στραγγαλιστικού οργάνου.

2) Η εσωτερική επιφάνεια του σωλήνα θα πρέπει να είναι καθαρή, χωρίς επικαθίσεις και σκουριές, σε μήκος τουλάχιστον $10D$ πριν και $4D$ μετά το όργανο. Για το λόγο αυτό, καλό είναι ο σωλήνας να έχει αποστραγγιστικές οπές και οπές εξαερισμού (για την απομάκρυνση των επικαθίσεων και τον καθαρισμό του). Αυτές θα πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον κατά $0.5D$ μακρύτερα από το στραγγαλιστικό όργανο και σε διαφορετικό επίπεδο από το επίπεδο των οπών μέτρησης της πίεσης. Η διάμετρός τους δεν θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από $0.08D$. Επιπρόσθετα, η σχετική τραχύτητα Kg/D του σωλήνα πριν από το όργανο δεν θα πρέπει να ξεπερνάει τις τιμές που δίνονται στον πίνακα 5.4.

3) Η περιοχή μέτρησης καθώς και τα απαιτούμενα ευθύγραμμα τμήματα σωλήνα πριν και μετά το όργανο θα πρέπει, κατά προτίμηση, να είναι θερμό μονωμένα (αυτό εξαρτάται απ' την ακρίβεια μέτρησης που θέλει να πετύχει ο κάθε χρήστης).

4) Το στραγγαλιστικό όργανο θα πρέπει να τοποθετηθεί κατά τέτοιο τρόπο στο σωλήνα, ώστε το ρευστό να εισέρχεται σε αυτό από την πλευρά που βρίσκεται η οπή μέτρησης της υψηλής πίεσης (που σημειώνεται με +).

5) Ο άξονας που διέρχεται από το κέντρο της διατομής στένωσης του οργάνου θα πρέπει κατά το δυνατόν να συμπίπτει με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της διατομής του σωλήνα.

Διαφορετικά η απόσταση e_x μεταξύ των δύο αξόνων θα πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από:

$$\frac{0.0005D}{0.1 + 2.3\beta^4} \quad (5.22)$$

Av

$$\frac{0.0005D}{0.1 + 2.3\beta^4} \leq e_x \leq \frac{0.0005D}{0.1 + 2.3\beta^4} \quad (5.23)$$

ένα επιπρόσθετο σφάλμα της τάξης του $\pm 0.3 \%$ υπεισέρχεται αριθμητικά στην αβεβαιότητα του συντελεστή παροχής α . Κάθε διαφορετική περίπτωση θα πρέπει να αποφεύγεται.

6) Η μέθοδος της προσαρμογής του στραγγαλιστικού οργάνου στο σωλήνα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε όταν αυτή επιτευχθεί, να εξασφαλίζει την ακινησία του οργάνου στις οποιεσδήποτε συνθήκες λειτουργίας του.

7) Όταν για την προσαρμογή χρησιμοποιούνται στερεωτικοί δακτύλιοι, φλάντζες, τσιμούχες κ.λπ. δεν θα πρέπει να υπεισέρχονται σε κανένα σημείο εντός του σωλήνα. Κάθε μορφή προσαρμογής θα πρέπει επίσης να επιτρέπει την ελεύθερη θερμική διαστολή του οργάνου, ώστε να αποφευχθούν τυχόν παραμορφώσεις του.

	Μήκος σωλήνα πριν το στραγγαλιστικό όργανο και:													
	90°-καμπύλου	Δύο ή περισσότερων		Συγχύτη	Διαχύτη									
β	τμήματος	90ο - καμπύλων τμημάτων:		2D σε D	0.5D σε D	Gate								
	σύνδεσης ή ταν	στο ίδιο	σε διαφορετικό	(3D σε D)	(0.75D σε D)	valve								
		επίπεδο	επίπεδο											
<0.20	10	14	34	5	16	12								
0.20	10	14	34	5	16	12								
0.25	10	14	34	5	16	12								
0.30	10(0.5)	16(1.5)	34(0.3)	5(0.5)	16(1.5)	12(1.5)								
0.35	12(0.5)	16(1.5)	36(0.5)	5(1.5)	16(1.5)	12(2.5)								
0.40	14(0.5)	18(1.5)	36(0.5)	5(2.5)	16(1.5)	12(2.5)								
0.45	14(1)	18(1.5)	38(0.5)	5(4.5)	17(2.5)	12(3.5)								
0.50	14(1.5)	20(1.5)	40(8.5)	6(5.5)	18(2.5)	12(3.5)								
0.55	16(2.5)	22(2.5)	44(12.5)	8(6.5)	20(3.5)	14(4.5)								
0.60	18(3)	26(3.5)	48(17.5)	9(8.5)	22(3.5)	14(4.5)								
0.65	22(4)	32(4.5)	54(23.5)	11(9.5)	25(4.5)	16(4.5)								
0.70	28(4)	36(4.5)	62(27.5)	14(10.5)	30(5.5)	20(5.5)								
0.75	36(4.5)	42(4.5)	70(29.5)	22(11.5)	38(6.5)	24(5.5)								
0.80	46	50	80	30	54	30								
Μήκος σωλήνα μετά το στραγγαλιστικό όργανο για όλες τις παραπάνω συνδέσεις:														
	4(4)	4(4)	4(4)	5(4)	5(4)	6(4)	6(4)	6(4)	6(4)	7(4)	7(4)	7(4)	8(4)	8(4)
Για β:	<0.2	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8

Πίνακας 5.4: Ελάχιστο μήκος σωλήνα σε διάφορες συνδεσμολογίες (οι τιμές εκτός παρενθέσεων αναφέρονται σε διαφράγματα, ακροφύσια και ακροφύσια Venturi, ενώ αυτές εντός παρενθέσεων για σωλήνες Venturi).

β	0.30	0.36	0.38	0.40	0.46	0.50	0.60	0.70	0.80
Διαφράγματα (corner taps) $10^4 k_s/D$	25.0	10.0	8.3	7.1	5.6	4.9	4.2	4.0	3.9
Ακροφύσια (ISA 1932) $10^4 k_s/D$	25.0	18.6	13.1	10.6	6.7	5.6	4.5	4.0	3.9
Ακροφύσια Venturi $10^4 k_s/D$	25.0	18.6	13.5	10.6	6.7	5.6	4.5	4.0	3.9

Πίνακας 5.5 Επιτρεπόμενη τραχύτητα σωλήνα

5.6 Υπολογισμός παροχής

Όπως είδαμε η γενική σχέση της παροχής μάζας ρευστού που διέρχεται από κάποια στένωση είναι:

$$q_m = \alpha \varepsilon A_2 \sqrt{2\rho_1 (P_1 - P_2)} \quad (5.24)$$

Για κυκλική διατομή ισχύει: $A_2 = \frac{\pi d^2}{4}$ και με $\Delta P = P_1 - P_2$

Μπορούμε να γράφουμε :

$$q_m = \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2\rho_1 \Delta P} \quad (5.25)$$

Ο υπολογισμός της παροχής πραγματοποιείται αν αντικαταστήσουμε τα μεγέθη που εμφανίζονται στο δεξιό μέρος της σχέσης με τις αριθμητικές τους τιμές. Προς τον σκοπό αυτό είναι χρήσιμες οι ακόλουθες επισημάνσεις:

- Η πυκνότητα ρ_1 απαιτείται να είναι γνωστή στο σημείο όπου μετρείται η πίεση P_1 (μπορεί ή να μετρηθεί απ' ευθείας ή να υπολογιστεί έχοντας σαν δεδομένες τη στατική πίεση P_1 και τη θερμοκρασία T_1 σ' αυτό το σημείο). Για τη μέτρηση της στατικής πίεσης P_1 είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε ξεχωριστή οπή μέτρησης και όχι αυτή που χρησιμοποιείται από τη συσκευή μέτρησης της διαφορικής πίεσης $\Delta P = P_1 - P_2$. Είναι επιτρεπτό όμως να χρησιμοποιήσουμε την πρώτη οπή μέτρησης της διαφορικής πίεσης, αν είναι εξακριβωμένο ότι από τη διπλή αυτή σύνδεση δεν επηρεάζεται η ορθότητα μέτρησης της διαφορικής πίεσης.
- Η θερμοκρασία T_1 είναι προτιμότερο να μετρείται σε κάποιο σημείο μετά το στραγγαλιστικό όργανο, και αυτό για να αποφύγουμε τις διαταραχές που θα προξενήσει η εσοχή του θερμομέτρου στη ροή του ρευστού μπροστά από το όργανο (η απόσταση μεταξύ του θύλακα του θερμομέτρου και του στραγγαλιστικού οργάνου θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με $5D$). Αυτή η διαφοροποίηση ως προς το σημείο μέτρησης της θερμοκρασίας δεν επιφέρει σχεδόν καμιά ανακρίβεια στον υπολογισμό της πυκνότητας μιας και μπορεί να υποτεθεί ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή στην περιοχή της μέτρησης.
- Η διάμετρος λαιμού d και η διάμετρος του σωλήνα D (η οποία υπεισέρχεται έμμεσα στην παραπάνω εξίσωση, μέσω των συντελεστών α και ε), πρέπει να αντιπροσωπεύονται από τις τιμές τους στις συνθήκες λειτουργίας (μιας και μετρούνται σε διαφορετικές συνθήκες). Για το λόγο αυτό πρέπει να γίνονται διορθώσεις οι οποίες λαμβάνουν υπόψη πιθανή διαστολή ή συστολή του στραγγαλιστικού οργάνου, εξαιτίας της μεταβολής της θερμοκρασίας και της πίεσης κατά τη διάρκεια της μέτρησης.
- Ο συντελεστής παροχής α προσδιορίζεται πειραματικά για κάθε στραγγαλιστικό όργανο και συνήθως δίνεται σαν δεδομένος από τον κατασκευαστή του οργάνου. Επίσης πίνακες με πειραματικά προσδιοριζόμενες τιμές του α παρέχονται από τους οργανισμούς τυποποίησης συναρτήσει του αριθμού Reynolds και του λόγου m . Γενικά μπορεί να ειπωθεί ότι:

$$\alpha = f(\text{Re}_D, m) \quad (5.26)$$

Η παραπάνω συναρτησιακή αποτελεί τη βάση στην οποία στηρίζονται κατά κανόνα όλοι οι εκδιδόμενοι πίνακες τιμών του α των οργανισμών τυποποίησης περιγράφεται επίσης από τους οργανισμούς τυποποίησης και διαφέρει για τον κάθε τόπο στραγγαλιστικού οργάνου.

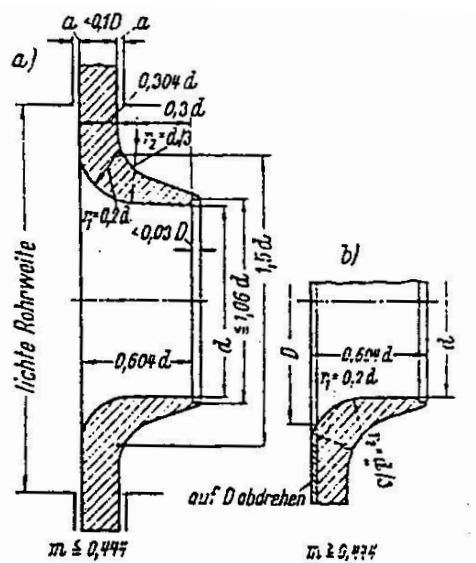
- Ο συντελεστής εκτόνωσης ε υπολογίζεται από τη σχέση που είναι για ακροφύσια , ακροφύσια Venturi και σωλήνες Venturi. Για διαφράγματα χρησιμοποιείται η εμπειρική σχέση .Οι παραπάνω σχέσεις εφαρμόζονται μόνο όταν $\tau = P_2 / P_1 \leq 0.75$. Πίνακες με πειραματικά προσδιοριζόμενες τιμές του ε παρέχονται από τους οργανισμούς τυποποίησης συναρτήσει του λόγου τ , του γ και του m (για αέρα $\gamma = 1.4$).

$$\varepsilon = 1 - \left(0.41 + 0.35\beta^4 \right) \frac{\Delta P}{\gamma P_1} \quad (5.27)$$

5.7 Τυποποίηση στραγγαλιστικών οργάνων κατά DIN 1952

5.7.1 Ακροφύσιο

Το standard ακροφύσιο των γερμανικών κανονισμών τυποποίησης DIN 1952 παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 5.6: Τυποποιημένο μετρητικό ακροφύσιο κατά DIN 1952.

Λήψεις πίεσης: Πρέπει να εφάπτονται του διαφράγματος και είναι είτε οπές πίεσης, είτε δακτυλιοειδή ανοίγματα με τις ακόλουθες διαστάσεις:

$$m < 0.45 \quad 0.005 D < a < 0.03 D \quad (5.28)$$

$$m > 0.45 \quad 0.01 D < a < 0.02 D \quad (5.29)$$

Πάχος ακροφυσίου $S' < S < 0.05 D$

Οι οπές 1 και 2 βρίσκονται αμέσως εκατέρωθεν του ακροφυσίου και ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{dV}{dt} = \alpha A_0 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (5.30)$$

$$\alpha = \frac{C}{\sqrt{1 - m^2}} \quad (5.31)$$

$$m = \frac{A_0}{A_1} = \beta^2 \quad (5.32)$$

$$A_0 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (5.33)$$

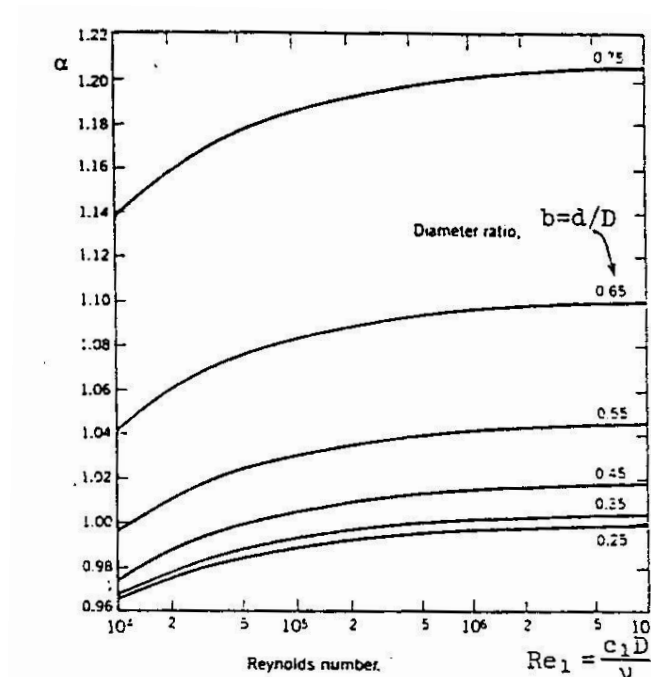
$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} \quad (5.34)$$

$$\beta = \frac{d}{D} \quad (5.35)$$

Ο πίνακας 5.6 δίνει το συντελεστή παροχής α συναρτήσει του m και του αριθμού Reynolds. Οι συντελεστές παροχής έχουν ληφθεί και ισχύουν για $D=50-500\text{mm}$ και λείους σωλήνες. Λόγω της προοδευτικής στένωσης του ακροφυσίου οι απώλειες είναι μικρές $C \rightarrow 1$. Πλεονεκτήματα του ακροφυσίου: Μέσο κόστος, μέσες απώλειες.

Για το ακροφύσιο ισχύει η ίδια σχέση για την παροχή, όπου ο συντελεστής παροχής α είναι, για συγκεκριμένη θέση των οπών πίεσης, συναρτήσει του αριθμού Reynolds και του $\beta=d/D$ ή του $m=A_0/A_1=d^2/D^2$.

Όπως φαίνεται από το σχήμα, σύμφωνα με πειραματικά αποτελέσματα, ισχύει $\alpha=\alpha(\beta)$ ή $\alpha=\alpha(m)$ για $Re_1 > 10^5$, ήτοι το α είναι συνάρτηση μόνο του β .



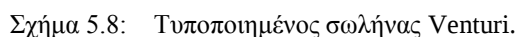
Σχήμα 5.7: Συντελεστής παροχής α ως συνάρτηση του Re_1 και β για ακροφύσια.

Re_1		2×10^4	3×10^4	5×10^4	7×10^4	10^5	10^6
m	m^2	α					
0.100	0.01				0.989	0.989	0.989
0.1414	0.02				0.993	0.993	0.993
0.1732	0.03				0.966	0.996	0.997
0.2000	0.04	0.981	0.989	0.996	0.999	1.000	1.000
0.2236	0.05	0.983	0.991	0.998	1.001	1.002	1.003
0.2449	0.06	0.985	0.993	1.000	1.004	1.005	1.006
0.2646	0.07	0.987	0.995	1.003	1.007	1.008	1.009
0.2828	0.08	0.990	0.998	1.006	1.010	1.011	1.012
0.3000	0.09	0.993	1.001	1.009	1.013	1.014	1.016
0.3162	0.10	0.997	1.004	1.012	1.016	1.017	1.020
0.3317	0.11	1.001	1.008	1.016	1.020	1.021	1.024
0.3464	0.12	1.005	1.012	1.020	1.024	1.025	1.028
0.3606	0.13	1.009	1.016	1.023	1.028	1.029	1.031
0.3742	0.14	1.014	1.020	1.027	1.031	1.033	1.035
0.3873	0.15	1.018	1.024	1.031	1.035	1.037	1.039
0.4000	0.16	1.023	1.028	1.035	1.039	1.041	1.043
0.4123	0.17	1.027	1.032	1.039	1.043	1.045	1.047
0.4243	0.18	1.032	1.037	1.043	1.047	1.049	1.051
0.4359	0.19	1.037	1.041	1.047	1.051	1.053	1.055
0.4472	0.20	1.042	1.046	1.052	1.055	1.057	1.059
0.4583	0.21	1.047	1.051	1.056	1.059	1.061	1.063
0.4690	0.22	1.053	1.057	1.061	1.064	1.065	1.067
0.4796	0.23	1.058	1.062	1.066	1.069	1.070	1.071
0.4899	0.24	1.064	1.068	1.071	1.073	1.074	1.076
0.5000	0.25	1.070	1.074	1.076	1.078	1.079	1.081
0.5099	0.26	1.077	1.080	1.081	1.083	1.084	1.085
0.5196	0.27	1.083	1.086	1.087	1.088	1.089	1.090
0.5292	0.28	1.090	1.092	1.092	1.093	1.094	1.095
0.5385	0.29	1.097	1.098	1.098	1.099	1.099	1.100
0.5477	0.30	1.104	1.105	1.104	1.104	1.104	1.105
0.5568	0.31	1.111	1.111	1.110	1.110	1.110	1.110
0.5657	0.32	1.118	1.118	1.116	1.116	1.115	1.115
0.5745	0.33	1.125	1.125	1.123	1.122	1.121	1.121
0.5831	0.34	1.133	1.132	1.129	1.128	1.127	1.126
0.5916	0.35	1.141	1.139	1.136	1.134	1.133	1.132
0.6000	0.36	1.149	1.146	1.142	1.140	1.139	1.138
0.6083	0.37	1.157	1.154	1.149	1.147	1.146	1.144
0.6164	0.38	1.165	1.161	1.156	1.154	1.152	1.150
0.6245	0.39	1.173	1.169	1.163	1.161	1.159	1.156
0.6325	0.40	1.182	1.177	1.171	1.168	1.166	1.163
0.6403	0.41	1.191	1.185	1.179	1.176	1.173	1.170

Πίνακας 5.6: Συντελεστής παροχής ακροφυσίου κατά DIN $\alpha = \alpha(m^2, Re_1)$ ισχύουν για $D=50 \div 500mm$

5.7.2 Σωλήνας Venturi

Το standard ακροφύσιο Venturi (Normventuriduse) σύμφωνα με τους κανονισμούς DIN 1952 παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα, όπου μετά το καμπυλωτό τμήμα εισόδου ακολουθεί ευθύγραμμο τμήμα και ακολούθως κωνικός διαχύτης, στον οποίο η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε πίεση.



Η διάμετρος της οπής για τη μέτρηση της μικρής πίεσης (λαιμός) είναι το ανώτερο $\delta=0.04d$ και πρέπει να βρίσκεται στα όρια $2\text{mm}<\delta<10\text{mm}$. Η μέγιστη γωνία του διαχύτη είναι $\phi/2=15^\circ$. Πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι ο συντελεστής παροχής του σωλήνα Venturi είναι στο διάστημα $0.98\div 0.995$ σε υψηλούς αριθμούς Reynolds ($Re_1>2\times 10^5$). Η τιμή $C=0.99$ χρησιμοποιείται με ακρίβεια $\pm 1\%$ για υψηλούς αριθμούς Reynolds, ενώ οι κατασκευαστές πρέπει να δίνουν την τιμή του C για χαμηλότερους αριθμούς Reynolds. Γενικά οι μόνιμες απώλειες ως ποσοστό της διαφοράς πίεσης p_1-p_2 είναι μικρότερες για το ακροφύσιο Venturi όπως φαίνεται στο σχήμα () σε σύγκριση με το ακροφύσιο και το διάφραγμα.

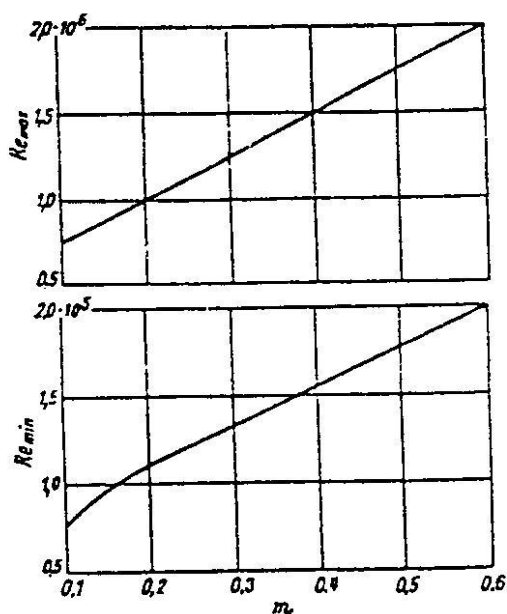


Στο πίνακα 5.7 παρουσιάζονται οι συντελεστές παροχής α συναρτήσει του m για διαμέτρους $D=65\div 500\text{mm}$ και $m=0.1\div 0.6$. Όσον αφορά τα όρια εφαρμογής του πίνακα εξαρτώνται από τον αριθμό Reynolds, όπως φαίνεται στο σχήμα () $Re_{\min} < Re_1 < Re_{\max}$. Το κατώτερο όριο προκύπτει από τη σταθερότητα του α , το δε άνω όριο από τα υπάρχοντα πειραματικά αποτελέσματα.

m	m ²	α ₀	m	m ²	α ₀
0.1	0.01	0.989	0.4472	0.20	1.066
0.1414	0.02	0.993	0.4583	0.21	1.070
0.1732	0.03	0.997	0.4690	0.22	1.075
0.2000	0.04	1.001	0.4796	0.23	1.080
0.2236	0.05	1.005	0.4899	0.24	1.086
0.2449	0.06	1.009	0.5000	0.25	1.091
0.2646	0.07	1.013	0.5099	0.26	1.096
0.2828	0.08	1.016	0.5196	0.27	1.102
0.3000	0.09	1.020	0.5292	0.28	1.107
			0.5385	0.29	1.113
0.3162	0.10	1.024			
0.3317	0.11	1.027	0.5477	0.30	1.119
0.3464	0.12	1.031	0.5568	0.31	1.124
0.3606	0.13	1.035	0.5657	0.32	1.130
0.3742	0.14	1.039	0.5745	0.33	1.136
0.3873	0.15	1.043	0.5831	0.34	1.142
0.4000	0.16	1.048	0.5976	0.35	1.149
0.4123	0.17	1.052	0.6000	0.36	1.155
0.4243	0.18	1.057			
0.4359	0.19	1.061			

Πίνακας 5.7: Συντελεστής παροχής $\alpha = \alpha(m^2)$ για τυποποιημένα κατά DIN Venturi, ισχύουν για $D=65\div 500\text{mm}$ και για Re κατά το Σχήμα 5.8.

Ο σωλήνας Venturi παρουσιάζει ως πλεονέκτημα τις μικρές απώλειες και ως μειονέκτημα το μεγάλο κόστος, που οφείλεται στην ειδική διαμόρφωσή του.



Σχήμα 5.10: Όρια αριθμού Reynolds ισχύος εφαρμογής του Πίνακα 5..

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

6.1 Διαδικασία σχεδιασμού του μοντέλου

Πριν αρχίσει η διαδικασία σχεδιασμού στο πρόγραμμα GAMBIT, επιλέχθηκε το πρόγραμμα επίλυσης FLUENT5/6 στο κεντρικό μενού Solver→FLUENT5/6. Στην συνέχεια, τοποθετήθηκαν κορυφές (vertex) που σχετίζονται με την γεωμετρία του εξαμιστή και ενώθηκαν μεταξύ τους με ευθείες –άκρες περιοχών (edges). Το πρώτο βήμα πραγματοποιείται με την επιλογή Geometry→Vertex→Create Vertex, όπου τοποθετούνται τα σημεία, σύμφωνα με τις αντίστοιχες διαστάσεις και, αφού πραγματοποιηθεί αυτό, ενώνονται με την εντολή Geometry→Edge→CreateEdge

Στη συνέχεια, δημιουργούμε επιφάνειες που ορίζονται από τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζουν οι άκρες (Edges) μεταξύ τους. Αυτό γίνεται μέσω της εντολής Geometry→Face→Form Face και επιλέγοντας τις άκρες που απαρτίζουν την κάθε επιφάνεια. Με αυτό το βήμα ολοκληρώνεται ο προσδιορισμός της γεωμετρίας του μοντέλου και μπορούμε να προχωρήσουμε στην δημιουργία κόμβων (nodes) και στοιχείων (elements).

Για την εισαγωγή κόμβων στο μοντέλο, πραγματοποιήθηκε η εντολή Mesh→Edge→Mesh Edges, όπου επιλέχθηκαν κατά ομάδες οι άκρες, για να δημιουργηθεί ο ίδιος αριθμός κόμβων μεταξύ τους.

Αφού γίνει η διακριτοποίηση για όλες τις άκρες του πλέγματος, εκτελείται η εντολή Mesh→Face→Mesh Faces για την ένωση των κόμβων μεταξύ τους και την δημιουργία των στοιχείων (elements) από τα οποία απαρτίζεται το πλέγμα.

Όταν δημιουργηθεί το πλέγμα, θα πρέπει να οριστούν ζώνες και κάποιες ιδιότητες τους, που ορίζουν τις φυσικές και λειτουργικές ιδιότητες του μοντέλου στις οριακές περιοχές του ή στο εσωτερικό του. Υπάρχουν δύο τύποι ιδιοτήτων ζωνών:

- Τύποι ορίων (boundary types) και
- Τύποι συνέχειας (continuum types).

Οι ζώνες ορίων ορίζονται με την εντολή Zones→Specify Boundary Types. Οι ζώνες ορίων που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο είναι:

- Wall: Τοίχωμα που απαγορεύει την διέλευση ρευστού. Στην επιφάνεια των τοιχωμάτων ορίζεται η οριακή συνθήκη της μηδενικής ταχύτητας ροής.
- VelocityInlet: Αυτή η συνθήκη χρησιμοποιείται για να ορίσει την ταχύτητα του ρευστού, μαζί με άλλα μονόμετρα μεγέθη της ροής, στις εισόδους του ρευστού.
- Outflow: Αυτός ο τύπος χρησιμοποιείται για τις εξόδους του ρευστού, όπου η ταχύτητα και η πίεση του ρευστού δεν είναι γνωστά, πριν την επίλυση του προβλήματος. Δεν χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις συμπιεστής ροής.

6.2 Εισαγωγή του μοντέλου στο FLUENT

Εκτελώντας το πρόγραμμα FLUENT(έκδοση 6.3.26), επιλέγεται η έκδοση “2ddp”, καθώς πρόκειται για μοντέλο δύο διαστάσεων και λόγω της διφασικής ροής απαιτείται υψηλή ακρίβεια στους υπολογισμούς. Με την εντολή Files→Read→Case, επιλέχθηκε το mesh που δημιουργήθηκε προηγουμένως.

6.3 Υπολογιστικό μοντέλο

6.3.1 Σχεδιασμός μοντέλου σωλήνα

Ξεκινώντας, ένα μοντέλο του σωλήνα με το διάτρητο διάφραγμα σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα GAMBIT 2.4.6 της Fluent Inc., το οποίο ειδικεύεται στη δημιουργία πλεγμάτων (geometry and mesh generation). Παρακάτω θα περιγραφούν αναλυτικά οι λεπτομέρειες του μοντέλου και της διαδικασίας σχεδιασμού του.

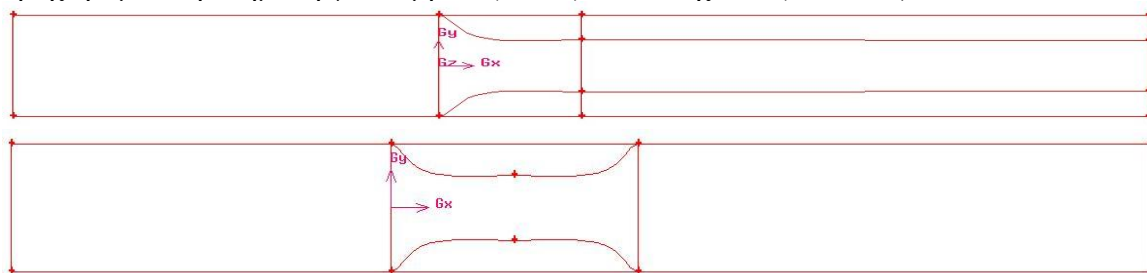
6.3.2 Αναπαράσταση και διαστάσεις μοντέλου

Τα μοντέλα αναπαριστούν το εσωτερικό δύο σωλήνων μήκους 80 και 90cm στους οποίους παρεμβάλλεται ένα ακροφύσιο και ένα ακροφύσιο Venturi. Η εσωτερική διάμετρος (υδραυλική) του σωλήνα είναι 10 cm, ενώ για την διάμετρο του ακροφυσίου και του ακροφυσίου Venturi διακρίνουμε 2 περιπτώσεις: 5 και 7 cm.

6.3.3 Διαδικασία σχεδιασμού του μοντέλου

Πριν ξεκινήσουμε να σχεδιάζουμε το μοντέλο στο πρόγραμμα GAMBIT, επιλέγουμε το πρόγραμμα επίλυσης FLUENT 5/6 στο κεντρικό μενού Solver→FLUENT 5/6. Στη συνέχεια, τοποθετούμε κορυφές (vertex) που σχετίζονται με την γεωμετρία του μοντέλου και τις ενώνουμε μεταξύ τους με ευθείες – άκρες περιοχών (edges). Το πρώτο βήμα πραγματοποιείται με την επιλογή Geometry→Vertex →Create Vertex, όπου τοποθετούνται τα σημεία σύμφωνα με τις αντίστοιχες διαστάσεις και αφού πραγματοποιηθεί αυτό, ενώνονται με την εντολή Geometry→Edge →Create Edge.

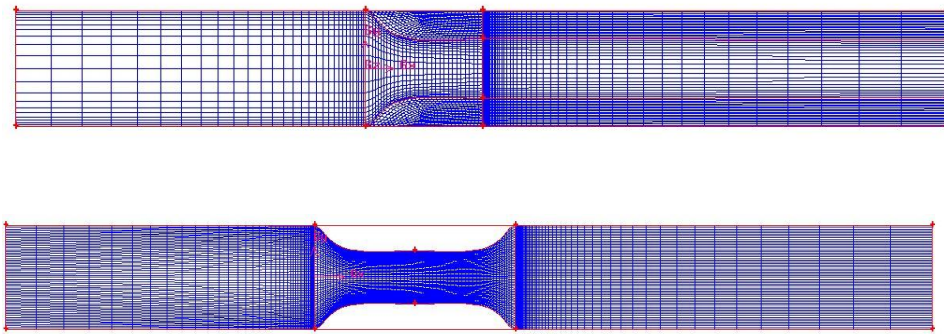
Εν συνεχεία, δημιουργούμε επιφάνειες που ορίζονται από τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζουν οι άκρες (edges) μεταξύ τους. Αυτό γίνεται με την εντολή Geometry→Face→Create Face, επιλέγοντας τις ευθείες που απαρτίζουν την κάθε επιφάνεια. Με αυτό το βήμα ολοκληρώνεται ο προσδιορισμός της γεωμετρίας του μοντέλου και προχωράμε στην δημιουργία κόμβων (nodes) και στοιχείων (elements).



Σχήμα 6.1: Το πρώτο βήμα σχεδιασμού του μοντέλου

Για να εισάγουμε κόμβους στο μοντέλο, επιλέξαμε την εντολή Mesh→Edge→Mesh Edges, όπου επιλέξαμε κατά ομάδες τις ευθείες, για να δημιουργηθεί ο ίδιος αριθμός κόμβων μεταξύ τους.

Αφού γίνει η διακριτοποίηση για όλες τις ευθείες του πλέγματος, επιλέγουμε την εντολή Mesh→Face→Mesh Faces για να ενωθούν οι κόμβοι μεταξύ τους και για να δημιουργηθούν τα στοιχεία (elements) από τα οποία απαρτίζεται το πλέγμα.



Σχήμα 6.2: Ολοκληρωμένο πλέγμα

Μετά τη δημιουργία του πλέγματος, θα πρέπει να οριστούν ζώνες και κάποιες ιδιότητες τους, που ορίζουν τις φυσικές και λειτουργικές ιδιότητες του μοντέλου στις οριακές περιοχές του ή στο εσωτερικό του.

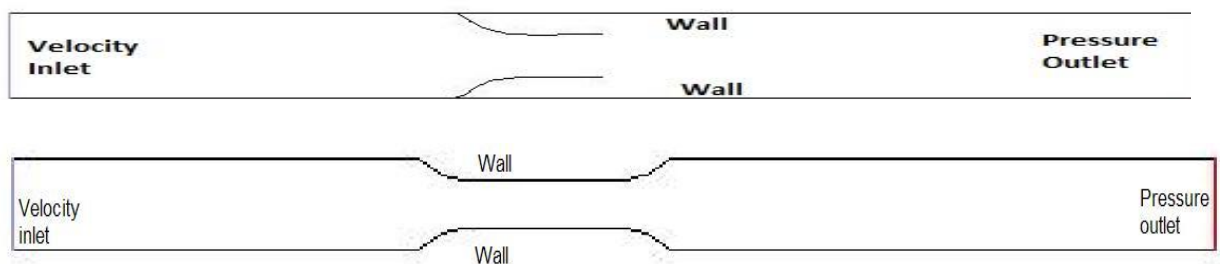
Υπάρχουν 2 τύποι ιδιοτήτων ζωνών:

- Τύποι ορίων (boundary types)
- Τύποι συνέχειας (continuum types)

Οι ζώνες ορίων ορίζονται με την εντολή Zones→Specify Boundary Types. Οι ζώνες ορίων που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο είναι:

- **Wall:** Τοίχωμα που απαγορεύει την διέλευση ρευστού. Στην επιφάνεια των τοιχωμάτων ορίζεται η οριακή συνθήκη της μηδενικής ταχύτητας ροής.
- **Velocity Inlet:** Αυτή η συνθήκη χρησιμοποιείται για να ορίσει την ταχύτητα του ρευστού, μαζί με άλλα μονόμετρα μεγέθη της ροής, στις εισόδους του ρευστού.
- **Outflow:** Αυτός ο τύπος χρησιμοποιείται για τις εξόδους του ρευστού, όπου η ταχύτητα και η πίεση του ρευστού δεν είναι γνωστά, πριν την επίλυση του προβλήματος. Δεν χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις συμπιεστής ροής.

Τα εσωτερικά τοιχώματα του σωλήνα και το διάτρητο διάφραγμα ορίζονται ως Wall, η είσοδος του μίγματος ως Velocity Inlet, η έξοδος του μίγματος ως Outflow.



Σχήμα 6.3: Οι ζώνες ορίων στο μοντέλο

Αντιστοίχως, η ζώνη συνέχειας που χρησιμοποιείται είναι η εξής:

- Fluid: Αυτό επιλέγεται για περιοχές που περιέχουν μόνο ρευστά. Στα κελιά με αυτή την ζώνη επιλύονται όλες οι εξισώσεις που θα επιλεγθούν πριν την επίλυση.

Σε αυτό το σημείο ολοκληρώνεται η διαδικασία σχεδιασμού του μοντέλου και μπορεί να εξαχθεί σαν πλέγμα (mesh) μέσω της εντολής File→Export→Mesh.

6.4 Αριθμός κελιών και πυκνότητα του υπολογιστικού πλέγματος

Το υπολογιστικό πλέγμα του μοντέλου απαρτίζεται:

1)Ακροφύσιο

α) για **d=5 cm** από **5200** κελιά

β) για **d=7 cm** από **3750** κελιά

2)Σωλήνας Venturi

α) για **d=5 cm** από **10800** κελιά

β) για **d=7 cm** από **10800** κελιά

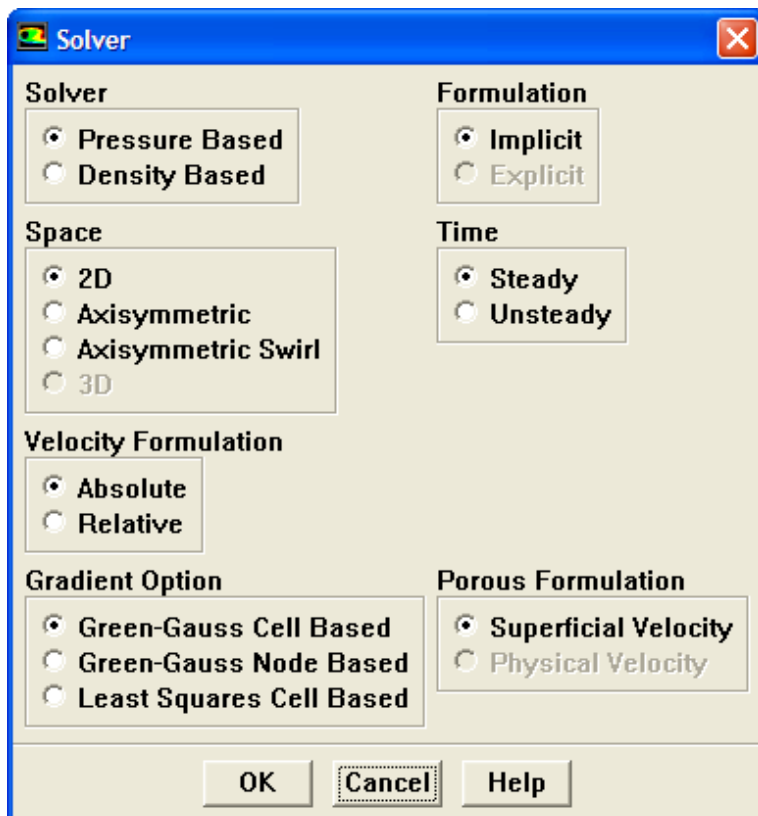
Το πλέγμα δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, αλλά είναι πιο πυκνό στην περιοχή του διαφράγματος, καθώς είναι η πιο κρίσιμη περιοχή.

6.5 Έλεγχος πλέγματος

Το πλέγμα πρώτα πρέπει να ελεγχθεί για την ορθότητά του. Αυτό γίνεται μέσω της εντολής Grid→Check. Παρατηρείται ότι ο μέγιστος και ο ελάχιστος όγκος είναι θετικοί αριθμοί, τα κελιά -στοιχεία είναι σωστά συνδεδεμένα μεταξύ τους και ότι δεν υπάρχει κάποιο σφάλμα στο πλέγμα.

6.6 Ρύθμιση παραμέτρων και επίλυση

Μέσω του μενού Define→Models→Solver, επιλέχθηκε η μέθοδος επίλυσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα

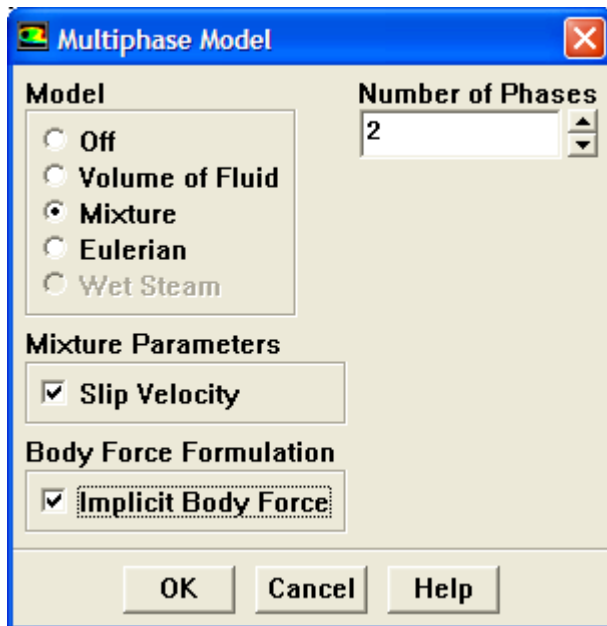


Σχήμα 6.4

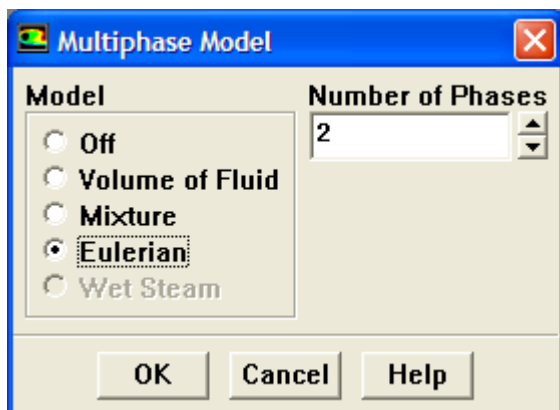
Στο πεδίο Solver, επιλέχθηκε το Pressure Based, δηλαδή ο επιλύτης που βασίζεται σε εξισώσεις πίεσης. Ο Pressure Based επιλύτης χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο που ανήκει σε μια γενική κατηγορία των μεθόδων που ονομάζεται μέθοδος προβολής. Στη μέθοδο προβολής, όπου ο περιορισμός της διατήρησης της μάζας (συνέχεια) του πεδίου ταχύτητας επιτυγχάνεται με την επίλυση μιας εξίσωσης πίεσης (ή διόρθωσης πίεσης). Η εξίσωση της πίεσης προέρχεται από τις εξισώσεις συνέχειας και ορμής κατά τέτοιο τρόπο ώστε το πεδίο ταχύτητας, όπως διορθώθηκε από την πίεση, να ικανοποιεί τη συνέχεια. Δεδομένου ότι οι κύριες (governing) εξισώσεις είναι μη γραμμικές και συνδυαζόμενες μεταξύ τους, η διαδικασία επίλυσης περιλαμβάνει επαναλήψεις όπου το σύνολο των εξισώσεων που διέπουν λύνεται μέχρι να συγκλίνει η λύση. Η χρονική διακριτοποίηση είναι πεπλεγμένη (implicit). Επίσης στο πεδίο Space επιλέγεται η δισδιάστατη ροή, ενώ στο Time δηλώνεται ότι η ροή είναι σταθεροποιημένη (steady). Οι υπόλοιπες επιλογές του μενού αφήνονται όπως είναι προεπιλεγμένες από το πρόγραμμα.

6.6.1 Επιλογές πολυφασικής ροής

Στο μενού Define→Models→Multiphase, που φαίνεται στο Σχήμα , επιλέχθηκαν το μοντέλο μίξης (mixture model) και το μοντέλο Eulerian . Οι φάσεις (number of phases) του ρευστού είναι δύο, η ταχύτητα ολίσθησης μιας φάσης ως προς την άλλη (slip velocity) επιλέχθηκε να υπολογιστεί



Mixture

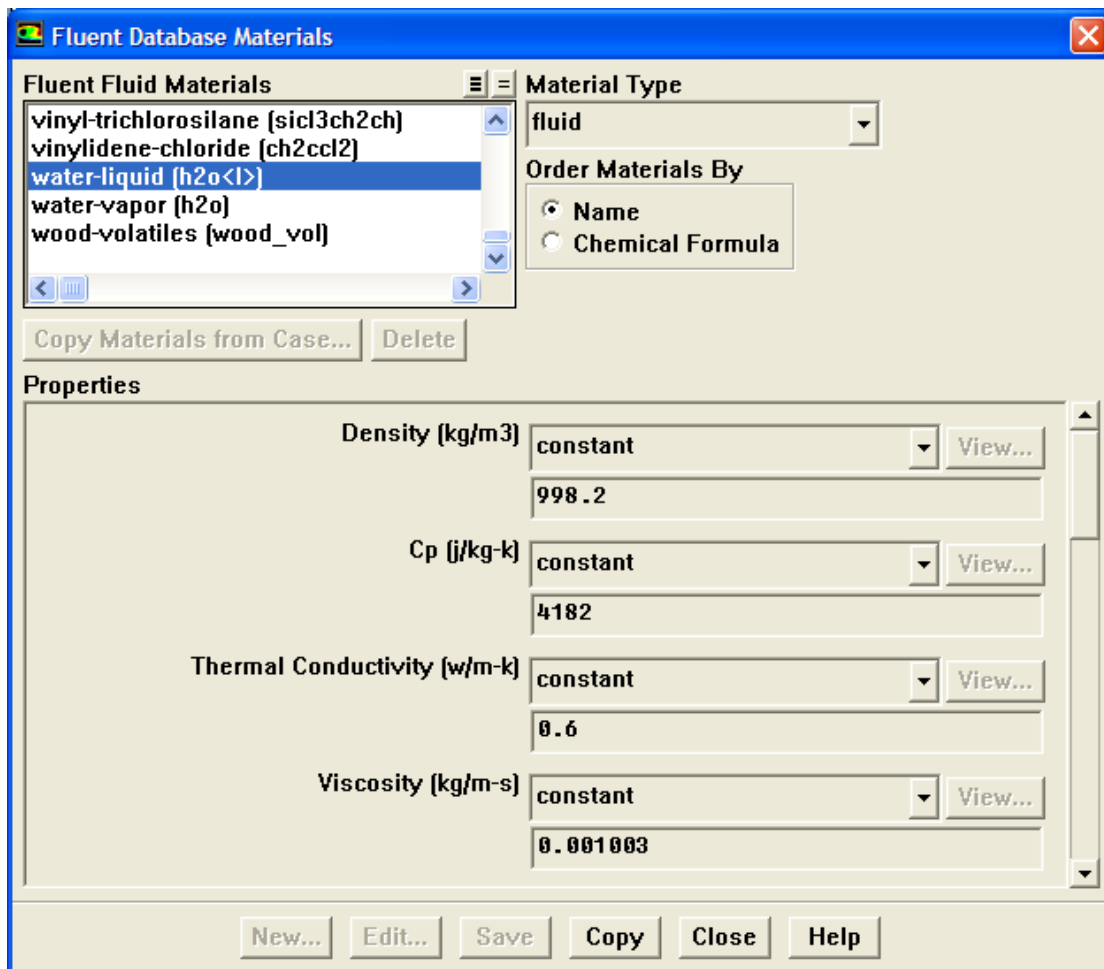


Eulerian

Σχήμα 6.5

6.6.2 Επιλογή Υλικών

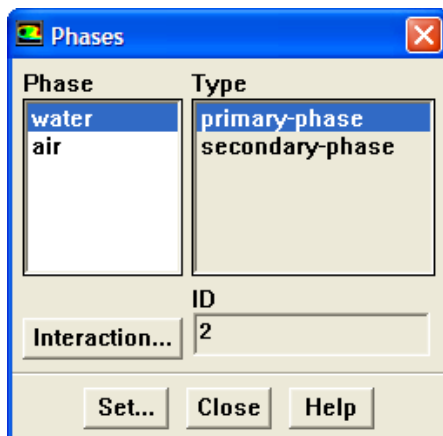
Η διφασική ροή είναι νερού – αέρα , οπότε επιλέγουμε Define→Materials και αφήνουμε το Default για τον αέρα και στην συνέχεια για να επιλέξουμε το νερό Define→Materials→Fluent Database, βρίσκουμε στον κατάλογο (για Material Type→fluid) το water-liquid (h2o<l>) και πατάμε Copy



Σχήμα 6.6

6.6.3 Εισαγωγή Ρυθμίσεων Φάσεων

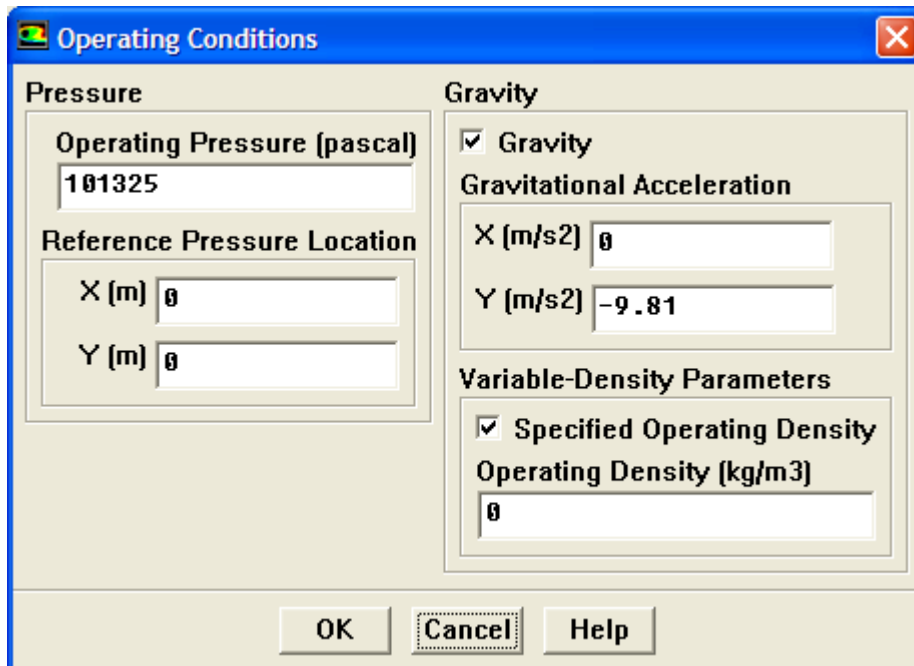
Έχοντας ορίσει τις διακριτές φάσεις υγρού νερού και αέρα, ορίστηκε το υγρό νερό ως πρωτεύουσα φάση και ο αέρας ως δευτερεύουσα φάση



Σχήμα 6.7

6.6.4 Εισαγωγή συνθηκών λειτουργίας

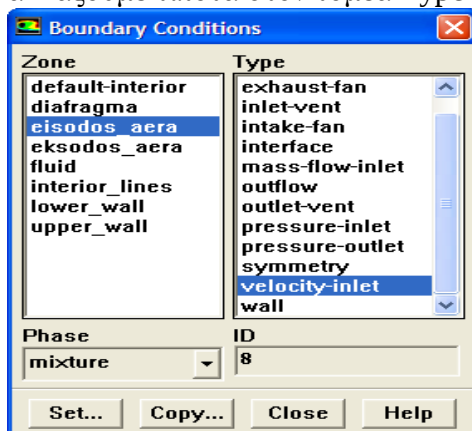
Από το μενού Define→Operating Conditions, στον τομέα Pressure δεν αλλάζουμε καμία τιμή. Στον τομέα Gravity επιλέγουμε το Gravity και για Gravitational Acceleration βάζουμε στο Y (m/s²) την τιμή -9.81. Στον τομέα Variable-Density Parameters επιλέγουμε το Specified Operating Density και στο Operating Density (kg/m³) βάζουμε την τιμή 0. Τα παραπάνω φαίνονται και στο σχήμα 6.8



Σχήμα 6.8

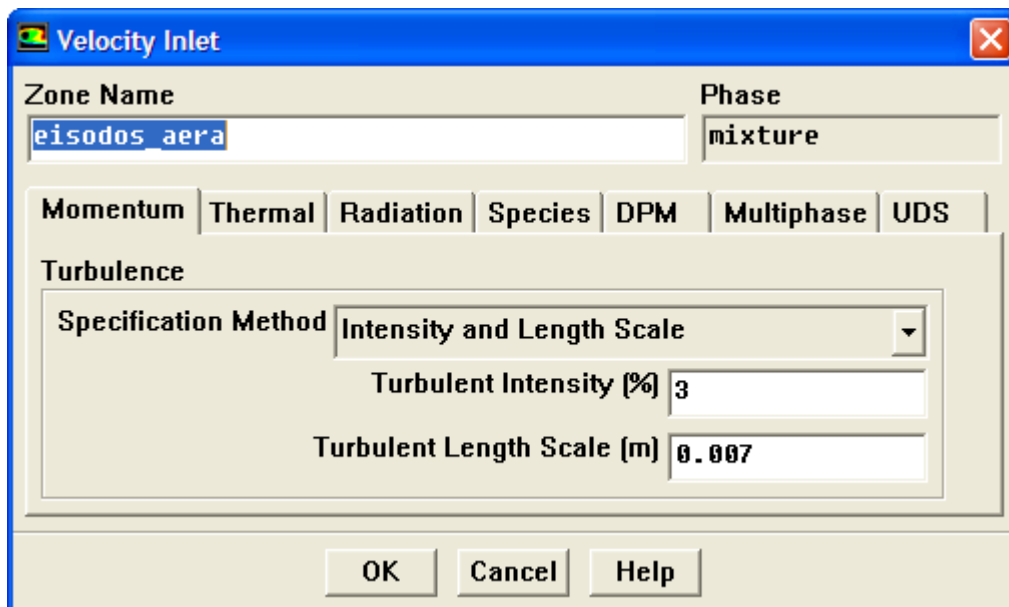
6.6.5 Εισαγωγή οριακών συνθηκών

Από το μενού Define→Boundary Conditions στον τομέα Zone επιλέγουμε eisodos_aera, δεν αλλάζουμε τίποτα στον τομέα Type και στον τομέα Phase επιλέγουμε mixture.



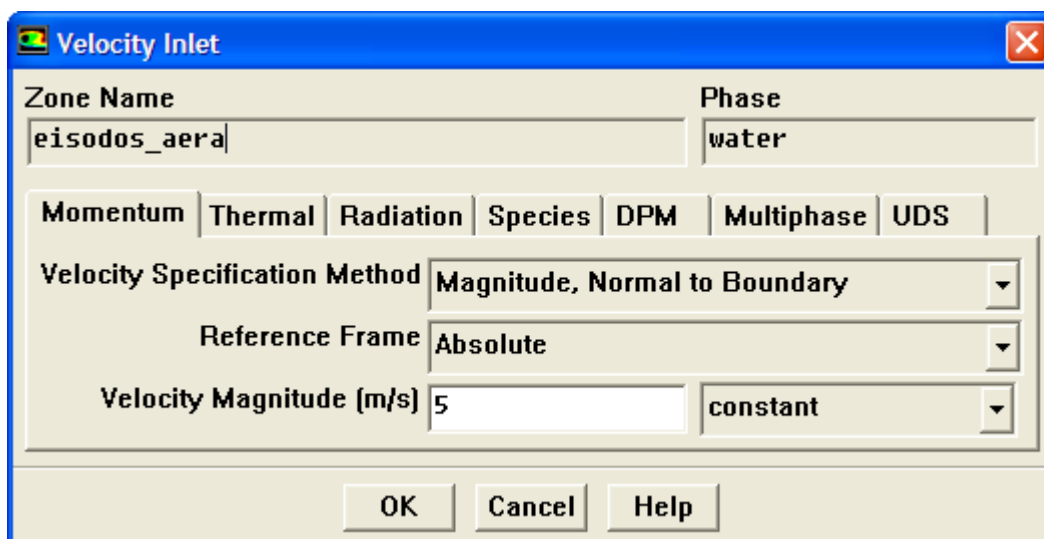
Σχήμα 6.9

Πατώντας Set εμφανίζεται το μενού του Velocity Inlet για το μίγμα. Σε αυτό το μενού, στην καρτέλα Momentum, στον τομέα Turbulence για Specification Method επιλέγουμε Intensity and Length Scale. Στο Turbulent Intensity (%) εισάγουμε την τιμή 3. Στο Turbulent Length Scale (m) εισάγουμε την τιμή 0.007. (Αυτό ισχύει για όλες τις περιπτώσεις)



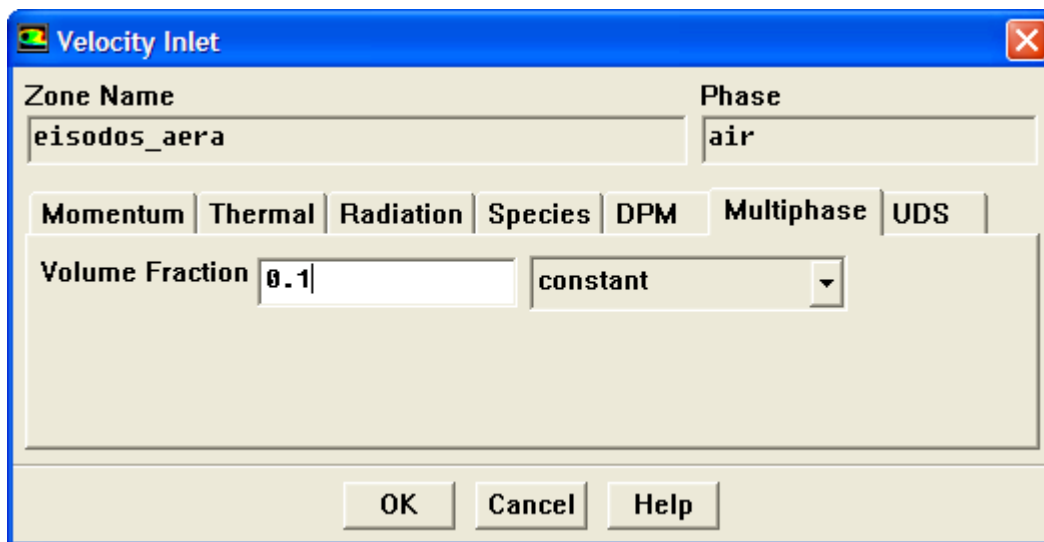
Σχήμα 6.10

Επιστρέφοντας στο μενού Define→Boundary Conditions για το eisodos_aera, στον τομέα Phase επιλέγουμε water. Πατώντας Set εμφανίζεται το μενού του Velocity Inlet για το νερό. Σε αυτό το μενού, στην καρτέλα Momentum αλλάζουμε την τιμή στο Velocity Magnitude (m/s) βάζοντας 5, 10 ή 15 ανάλογα με την περίπτωση που μελετάμε. Τα υπόλοιπα δεν τα αλλάζουμε.



Σχήμα 6.11

Επιστρέφοντας πάλι στο μενού Define→Boundary Conditions για το eisodos_aera, στον τομέα Phase επιλέγουμε air. Πατώντας Set εμφανίζεται το μενού του Velocity Inlet για τον αέρα. Σε αυτό το μενού, στην καρτέλα Momentum αλλάζουμε την τιμή στο Velocity Magnitude (m/s) βάζοντας 5, 10 ή 15 ανάλογα με την περίπτωση που μελετάμε. Τα υπόλοιπα σε αυτή την καρτέλα δεν τα αλλάζουμε. Επιλέγουμε την καρτέλα Multiphase και στο Volume Fraction βάζουμε μια από τις τιμές 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 ανάλογα ποια περίπτωση εξετάζουμε.



Σχήμα 6.12

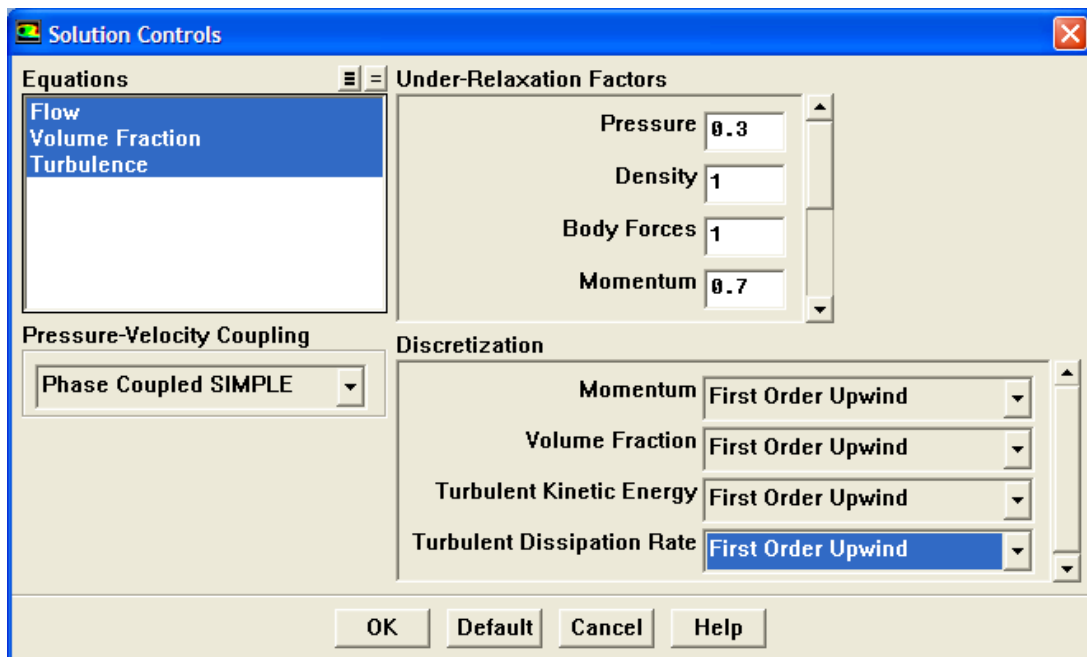
6.6.6 Επιλογές επίλυσης

Έχοντας ορίσει όλες τις φυσικές ιδιότητες του μοντέλου, μπορούμε να προχωρήσουμε στην επιλογή της μεθόδου επίλυσης, των εξισώσεων που επιλύονται και κάποιων άλλων σχετικών παραγόντων.

Αυτό γίνεται μέσω του μενού Solve→Controls→Solution, όπου οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι: Flow, Volume Fraction, Turbulence equations (για Eulerian).

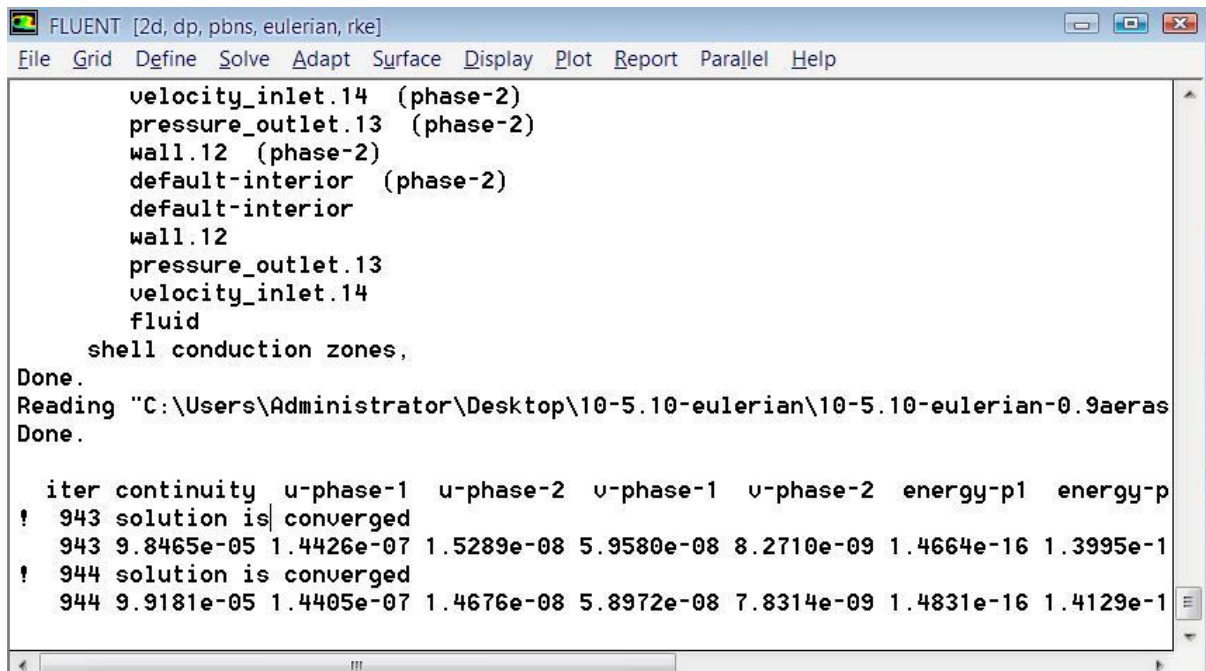
Για Mixture οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι: Flow, Volume Fraction, Turbulence, Slip Velocity equations.

Στο πεδίο Under-Relaxation Factors δεν αλλάζουμε τις τιμές. Στο πεδίο Pressure-Velocity Coupling για Eulerian έχουμε Phase Coupled SIMPLE και για Mixture έχουμε SIMPLE. Στο πεδίο Discretization επιλέγουμε αρχικά όλες οι διακριτοποιήσεις να είναι 1^{ης} τάξεως.



Σχήμα 6.13

Στην συνέχεια αφού το πρόγραμμα συγκλίνει σε μια λύση με αυτή τη διακριτοποίηση



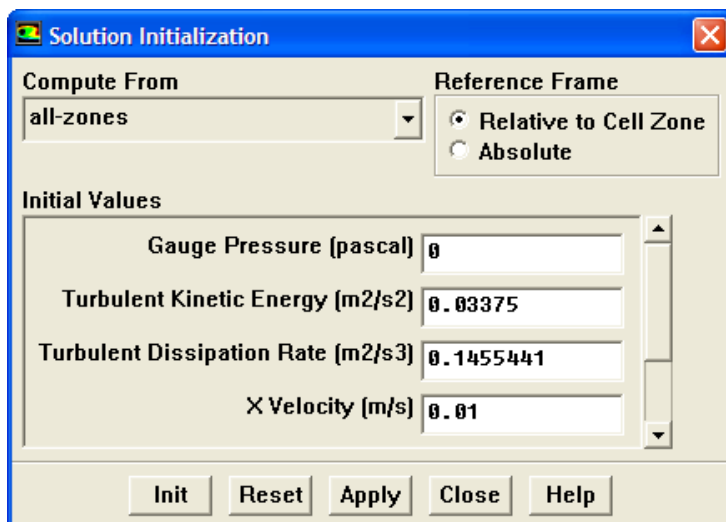
Σχήμα 6.14

αλλάζουμε όλες τις διακριτοποιήσεις σε $2^{ηs}$ τάξεως (εκτός από του κλάσματος όγκου που το αλλάζουμε σε QUICK) και βάζουμε το πρόγραμμα να συνεχίσει τους υπολογισμούς μέχρι να συγκλίνει και πάλι.

Η επόμενη διαδικασία είναι η αρχικοποίηση του πεδίου ροής, μέσω του μενού Solve→Initialize→Initialize.

Στο πεδίο Compute From επιλέγουμε all-zones.

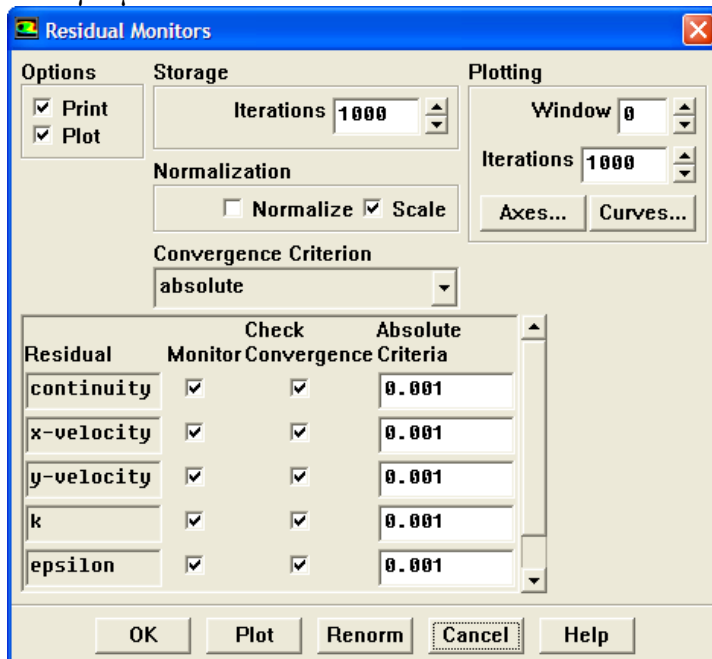
Στο πεδίο Initial Values βάζουμε για Eulerian στις επιλογές water X Velocity, air X Velocity την τιμή 0.01. Για Mixture στην επιλογή X Velocity βάζουμε την τιμή 0.01.



Σχήμα 6.15

Επιλέγοντας Init αρχικοποιούμε το πεδίο ροής.

Στην συνέχεια προχωρούμε στην προβολή των κριτηρίων σύγκλισης μέσω του μενού Solve→Monitors→Residual. Στο παράθυρο Residual Monitors, στον τομέα Options επιλέγουμε Plot.



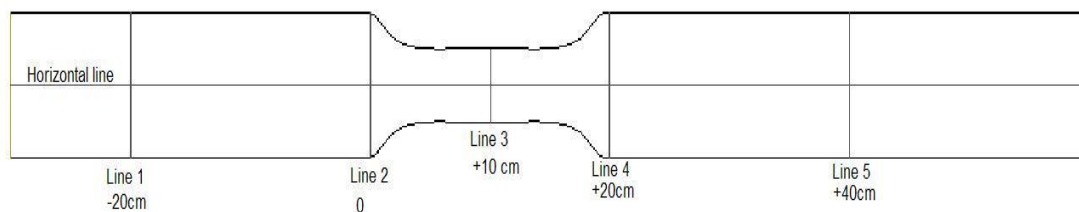
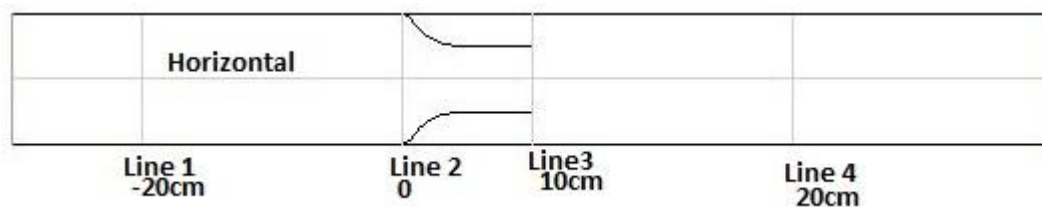
Σχήμα 6.15

Στην συνέχεια η διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων του πεδίου ροής ξεκινά μέσω του μενού Solve→Iterate

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΔΕΔΟΜΕΝΑ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Για την συλλογή δεδομένων της ροής στα πλέγματα δημιουργήσαμε 5 γραμμές στο ακροφύσιο και 6 γραμμές στο σωλήνα Venturi οι οποίες κατά την άποψη μας μπορούν να περιγράψουν με ακρίβεια την ροή . Κατά μήκος αυτών των γραμμών παρουσιάζονται τα παρακάτω δεδομένα . Οι γραμμές αυτές δημιουργήθηκαν στα σημεία που μας δείχνει ποιοτικά το σχήμα 7.1 .



Σχήμα 7.1

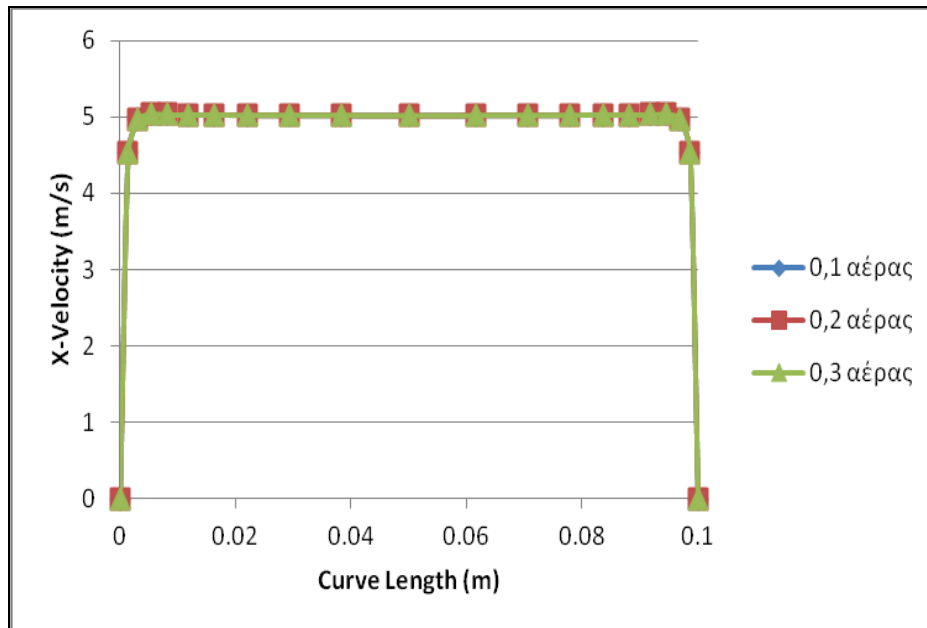
7.1 Για $d=5$, $D=10$ για $v=5$ m/s Eulerian k -epsilon

Έχουμε ανάλογα με το κλάσμα όγκου νερού αέρα της διαφασικής ροής τα παρακάτω δεδομένα :

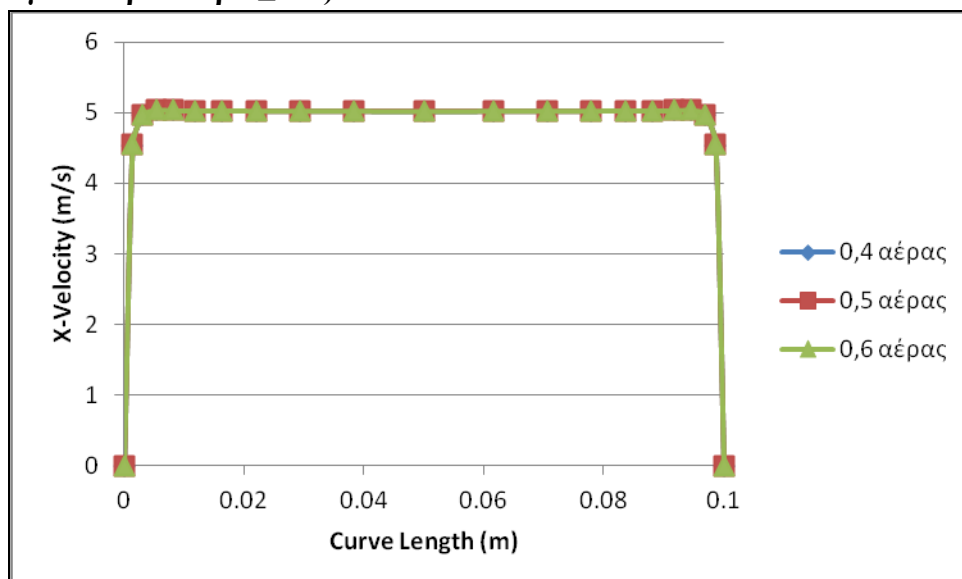
7.1.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

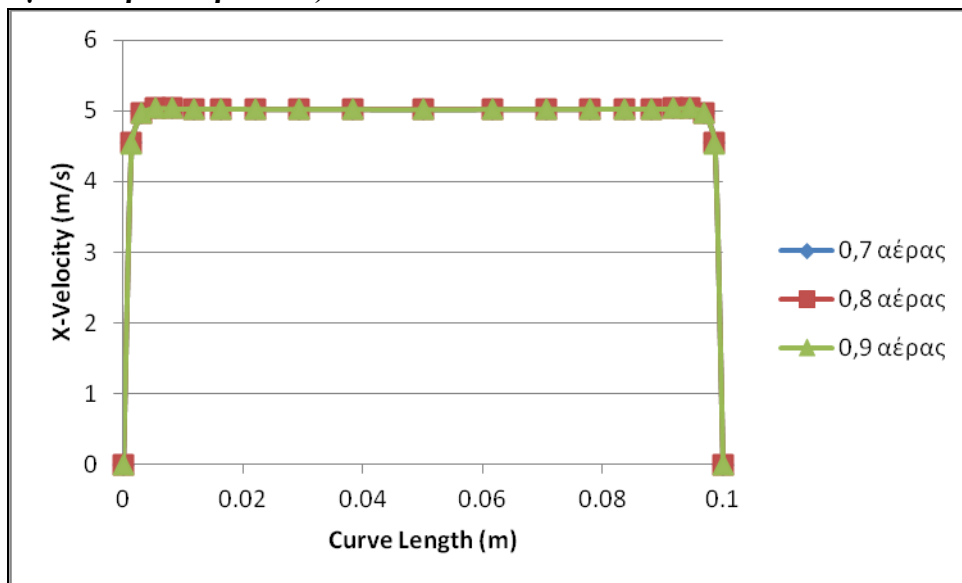
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

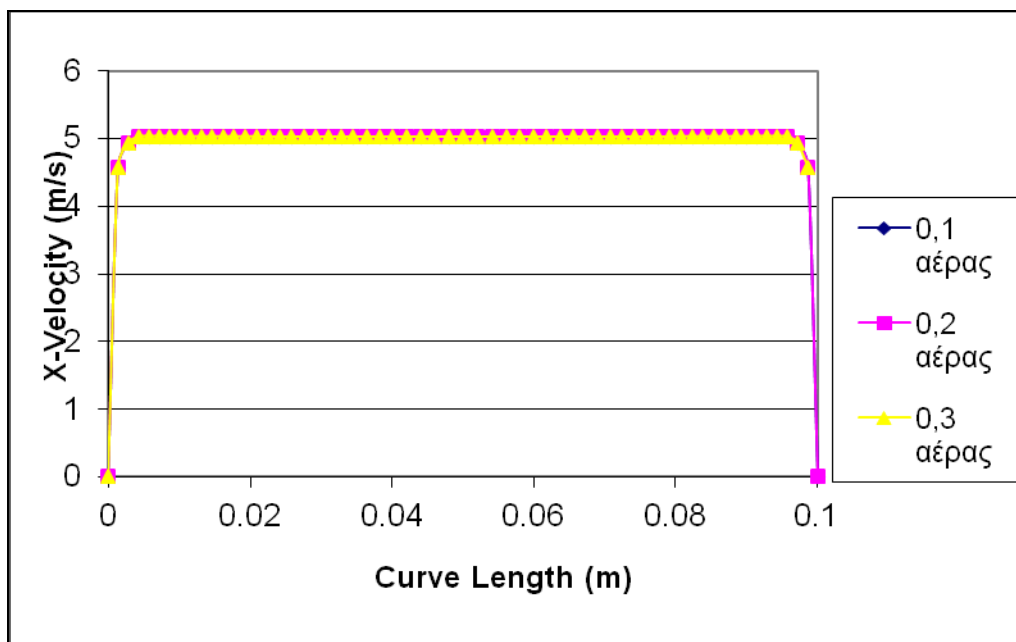


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

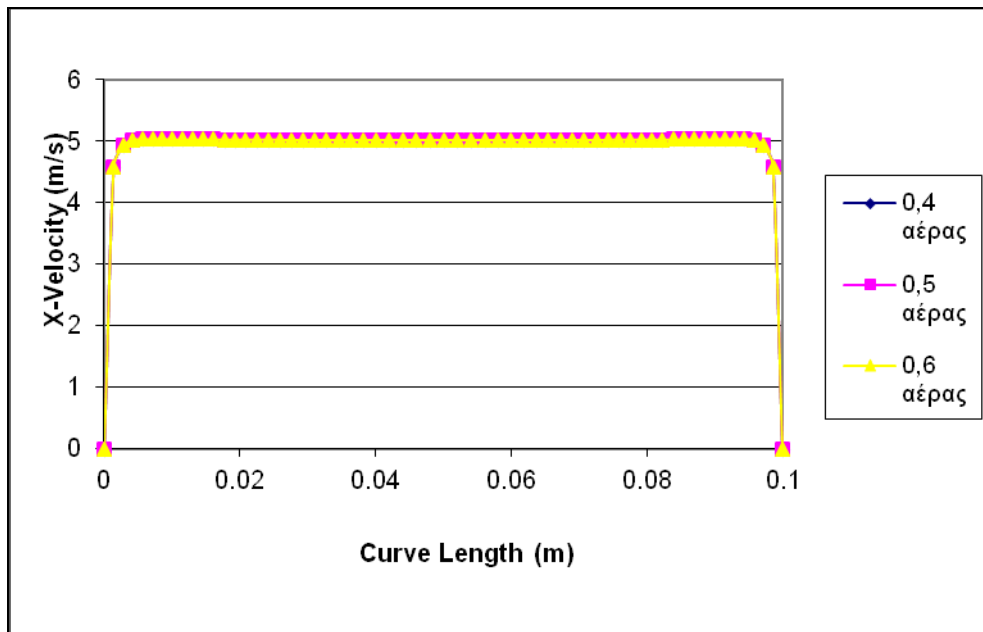


B) Σωλήνας Venturi

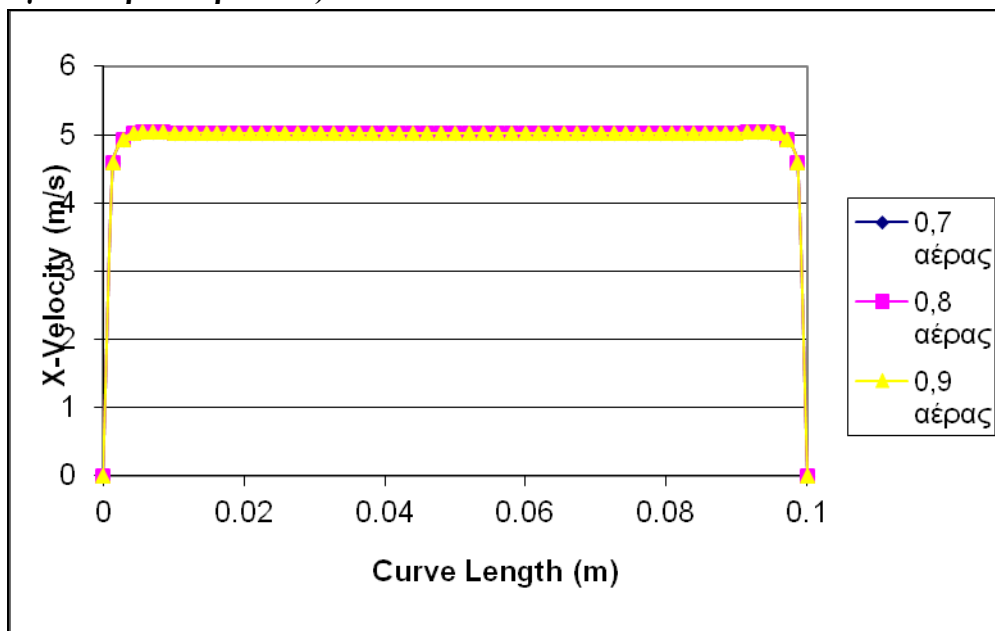
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)



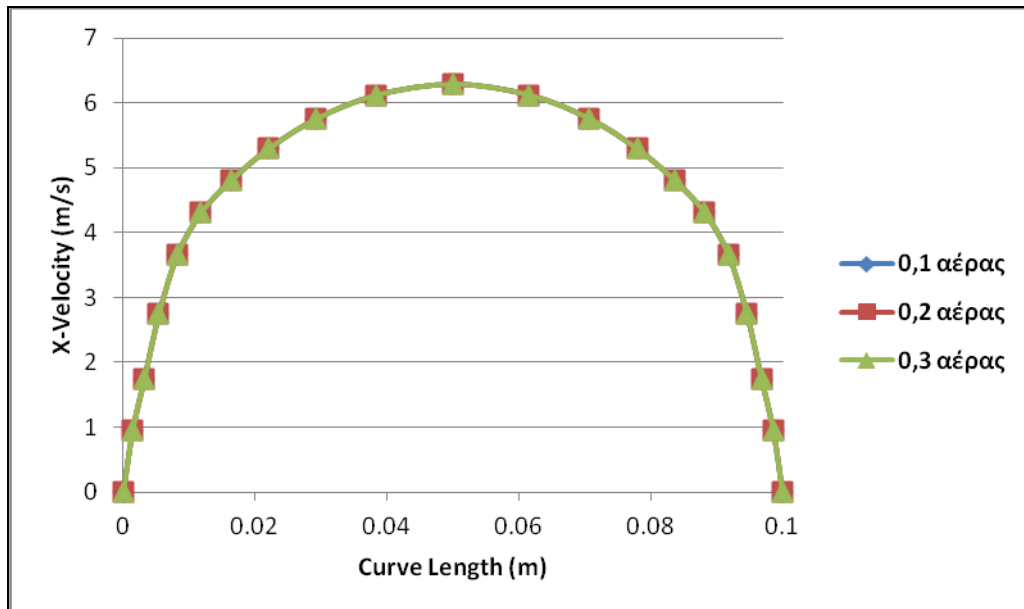
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)



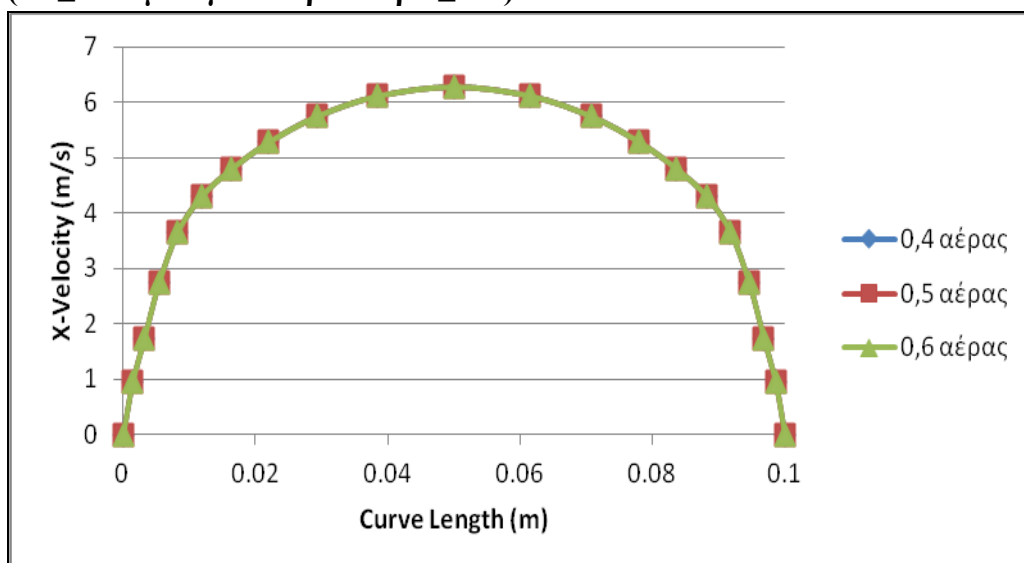
7.1.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

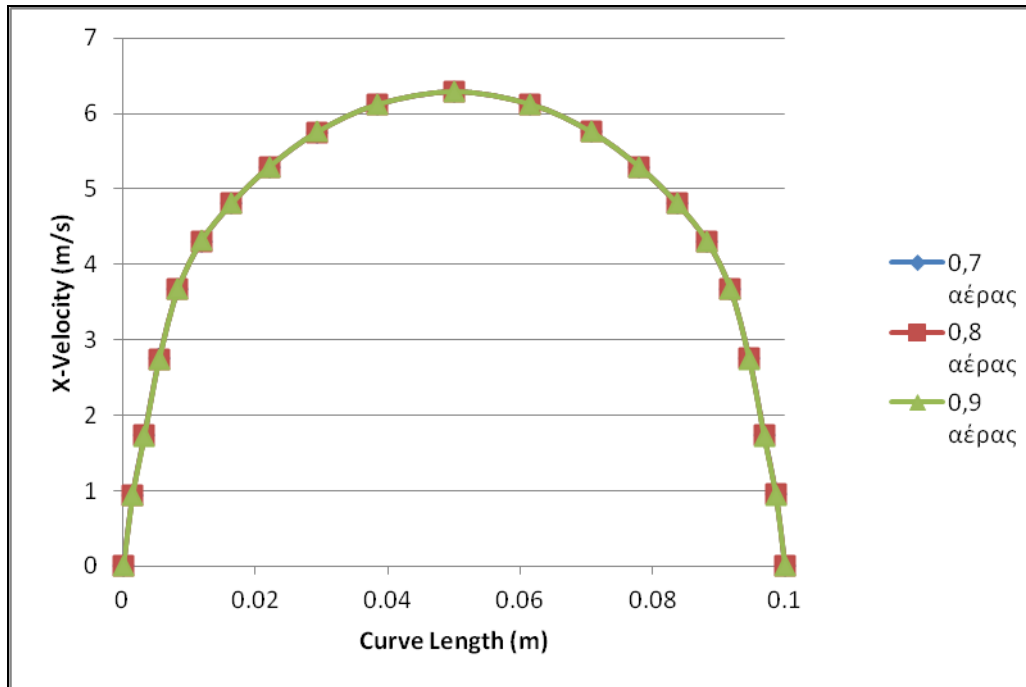
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

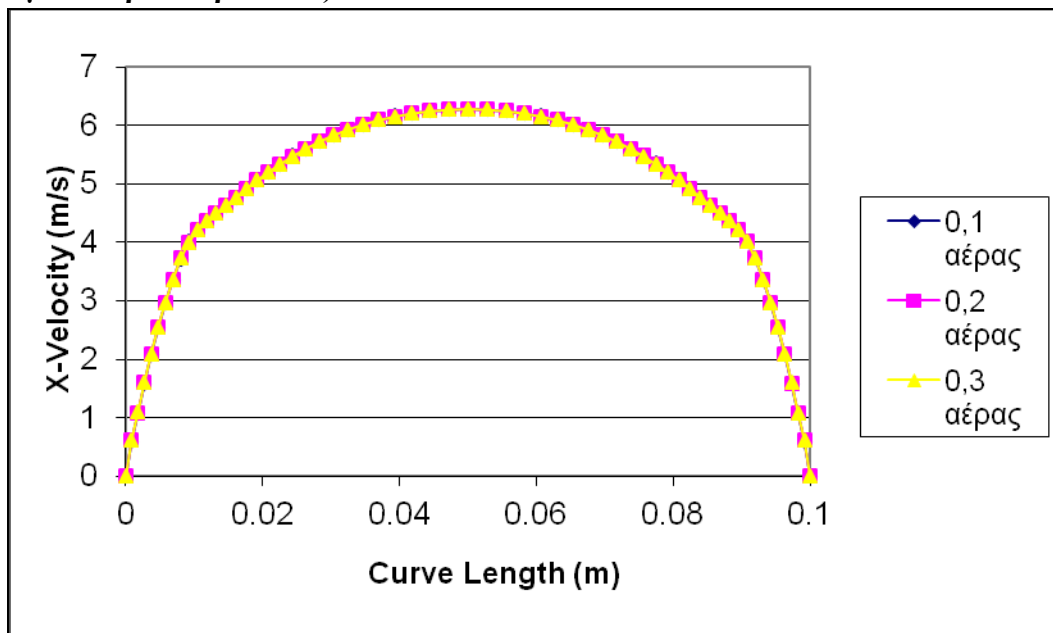


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (**κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6**)

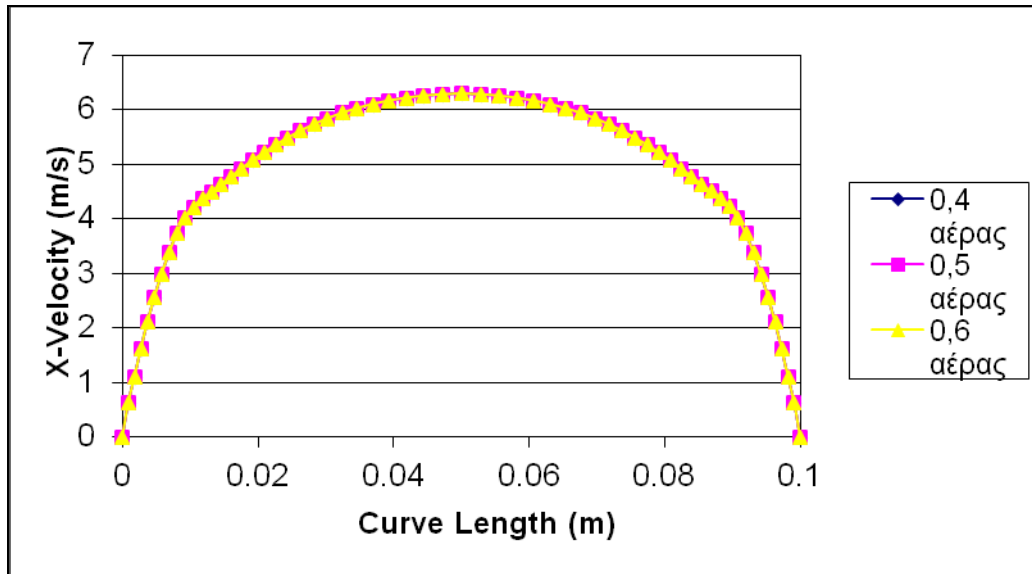


B) Σωλήνας Venturi

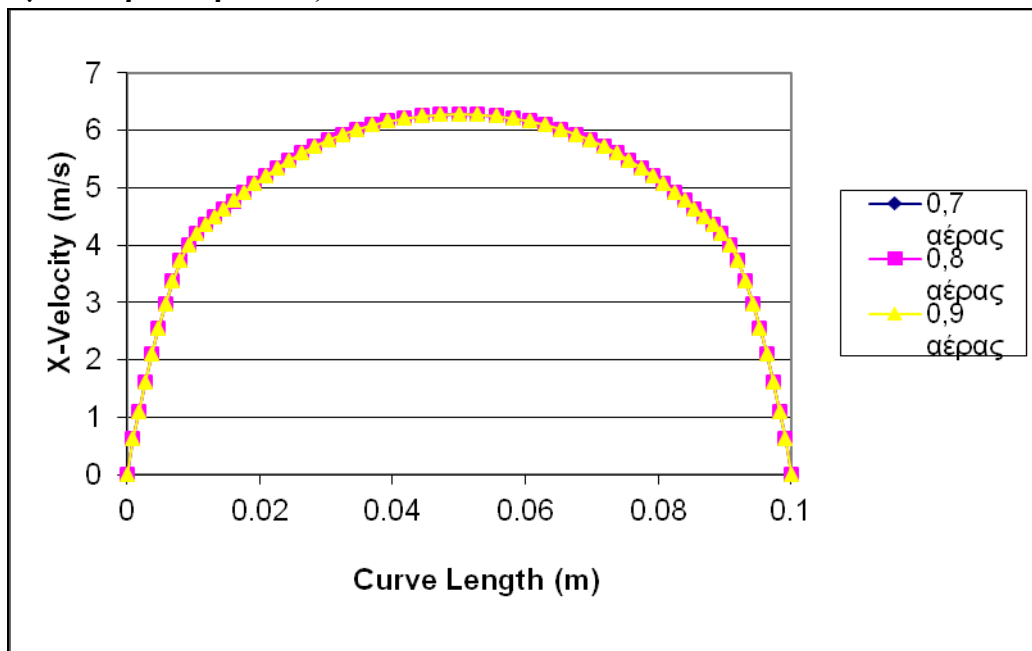
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (**κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4**)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)



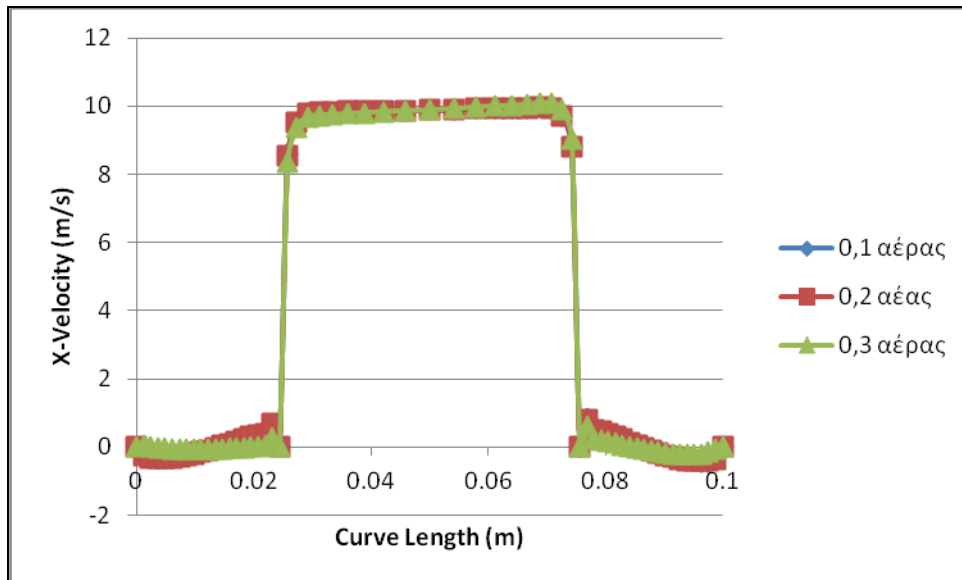
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)



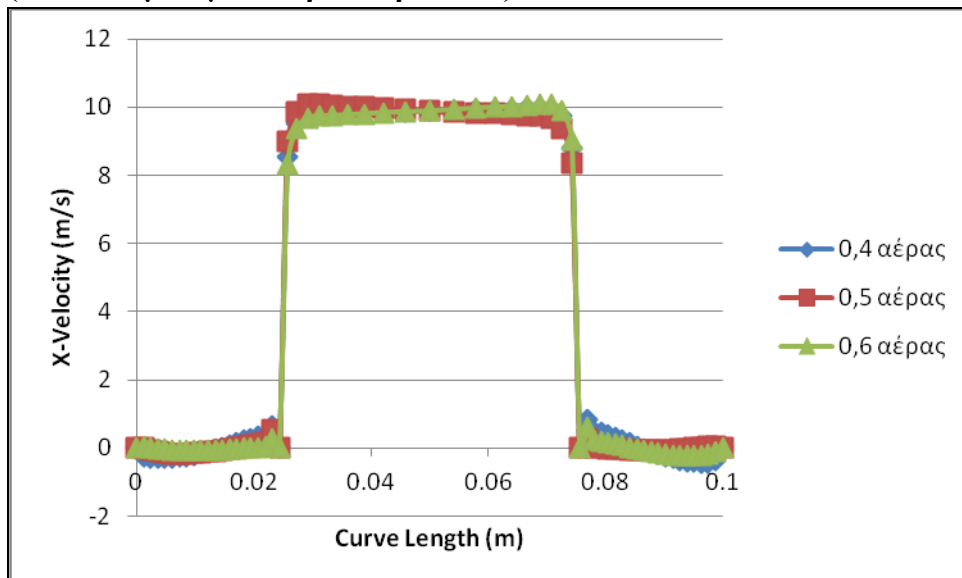
7.1.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

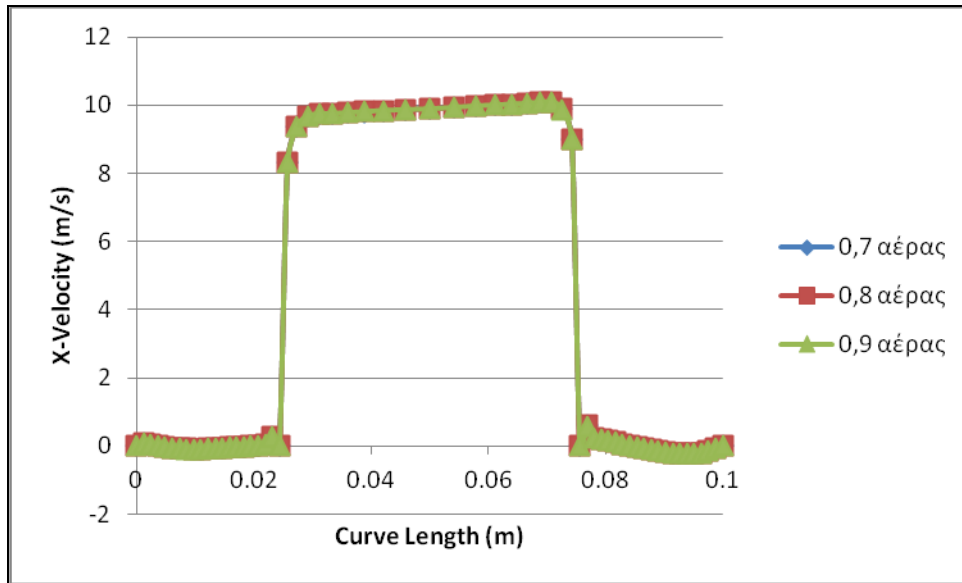
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

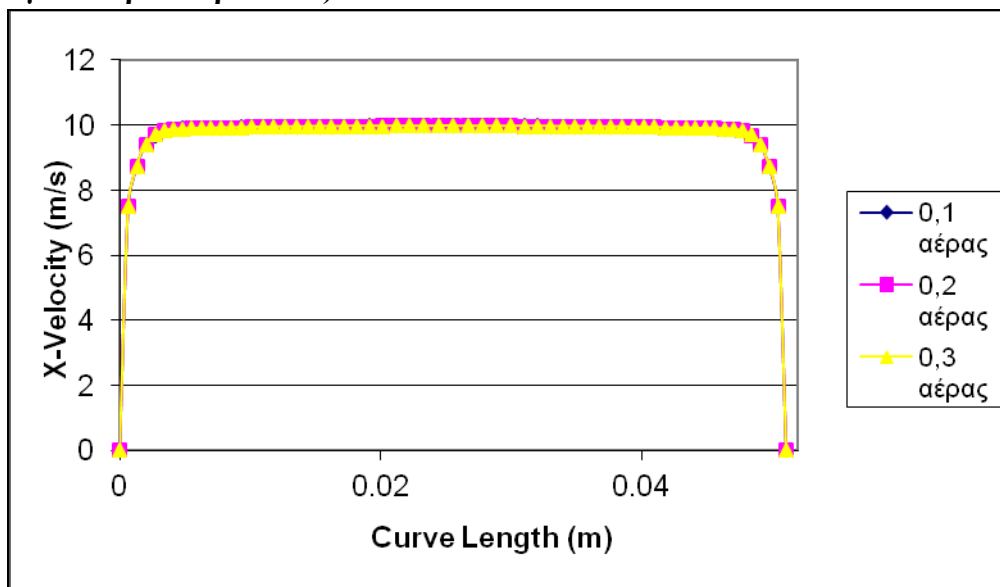


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

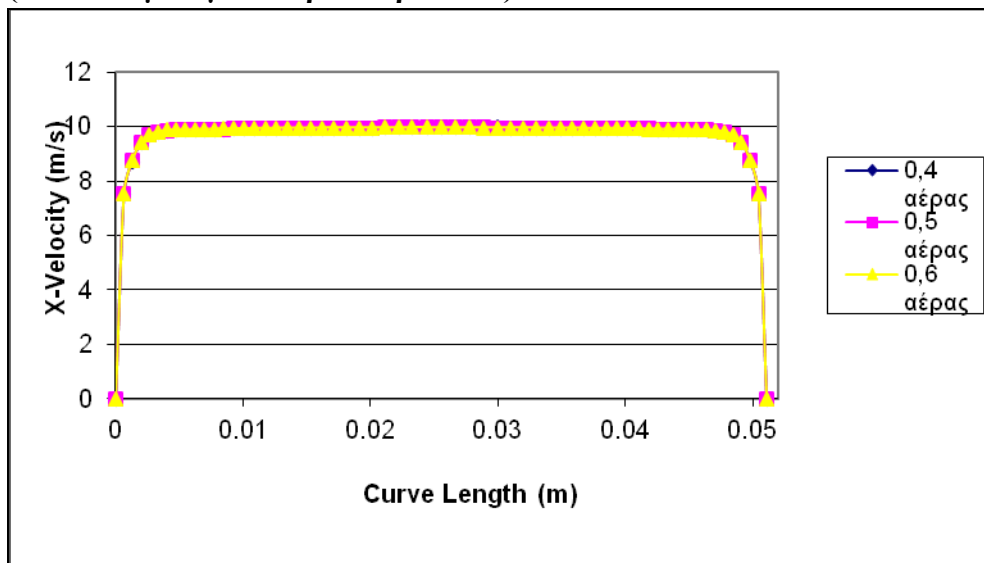


B) Σωλήνας Venturi

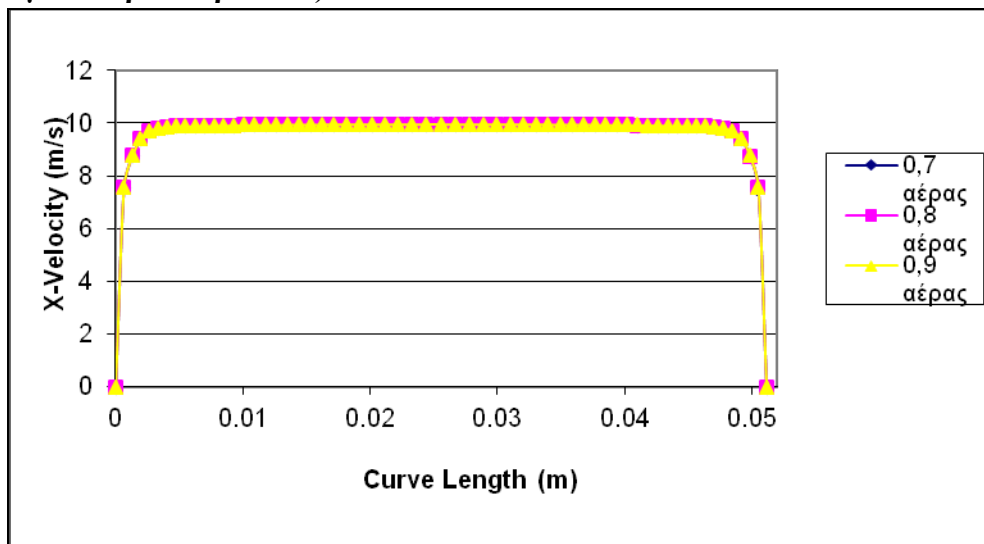
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)



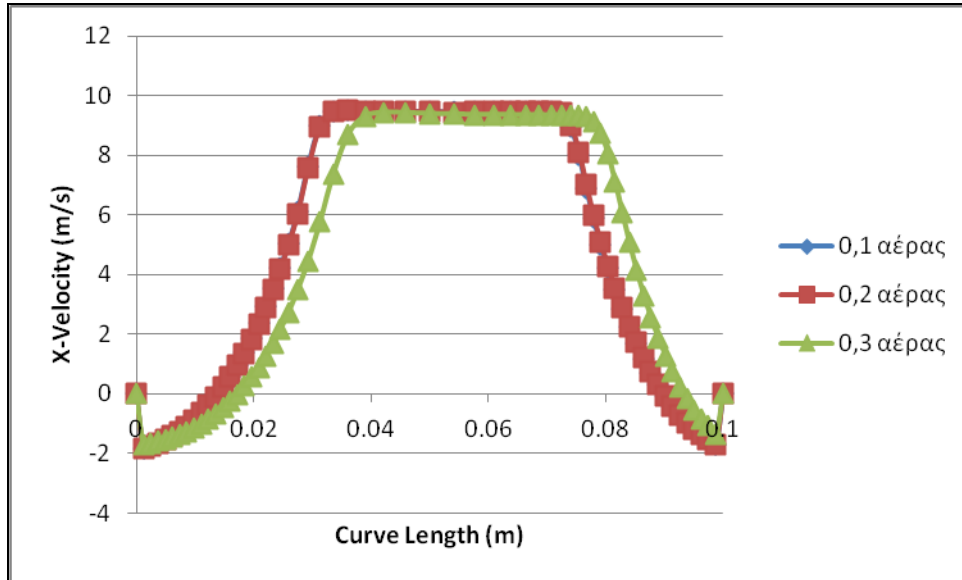
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)



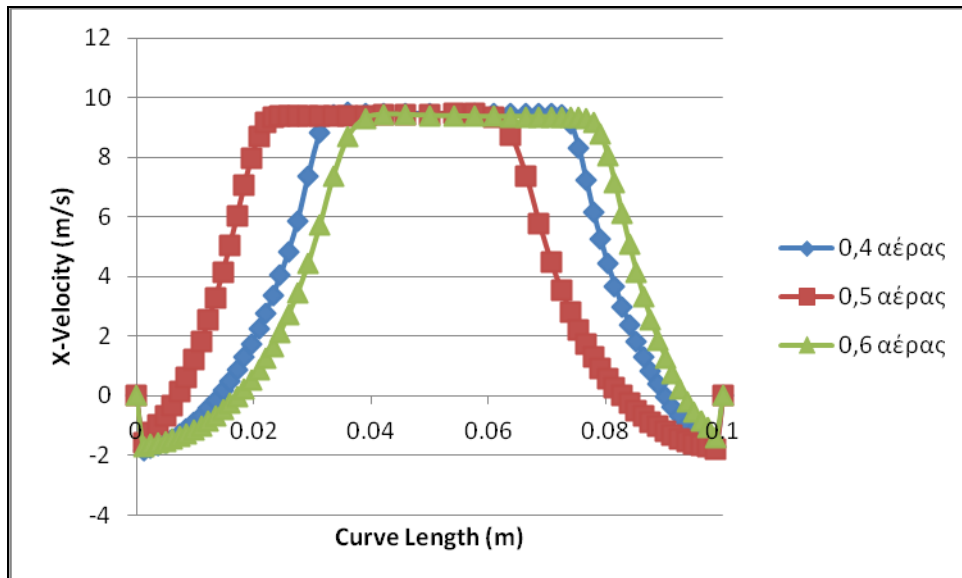
7.1.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

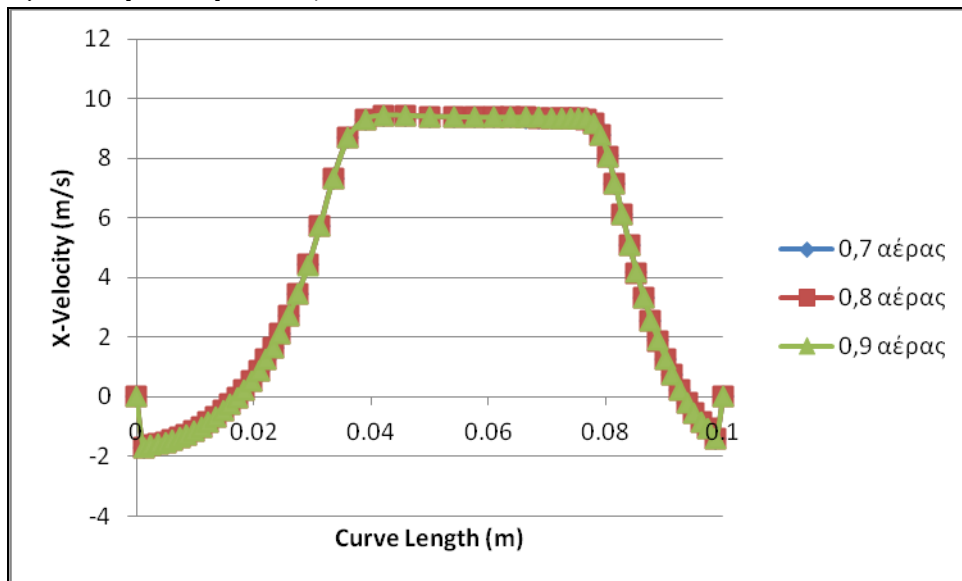
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

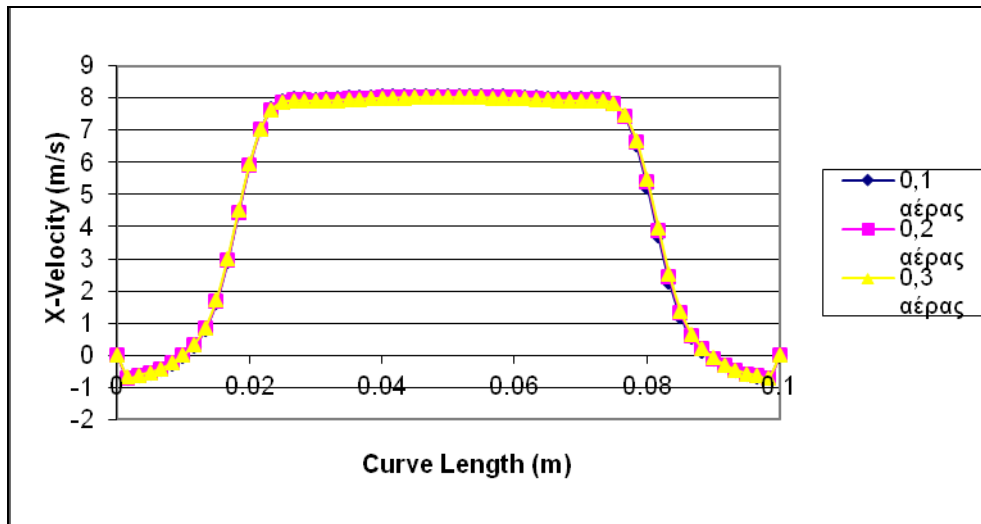


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

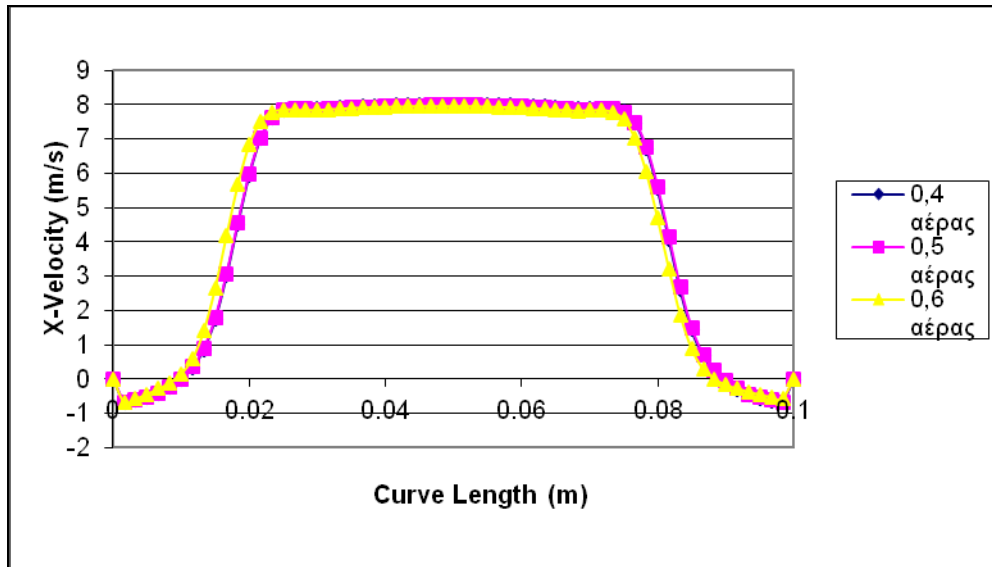


B) Σωλήνας Venturi

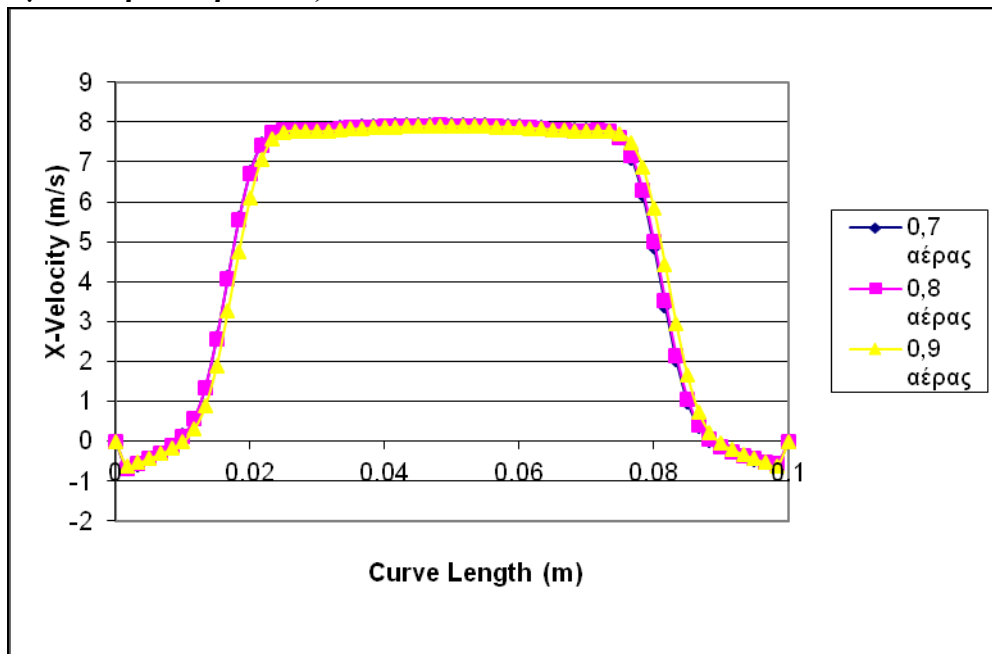
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)



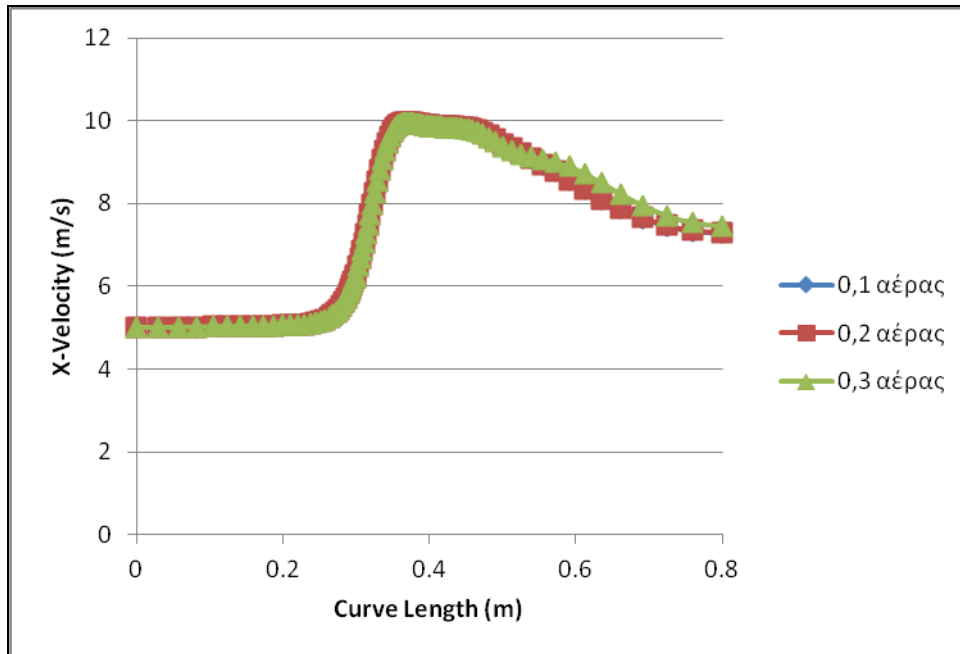
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)



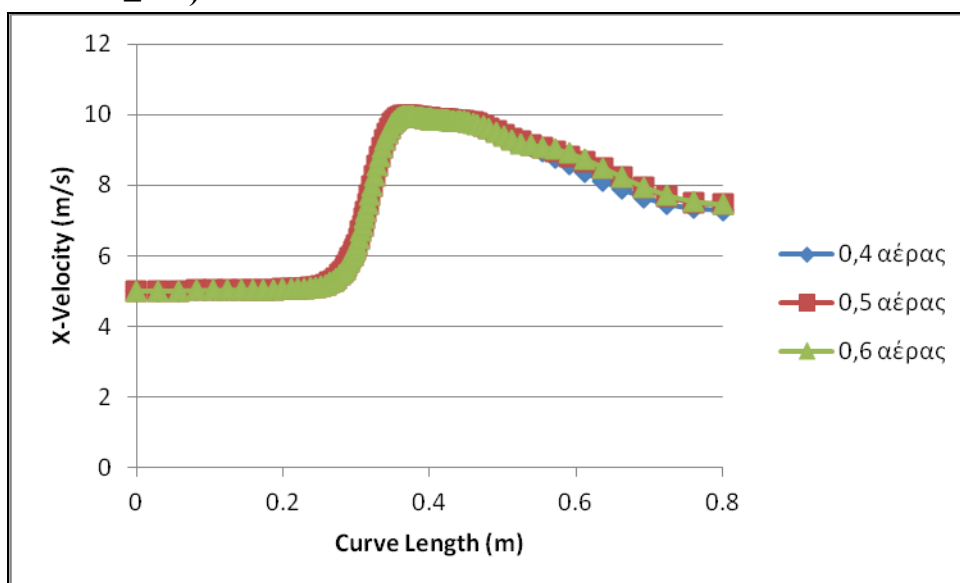
7.1.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

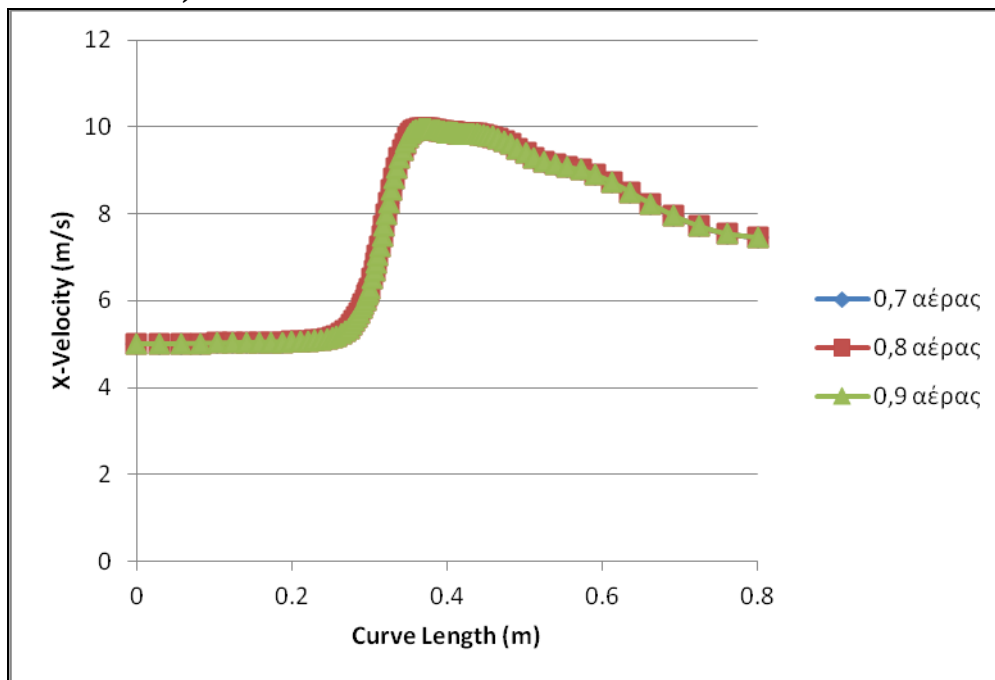
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για χαμηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού (**$0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$**)

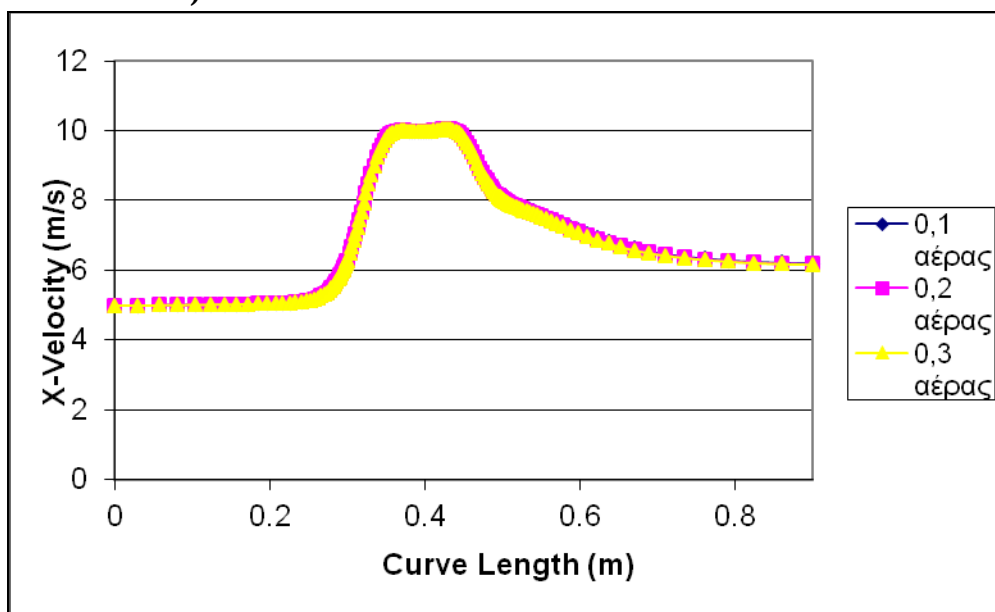


- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction >0.6**)

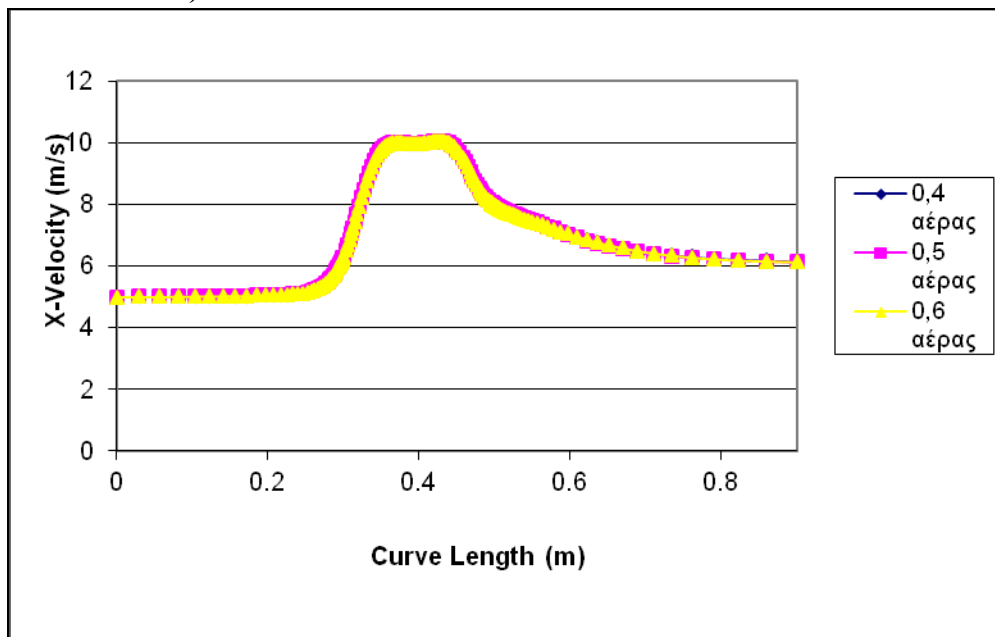


B) Σωλήνας Venturi

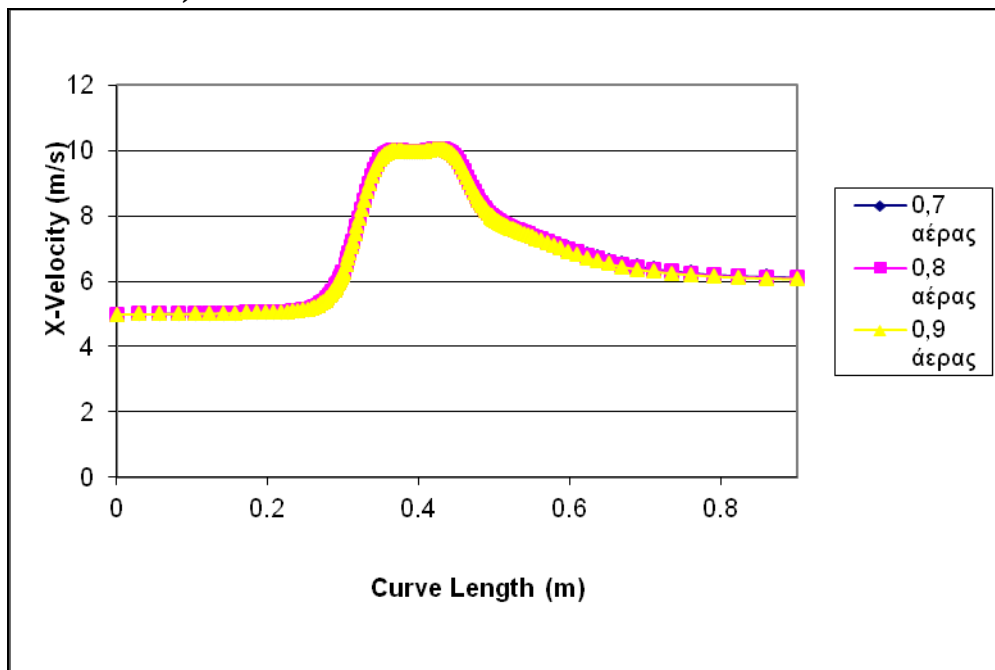
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για χαμηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού ($0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$)



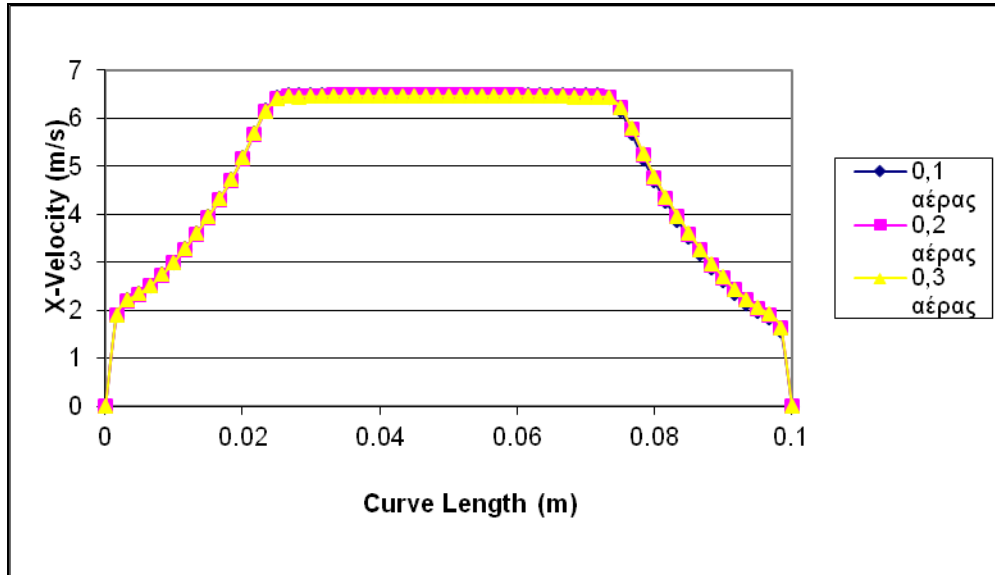
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού ($\text{Volume fraction} > 0.6$)



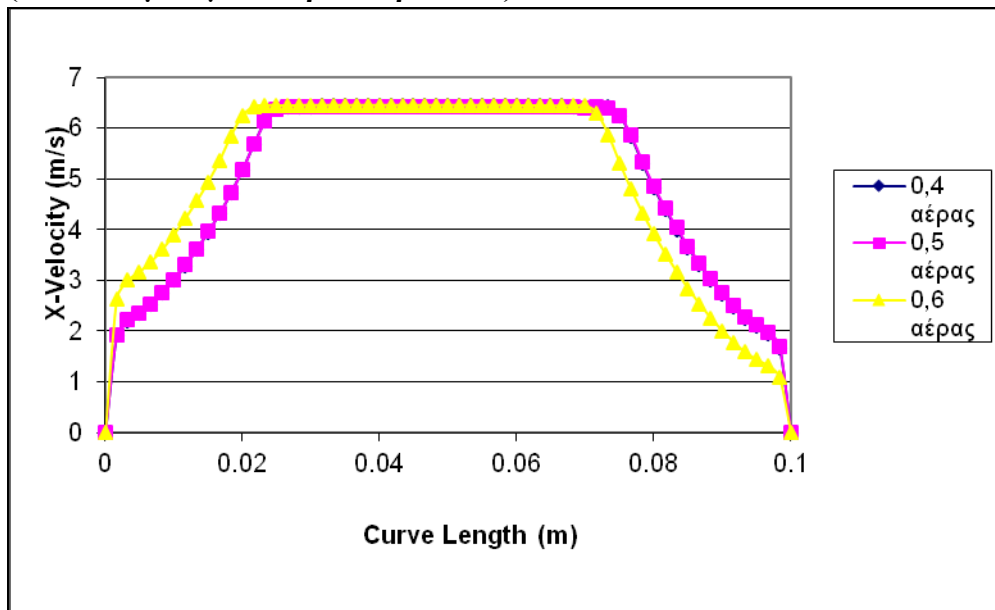
7.1.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Σωλήνας Venturi

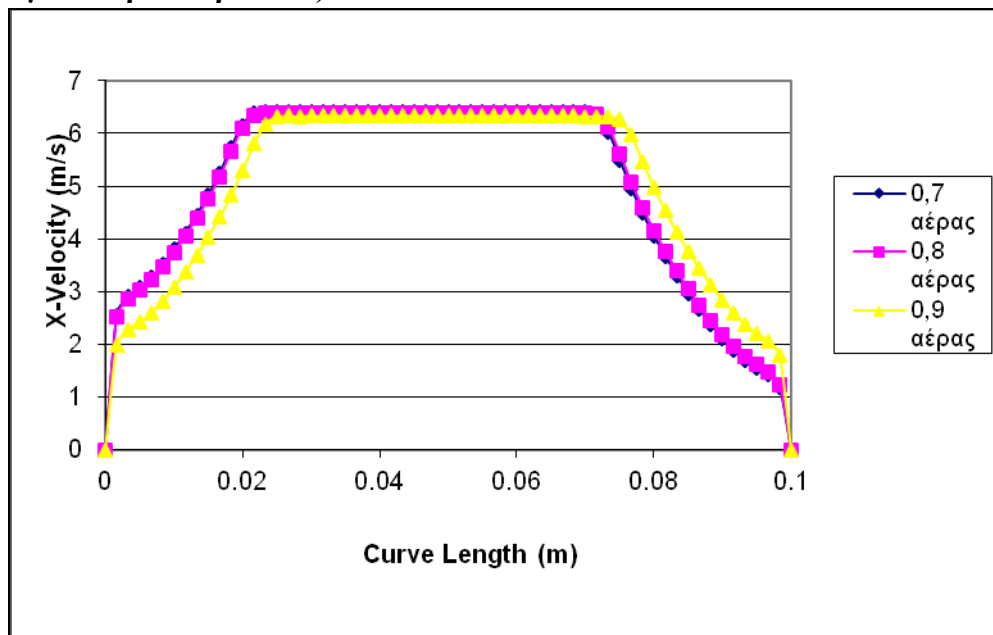
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

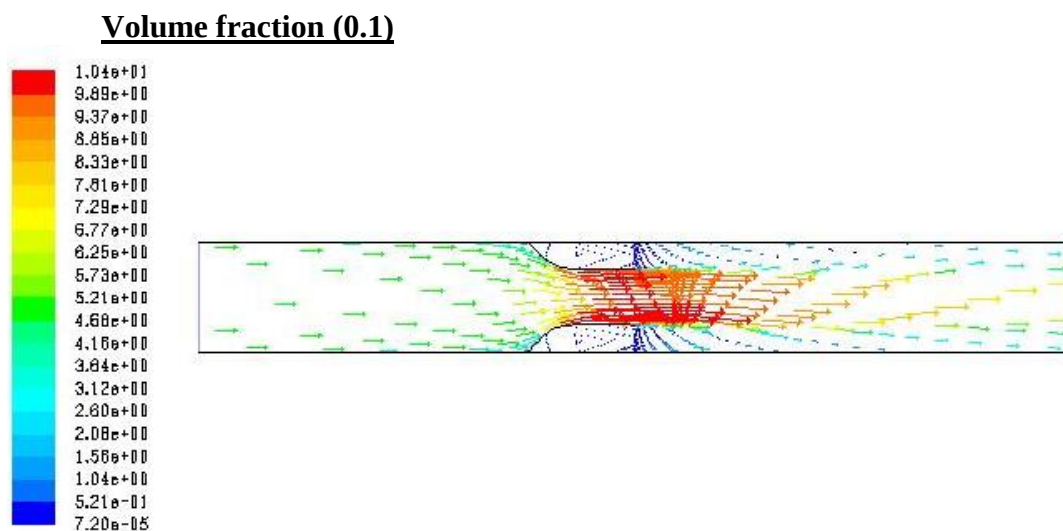


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

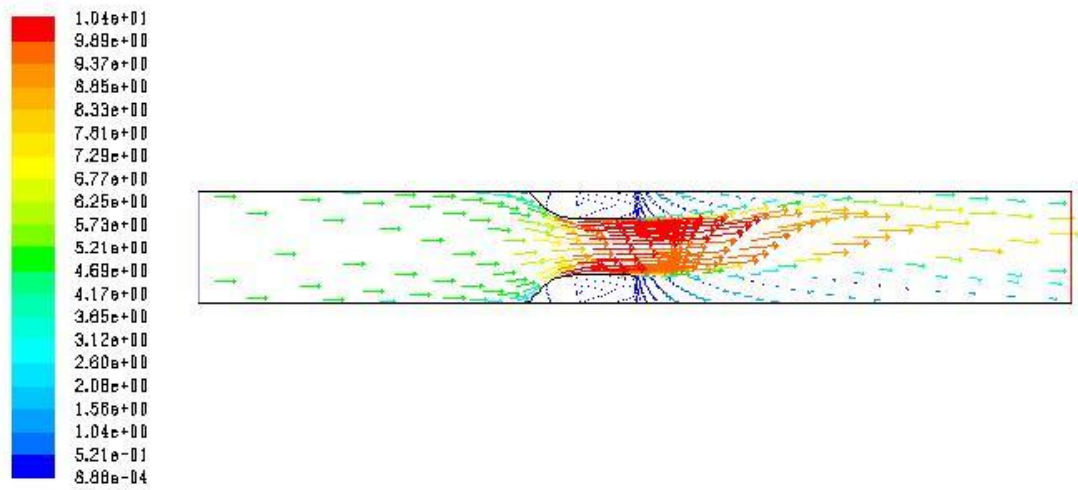


7.1.7 Διανύσματα ταχυτήτων

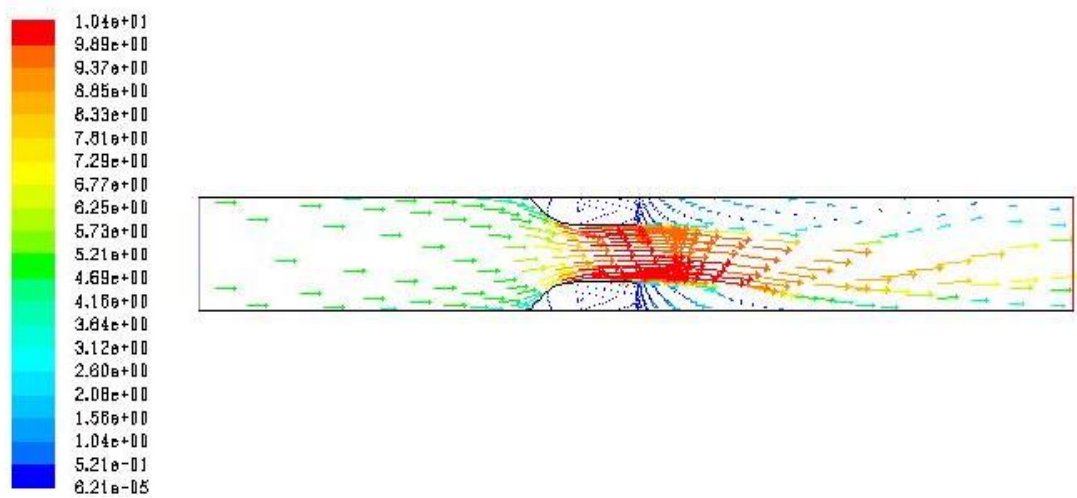
A) Ακροφύσιο



Volume fraction (0.5)

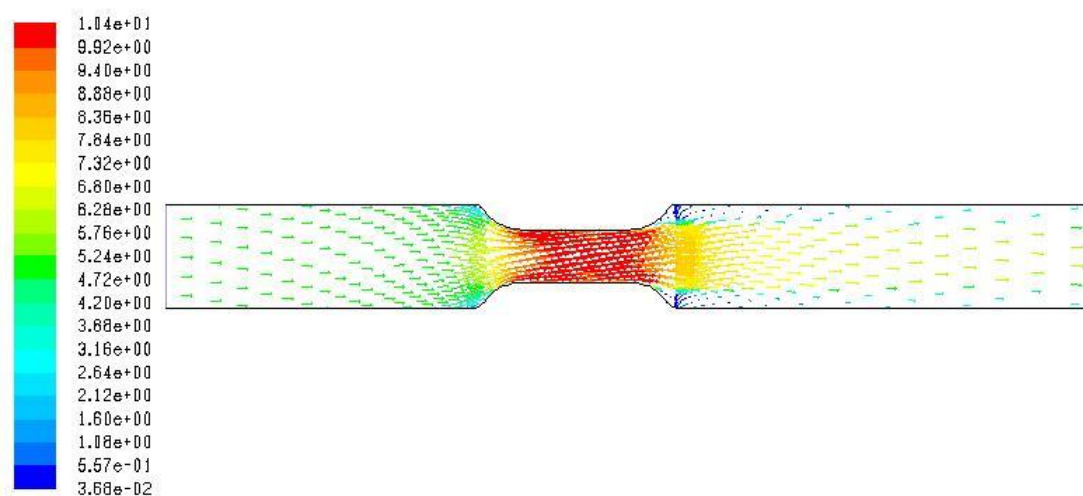


Volume fraction (0.8)

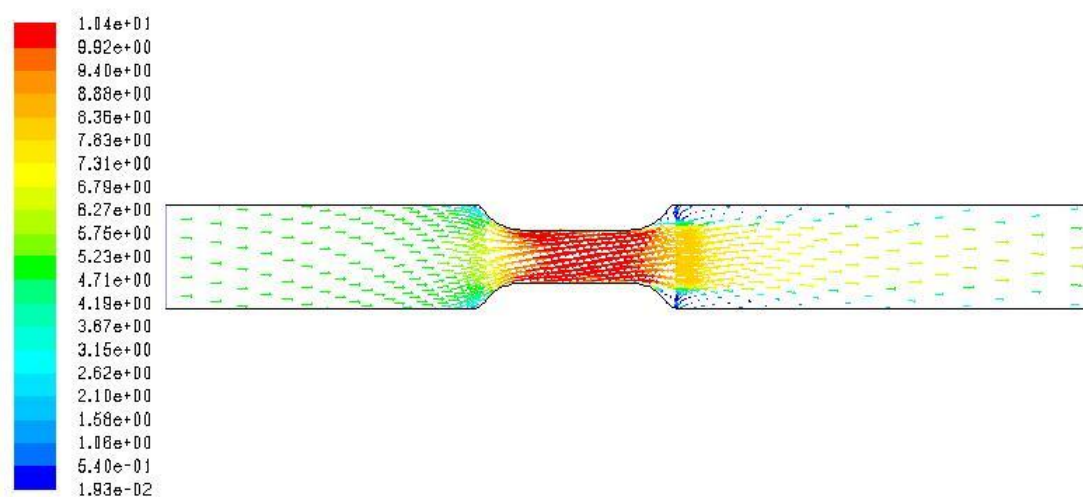


B) Σωλήνας Venturi

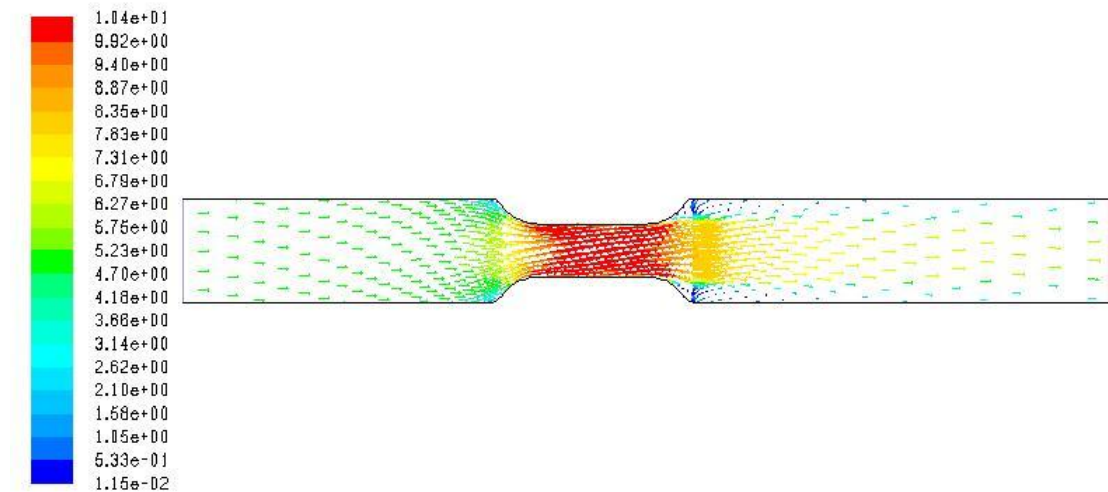
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)



7.1.8 LINE 1 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0.1)	12022.69
Vf(0.2)	12024.04
Vf(0.3)	12025.62
Vf(0.4)	12026.45
Vf(0.5)	12027.97
Vf(0.6)	12028.75
Vf(0.7)	12028.91
Vf(0.8)	12028.49
Vf(0.9)	12025.71

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	12411,58
Vf(0.2)	12411,58
Vf(0.3)	12411,58
Vf(0.4)	12411,56
Vf(0.5)	12411,54
Vf(0.6)	12411,49
Vf(0.7)	12411,39
Vf(0.8)	12411,21
Vf(0.9)	12411,73

7.1.9 LINE 2 –Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0.1)	9443.791
Vf(0.2)	9443.42
Vf(0.3)	9443.035
Vf(0.4)	9442.431
Vf(0.5)	9442.028
Vf(0.6)	9441.659
Vf(0.7)	9440.941
Vf(0.8)	9440.104
Vf(0.9)	9438.246

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	11829,08
Vf(0.2)	11828,14
Vf(0.3)	11827,23
Vf(0.4)	11826,34
Vf(0.5)	11825,5
Vf(0.6)	11824,74
Vf(0.7)	11824,13
Vf(0.8)	11823,89
Vf(0.9)	11825,08

7.1.10 LINE 3 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0.1)	15325.21
Vf(0.2)	15323.73
Vf(0.3)	15302.5
Vf(0.4)	15321.15
Vf(0.5)	15297.75
Vf(0.6)	15299.91
Vf(0.7)	15298.93
Vf(0.8)	15297.49
Vf(0.9)	15294.58

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	47096,6
Vf(0.2)	47095,65
Vf(0.3)	47094,62
Vf(0.4)	47093,54
Vf(0.5)	47092,38
Vf(0.6)	47091,13
Vf(0.7)	47089,58
Vf(0.8)	47087,49
Vf(0.9)	47083,04

7.1.11 LINE 4 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0.1)	15167.68
Vf(0.2)	15182
Vf(0.3)	16209.15
Vf(0.4)	15221.03
Vf(0.5)	16347.39
Vf(0.6)	16226.8
Vf(0.7)	16235.27
Vf(0.8)	16236.35
Vf(0.9)	16239.94

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	18513,29
Vf(0.2)	18577,87
Vf(0.3)	18629,86
Vf(0.4)	18687,14
Vf(0.5)	18733,3
Vf(0.6)	18790,2
Vf(0.7)	18846,94
Vf(0.8)	18907,8
Vf(0.9)	19004,87

7.1.12 HORIZONTAL LINE – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0.1)	35225.32
Vf(0.2)	35234
Vf(0.3)	35434.69
Vf(0.4)	35243.23
Vf(0.5)	35442.59
Vf(0.6)	35447.98
Vf(0.7)	35453.09
Vf(0.8)	35461.3
Vf(0.9)	35474.73

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	30156,54
Vf(0.2)	30250,8
Vf(0.3)	30324,32
Vf(0.4)	30405,92
Vf(0.5)	30462,82
Vf(0.6)	30542,26
Vf(0.7)	30622,65
Vf(0.8)	30711,34
Vf(0.9)	30846

7.1.13 LINE 5 – Δυναμική Πίεση

Σωλήνας Venturi

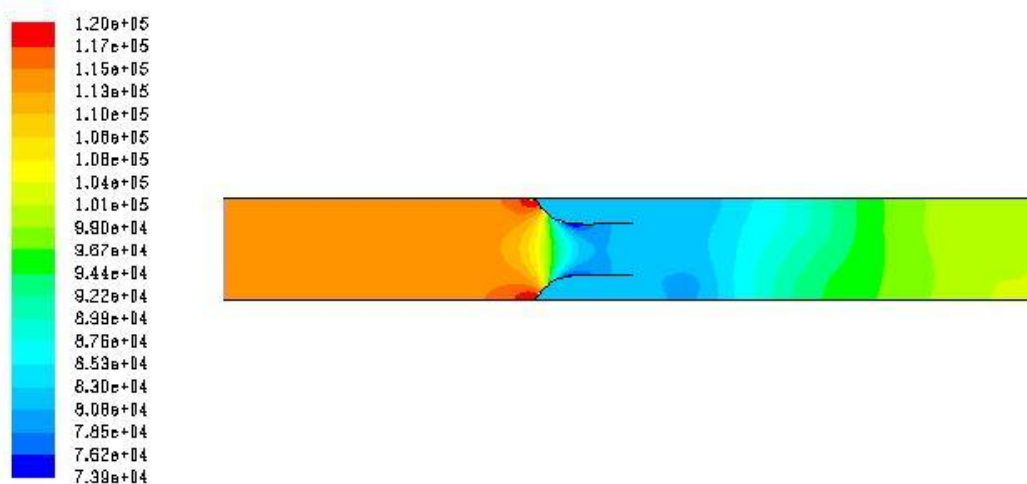
Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	13661,03
Vf(0.2)	13825,24
Vf(0.3)	13869,84
Vf(0.4)	13939,29
Vf(0.5)	13773,02
Vf(0.6)	13798,64
Vf(0.7)	13824,82
Vf(0.8)	13851,39
Vf(0.9)	13886,42

7.1.14 Κατανομές πίεσης

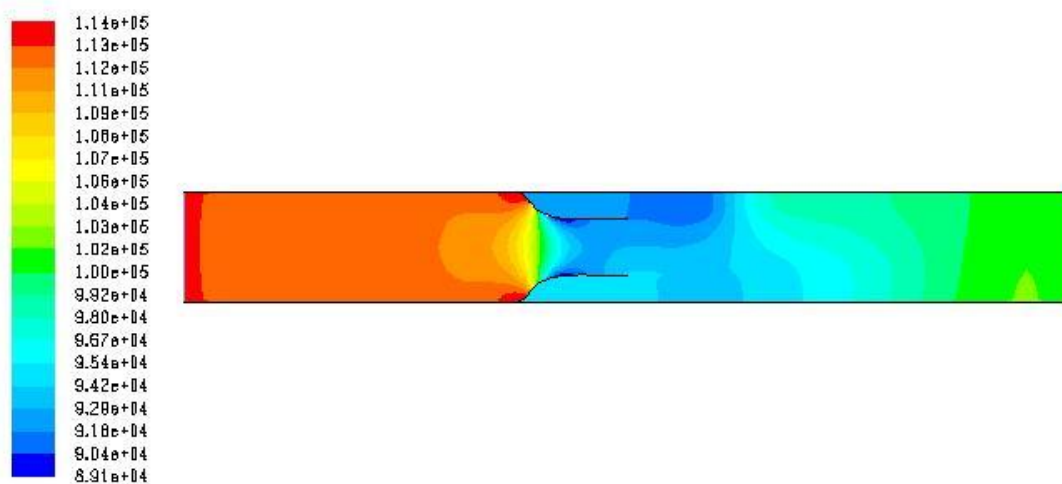
Ακολουθεί η αναπαράσταση της απόλυτης πίεσης μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

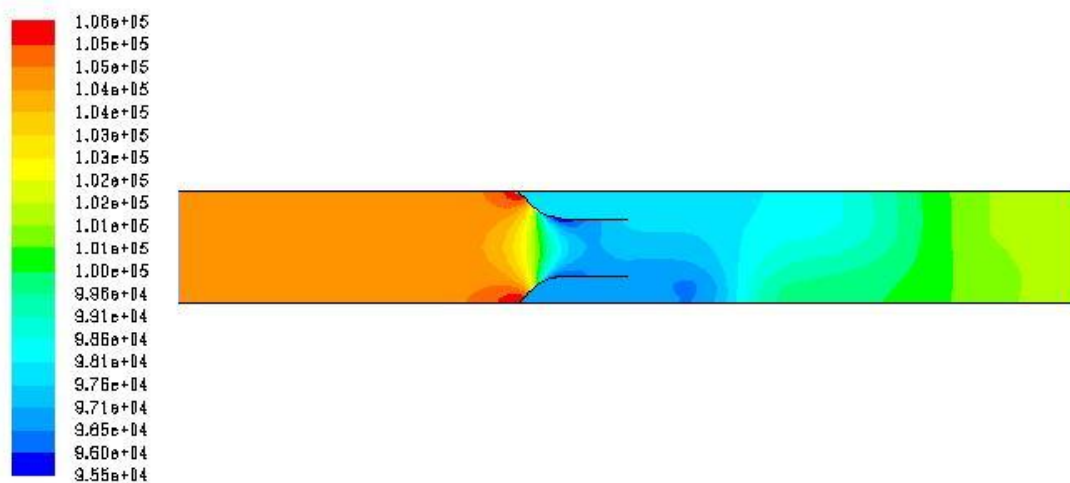
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

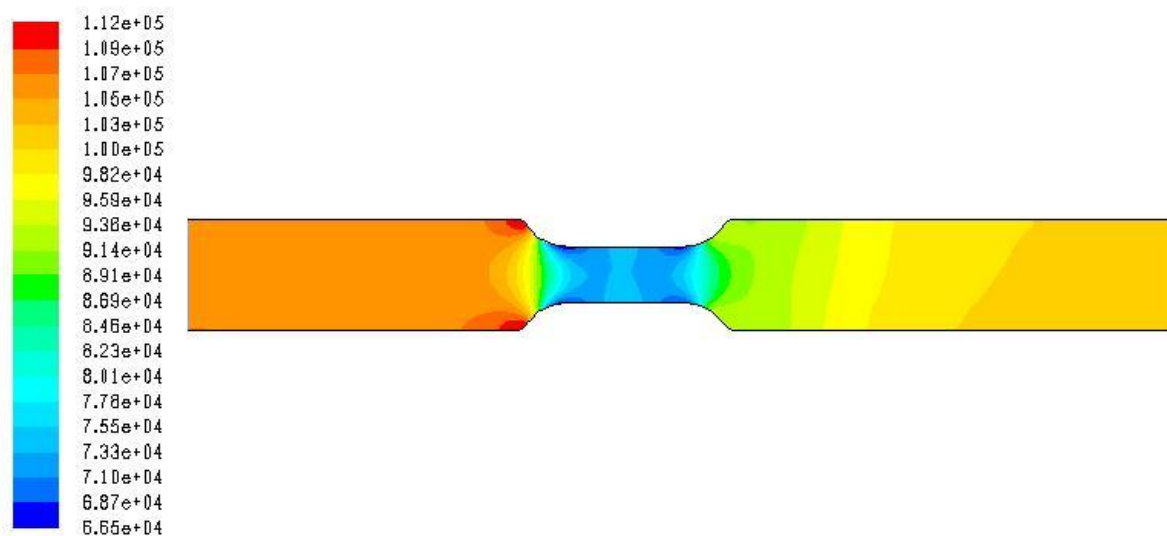


Volume fraction (0.8)

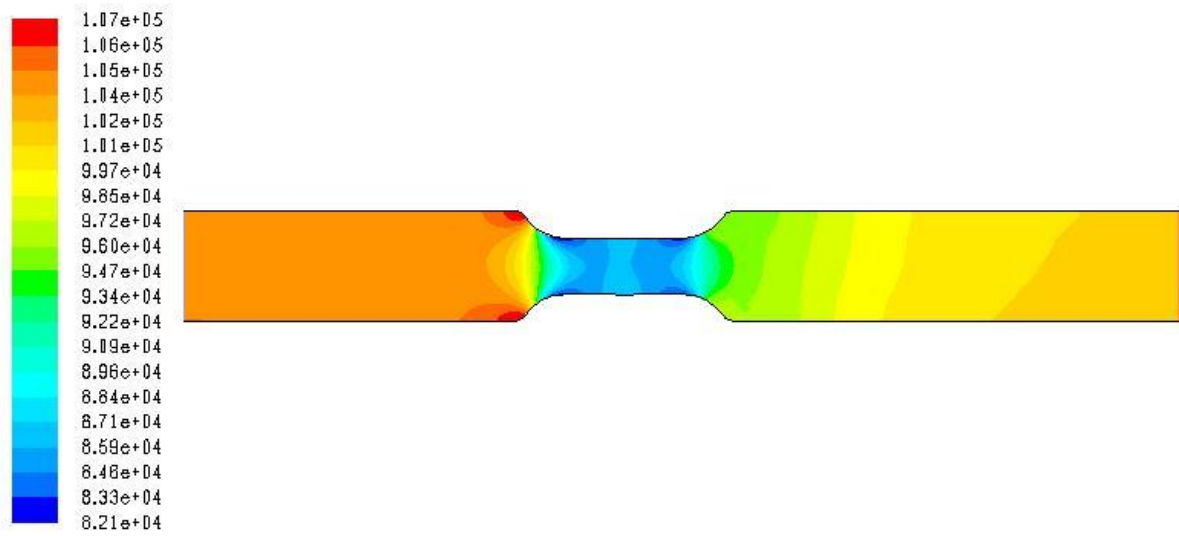


B) Σωλήνας Venturi

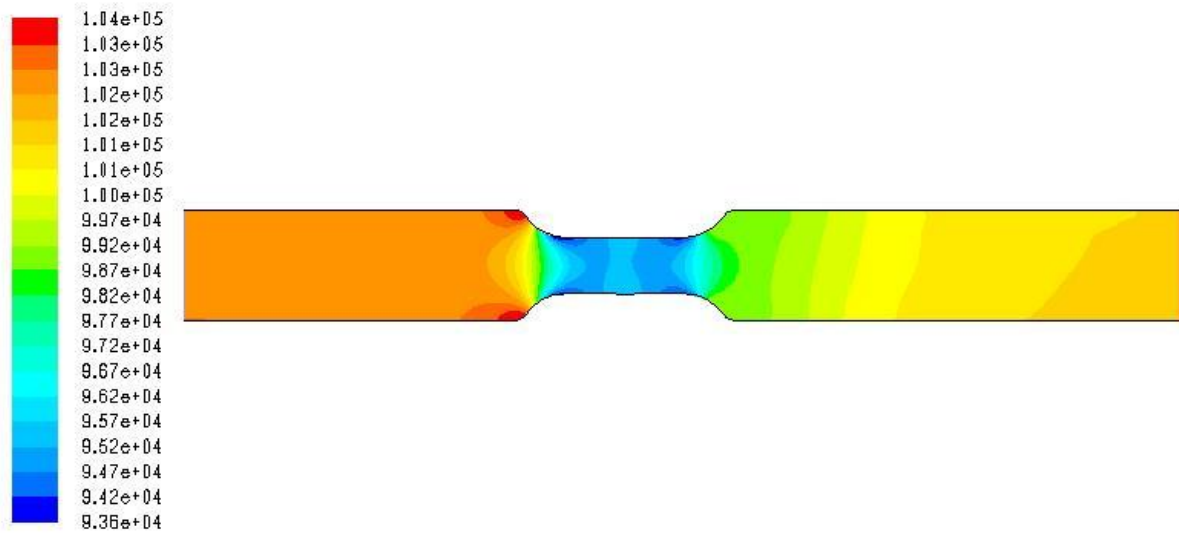
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)

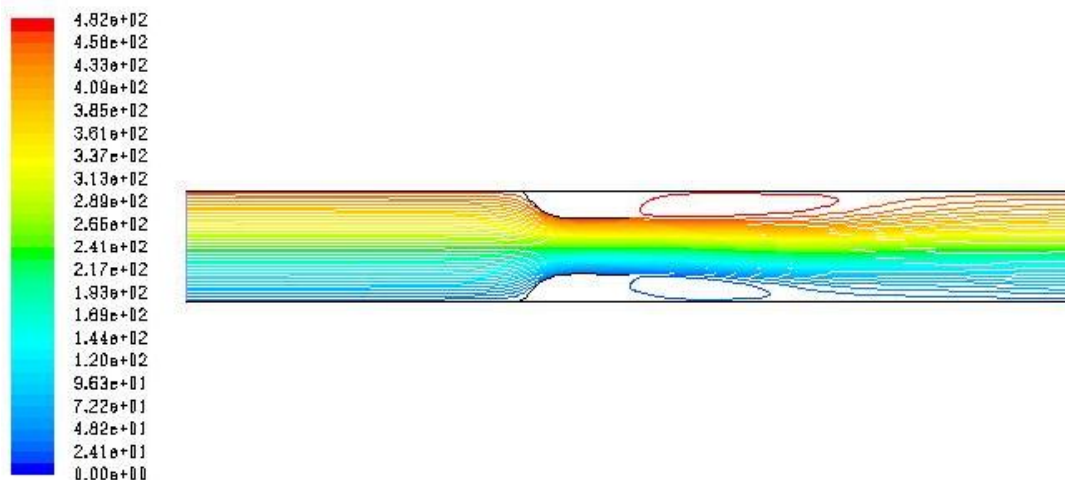


7.1.15 Ροϊκές γραμμές

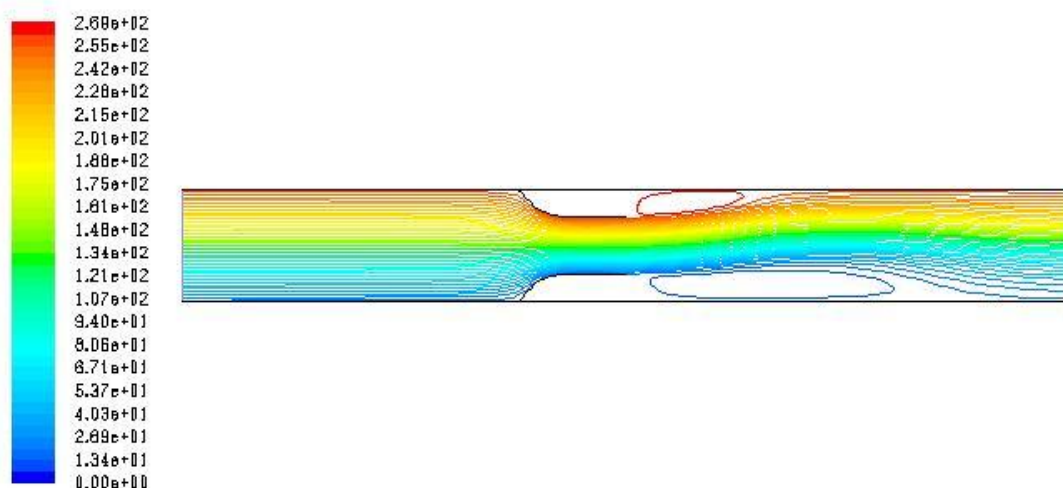
Πρόκειται για αναπαράσταση των ροϊκών γραμμών μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

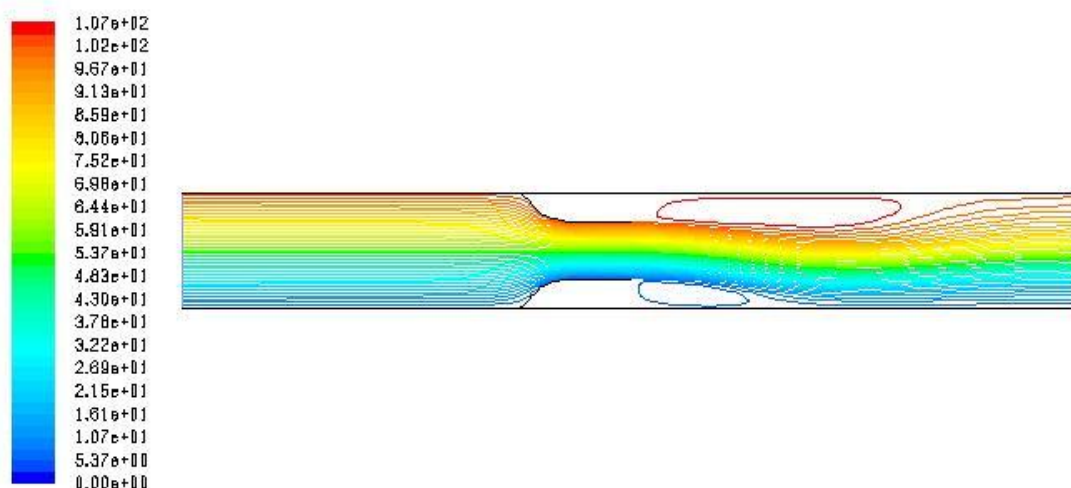
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

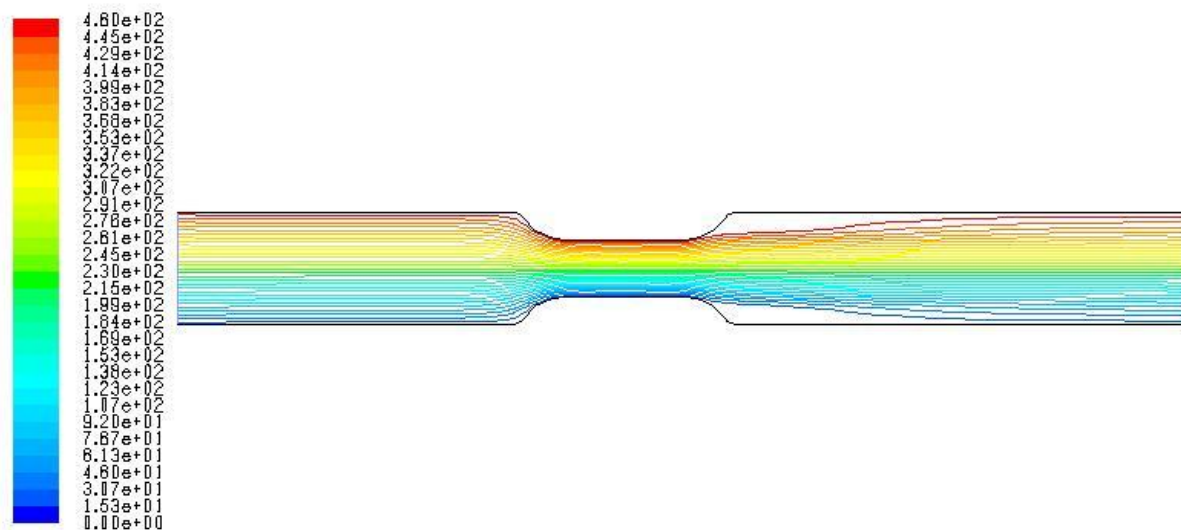


Volume fraction (0.8)

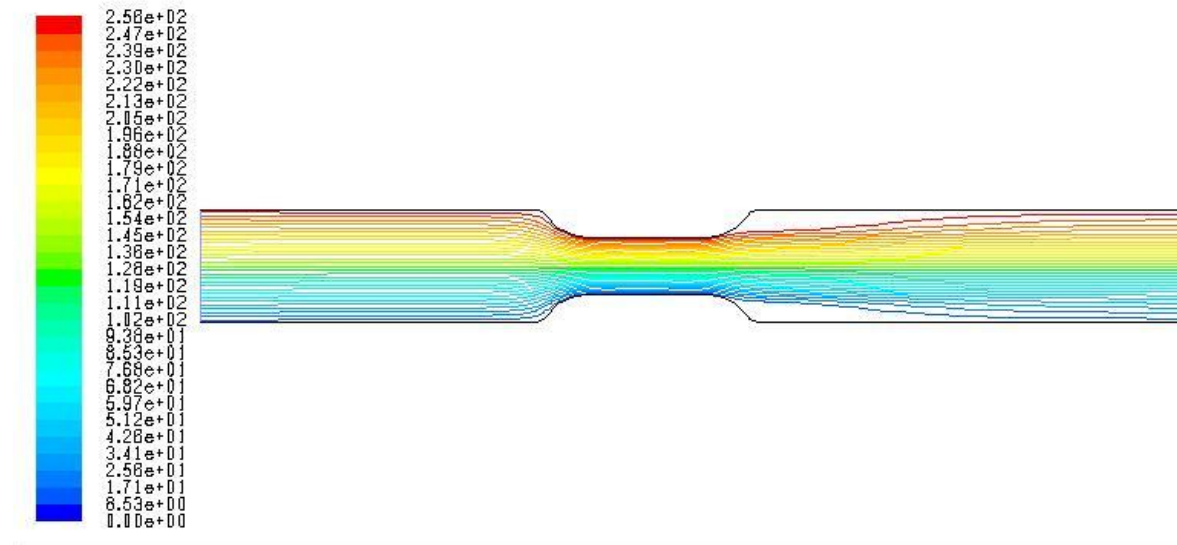


B) Σωλήνας Venturi

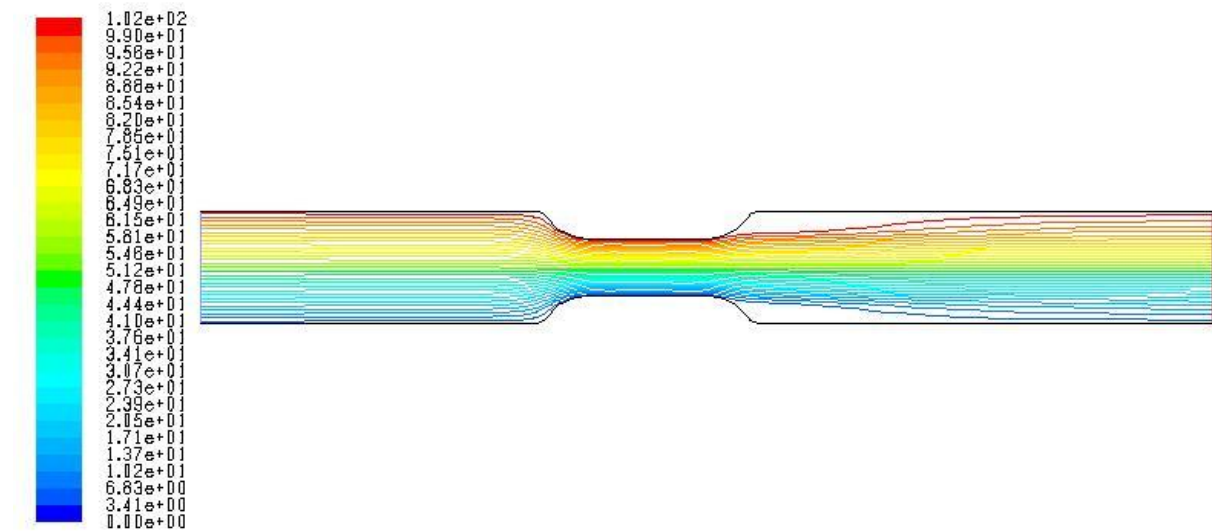
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)

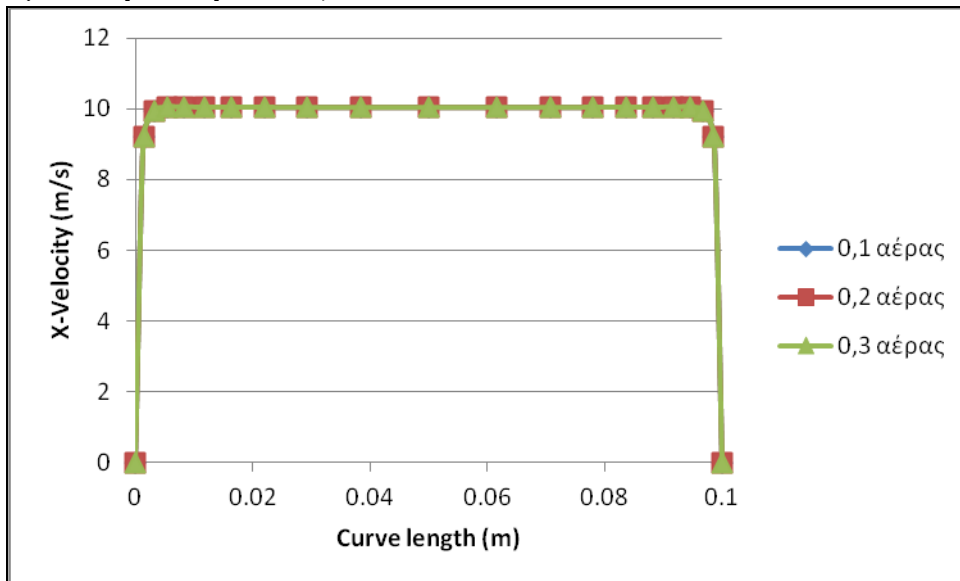


7.2 Για $d=5$, $D=10$ για $v=10$ m/s Eulerian k-epsilon

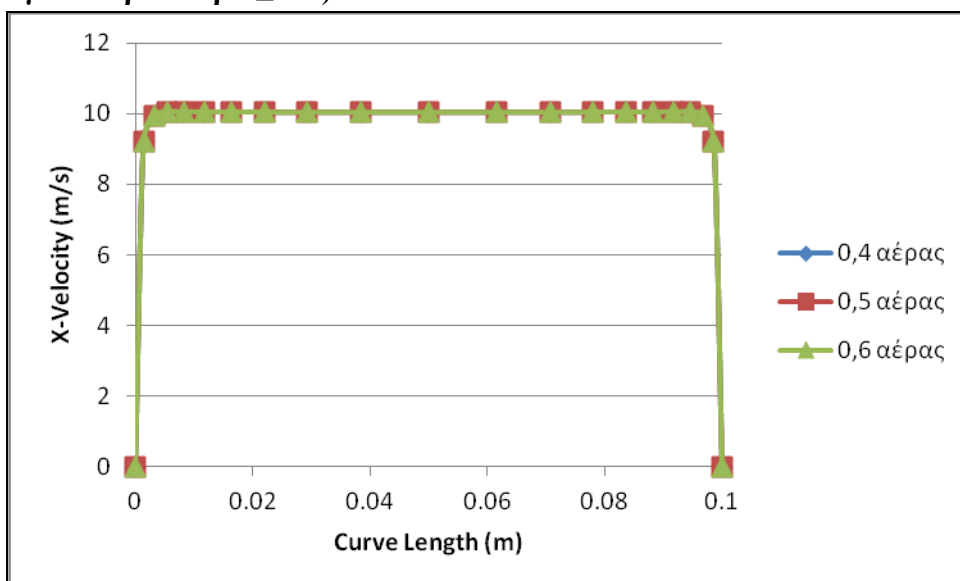
7.2.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

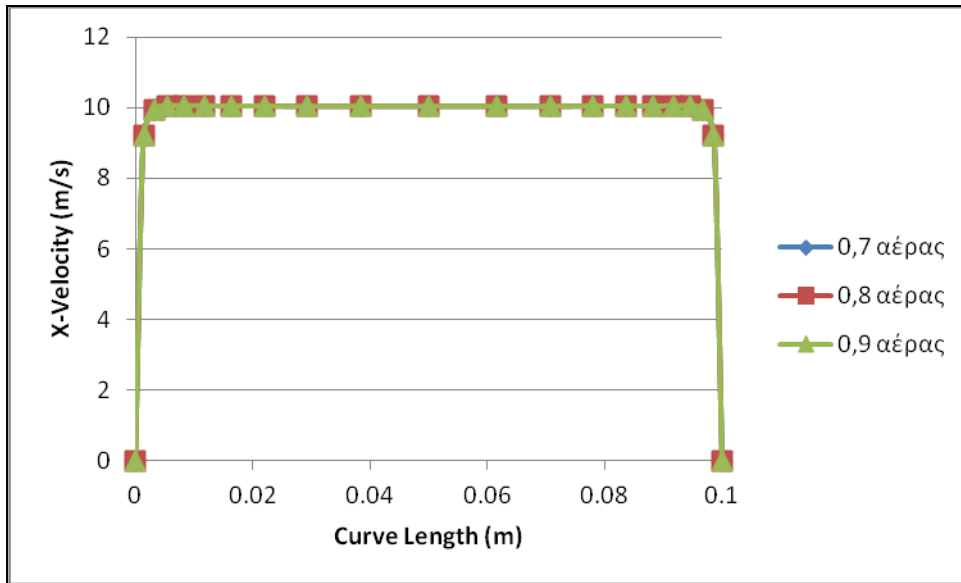
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

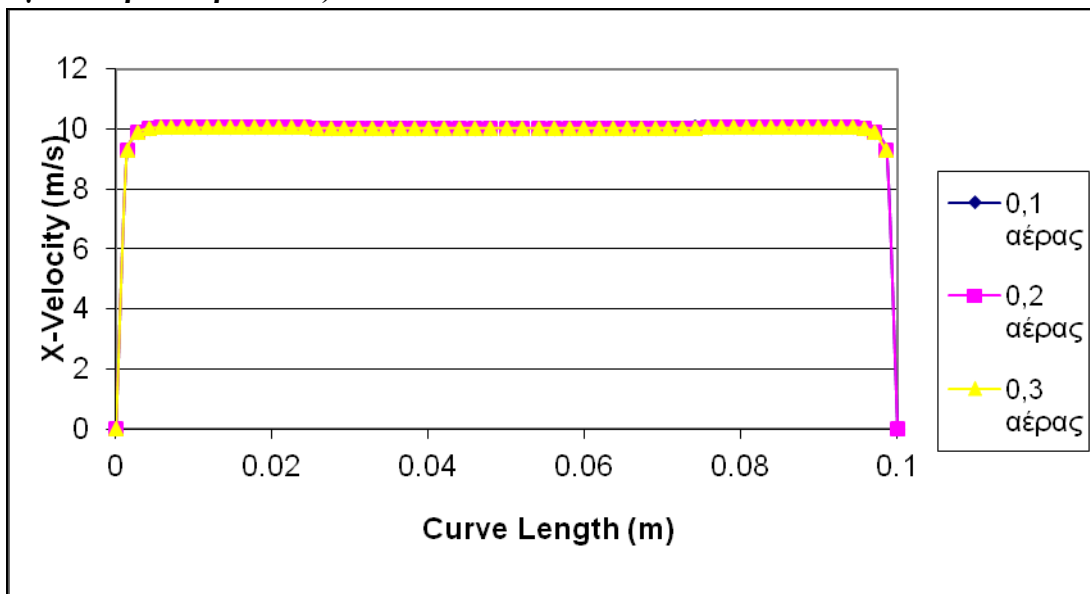


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

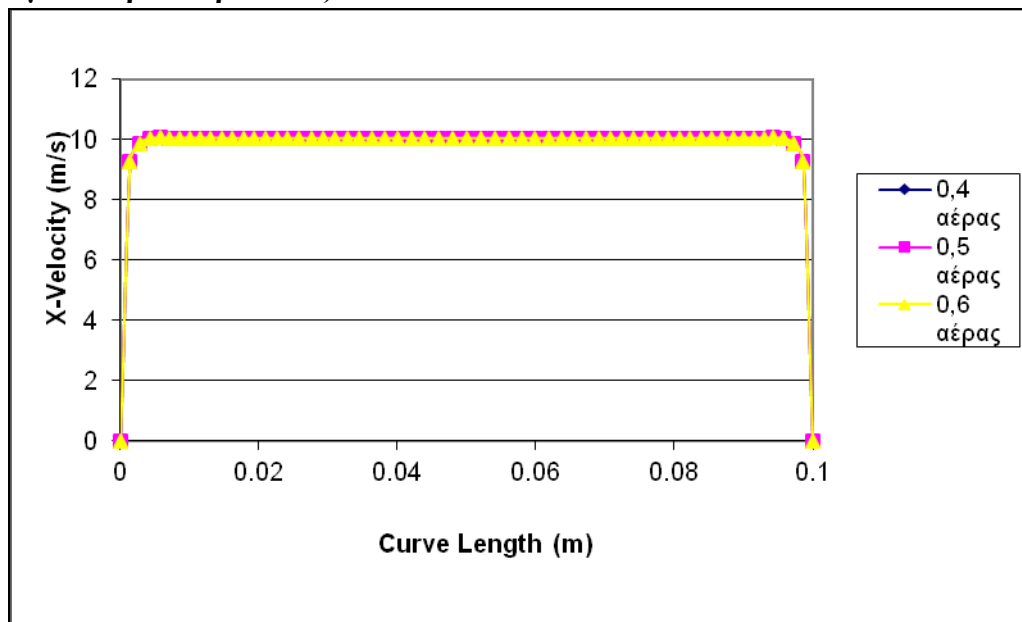


B) Σωλήνας Venturi

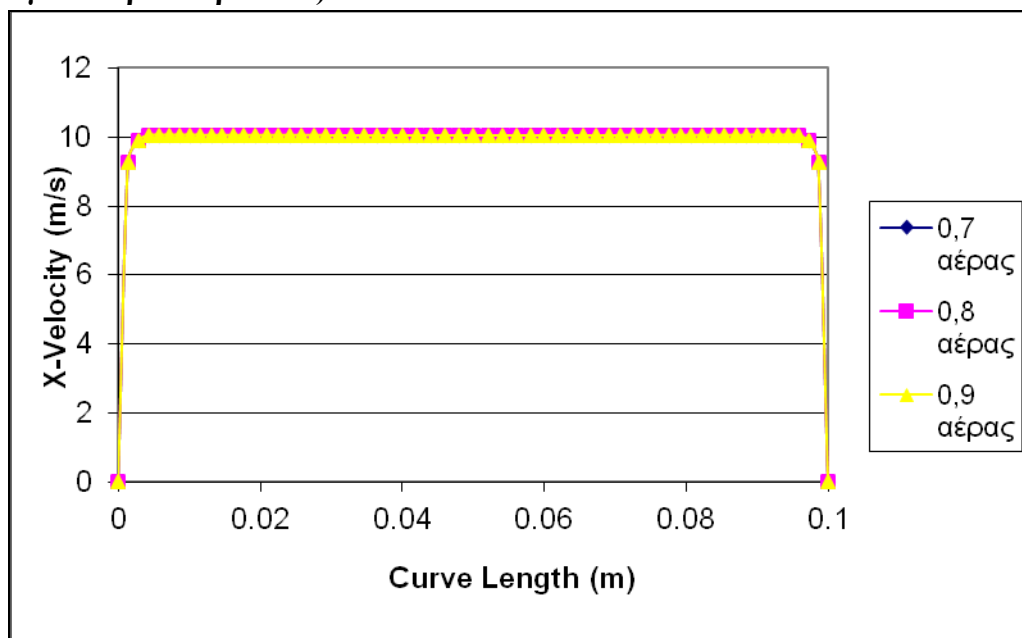
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)



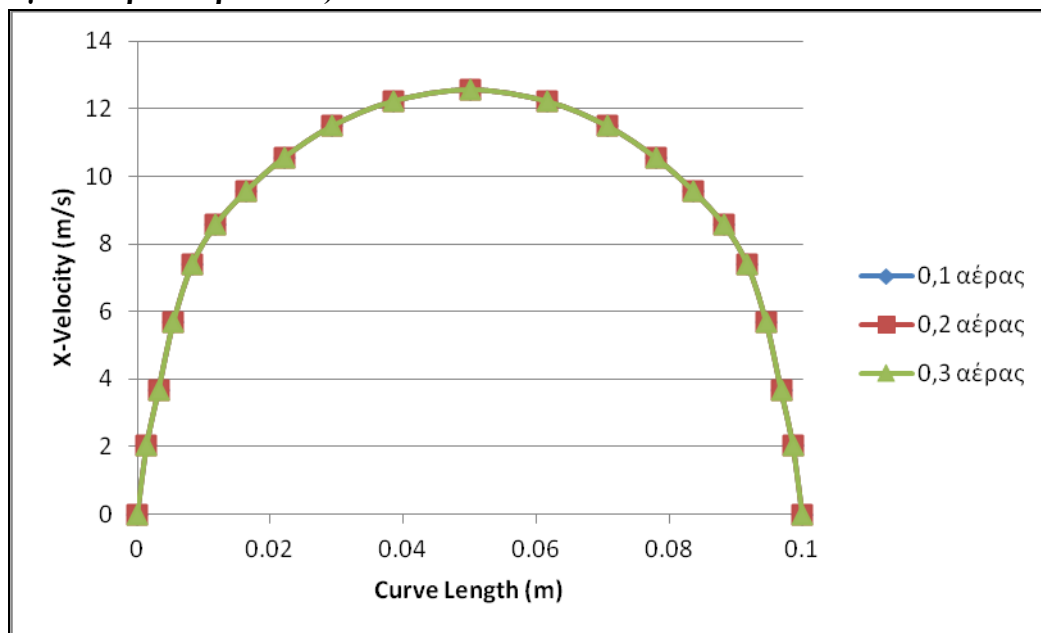
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)



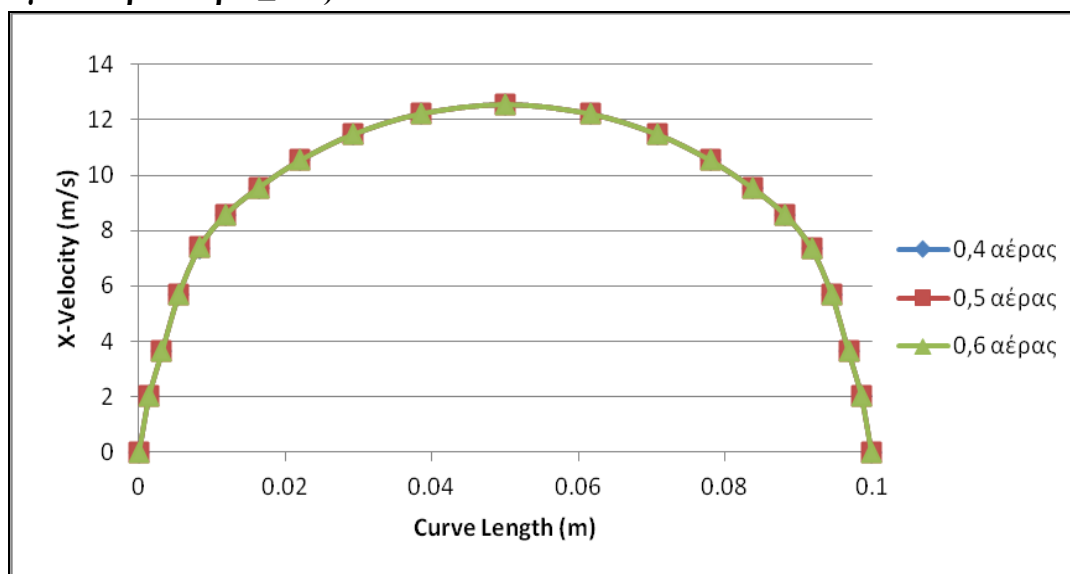
7.2.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

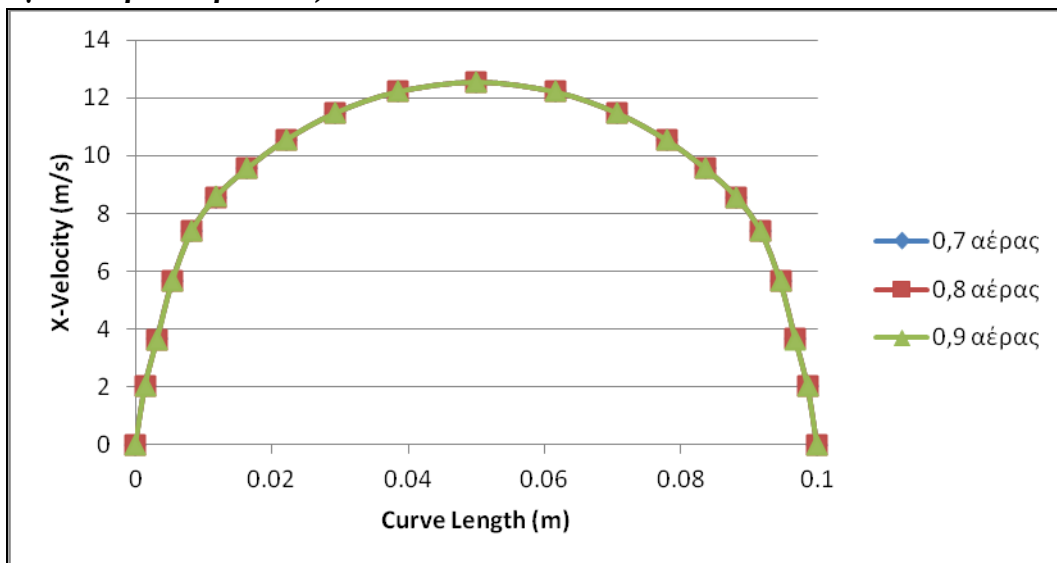
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

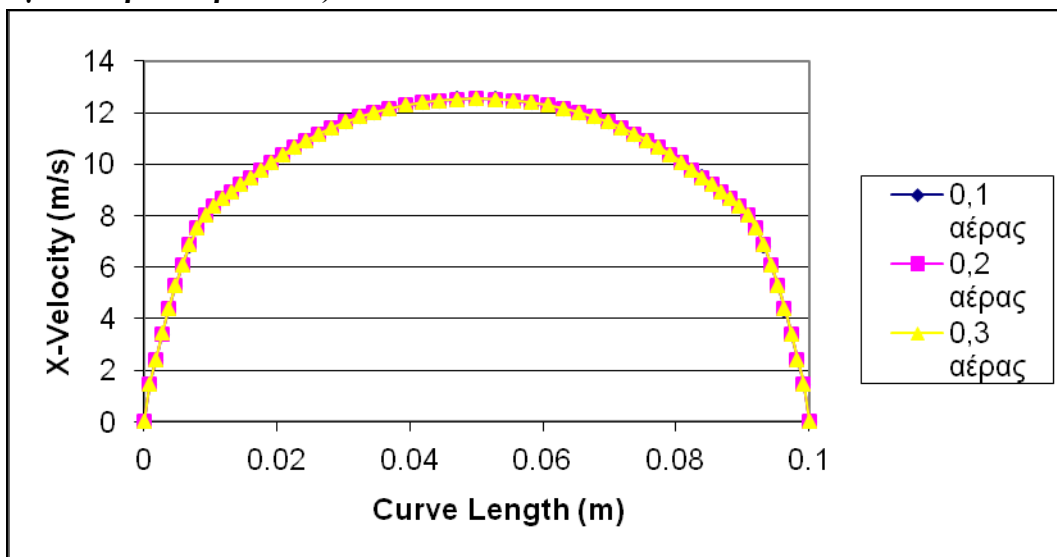


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

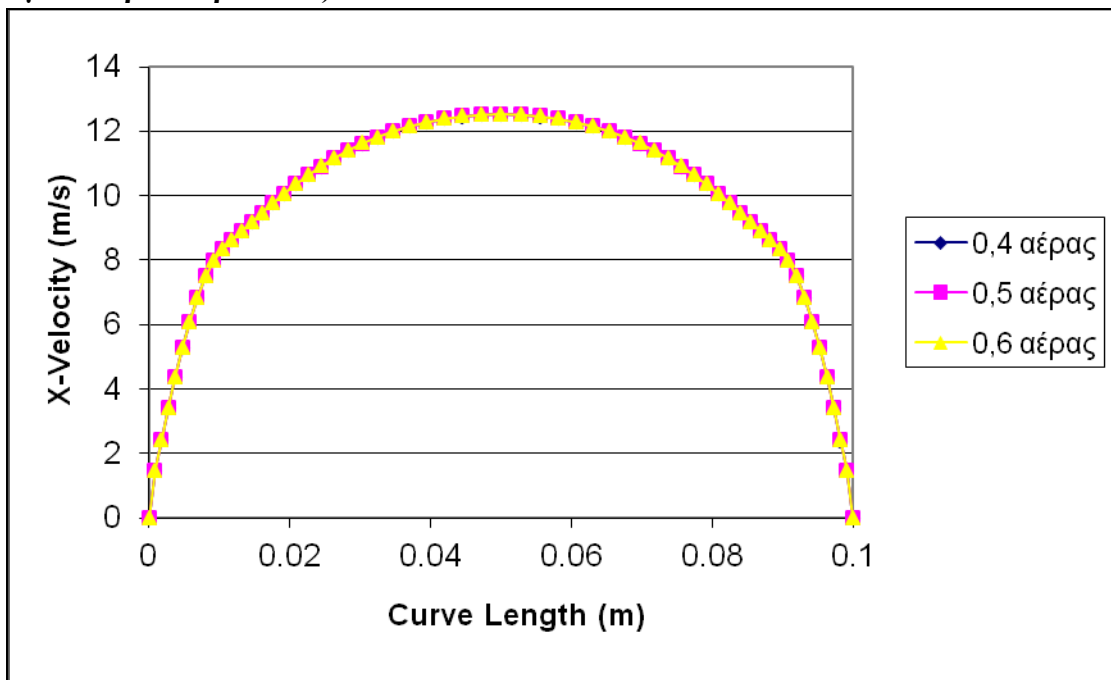


B) Σωλήνας Venturi

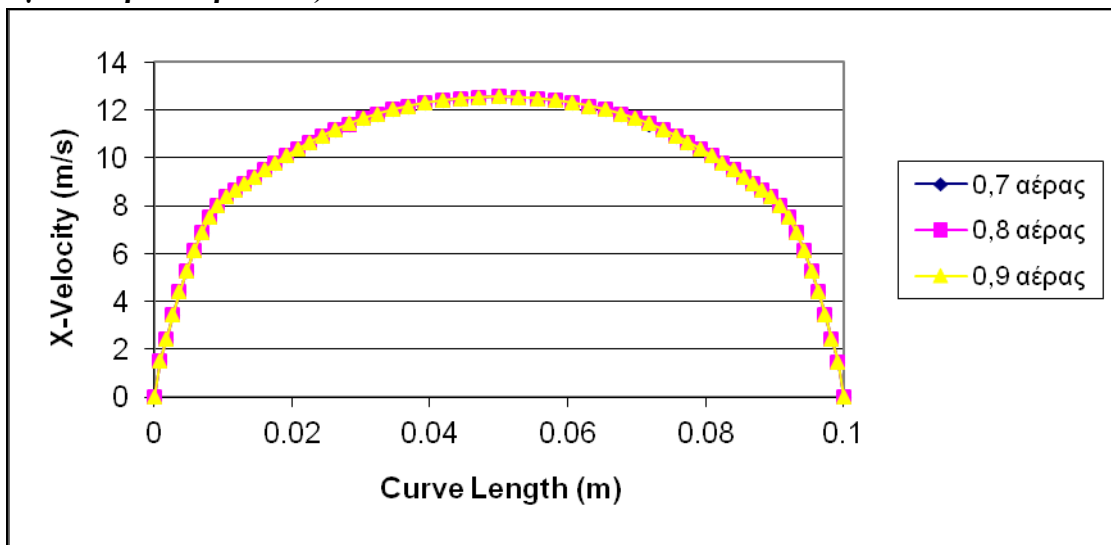
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)
όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)



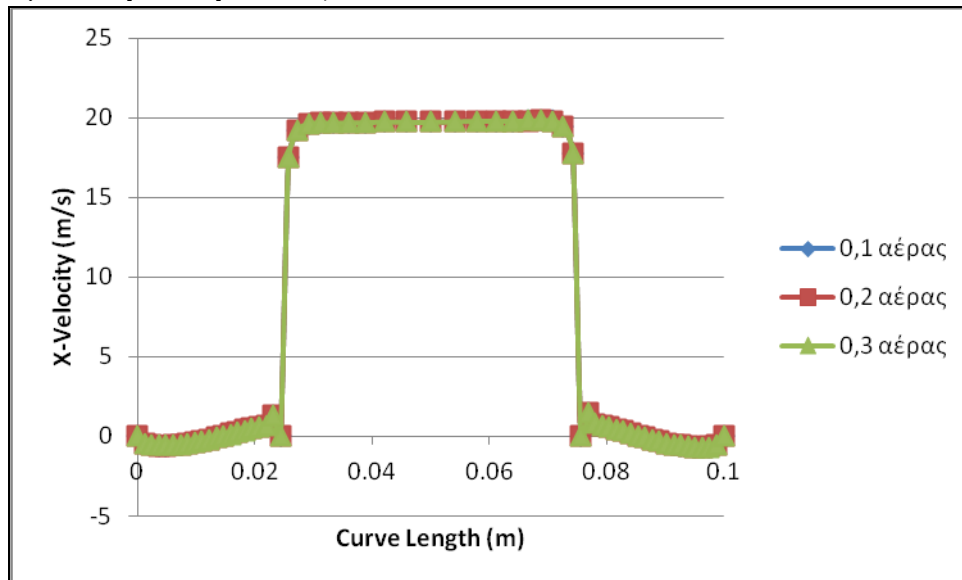
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)
όγκου νερού αέρα > 0.6)



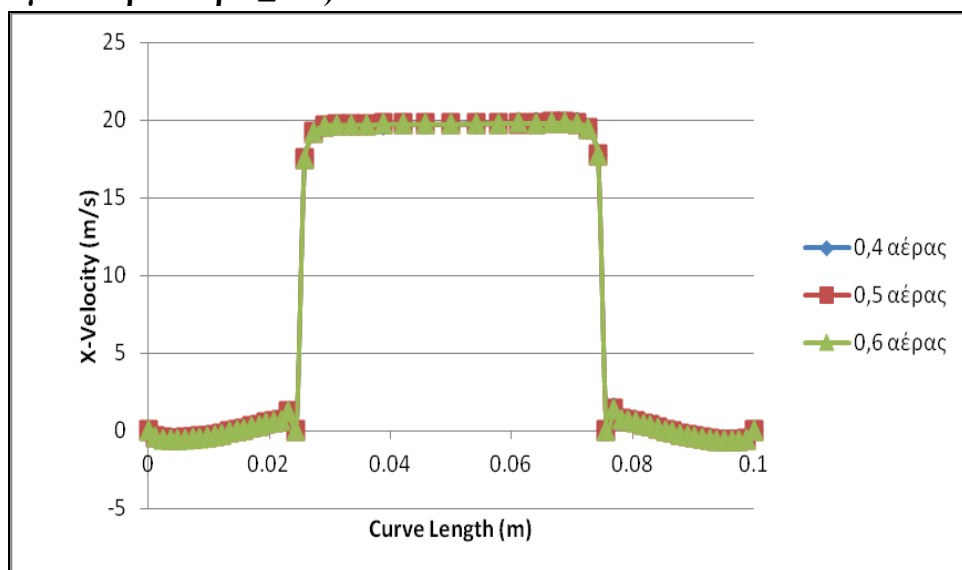
7.2.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

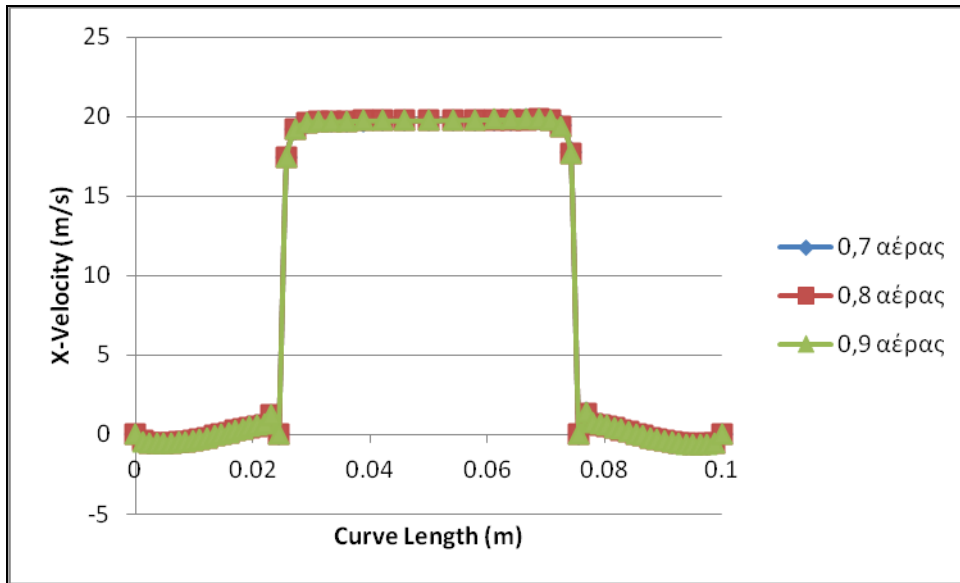
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

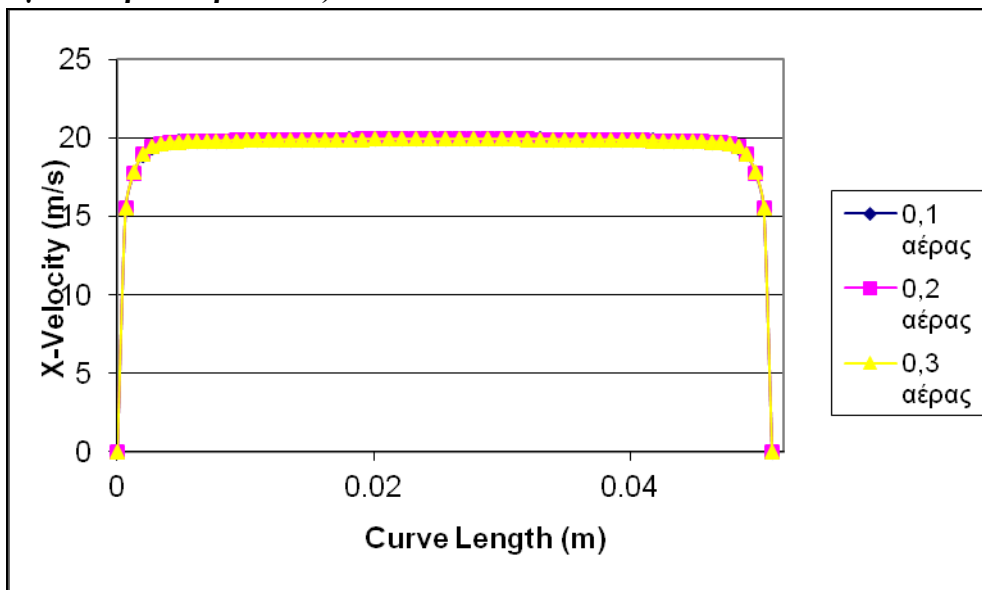


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

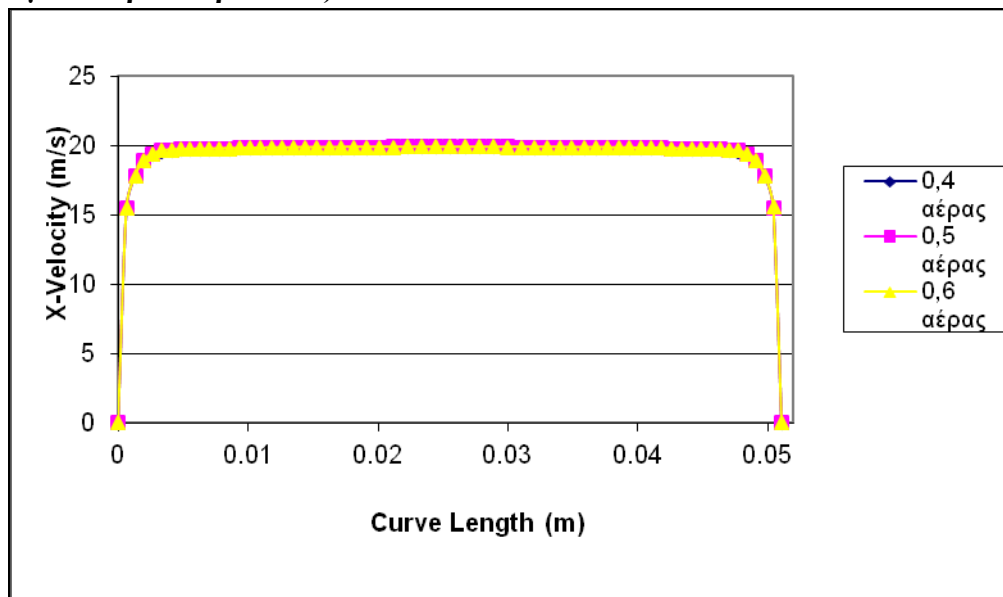


B) Σωλήνας Venturi

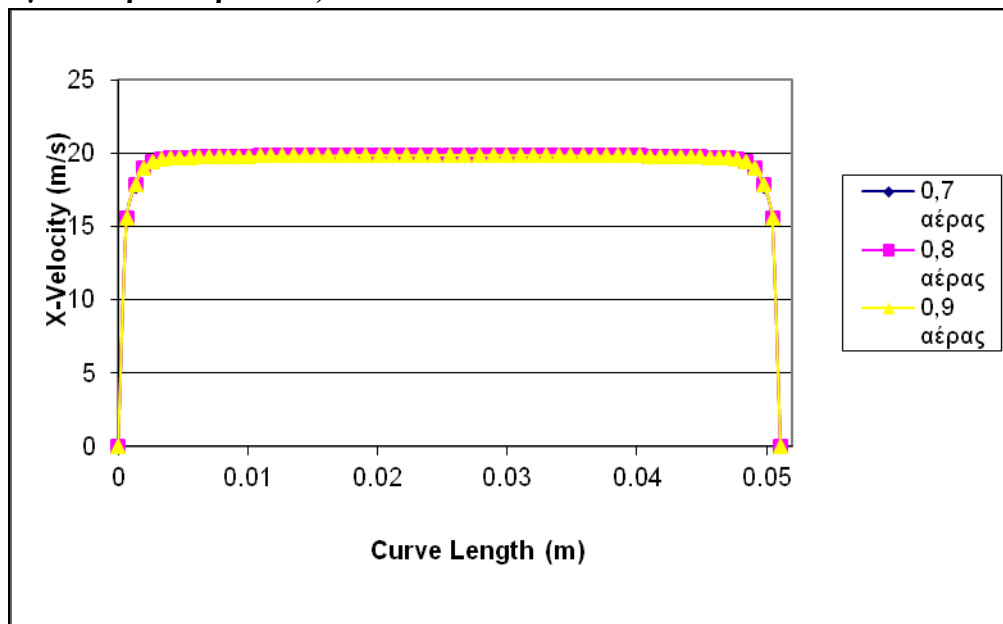
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa\lambda\acute{\alpha}\sigma\mu\alpha$ όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)



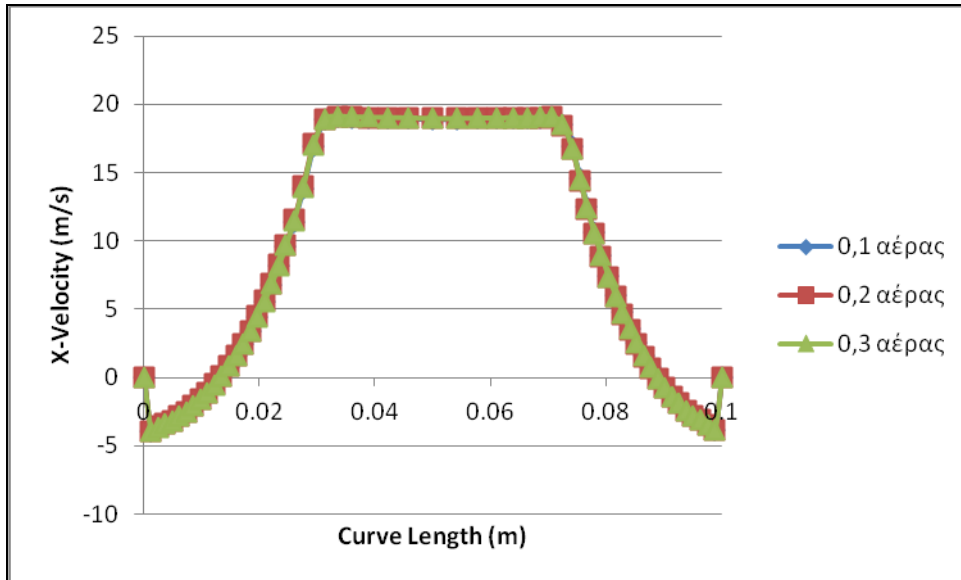
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa\lambda\acute{\alpha}\sigma\mu\alpha$ όγκου νερού αέρα >0.6)



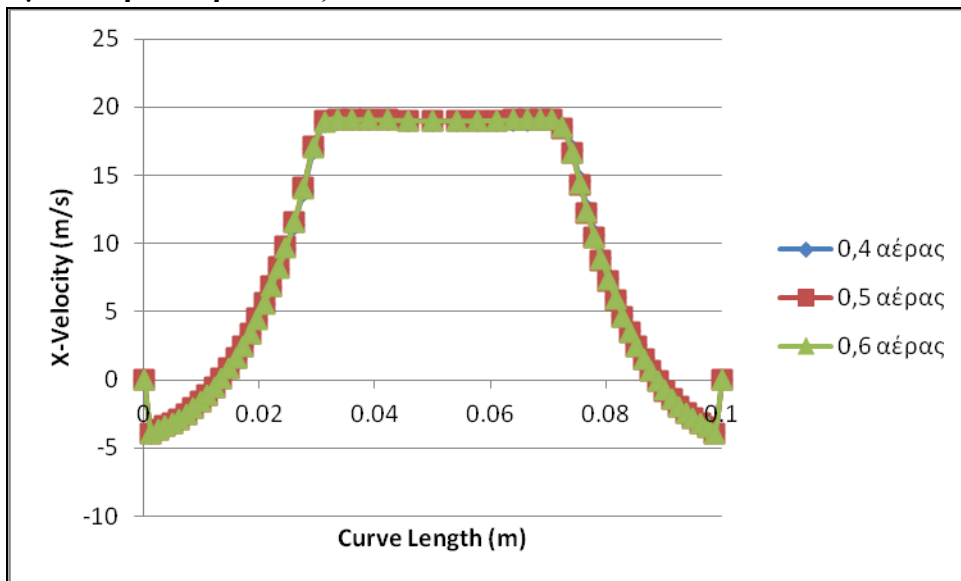
7.2.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

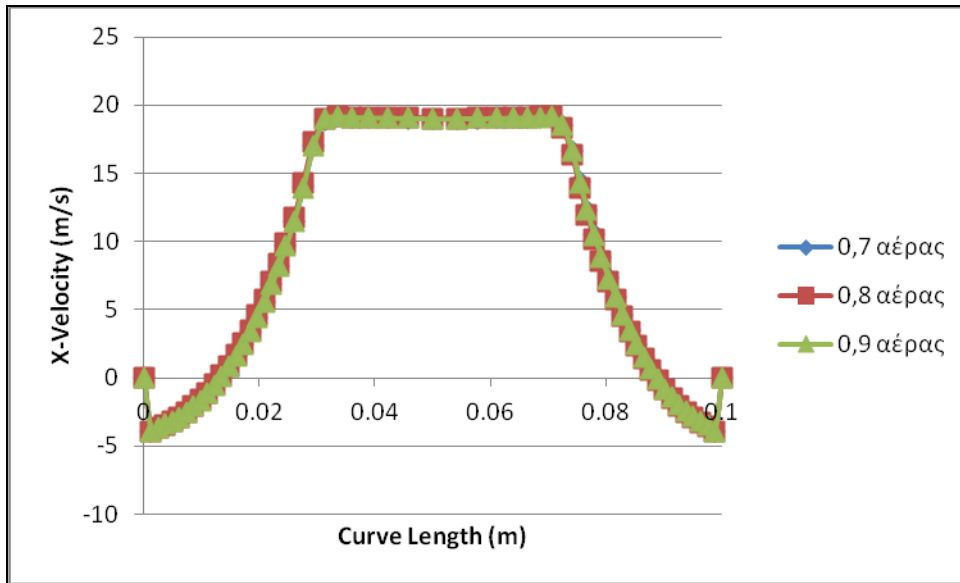
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

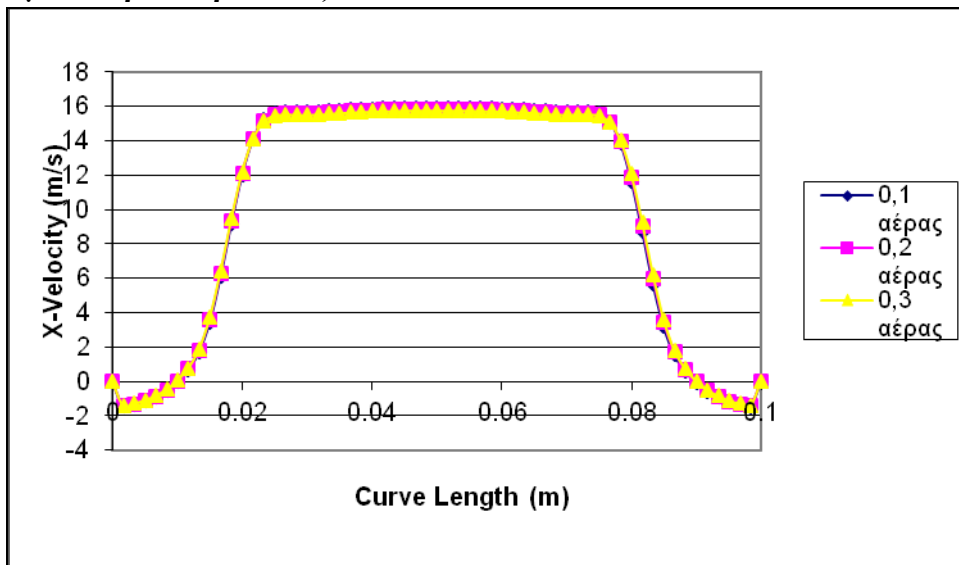


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

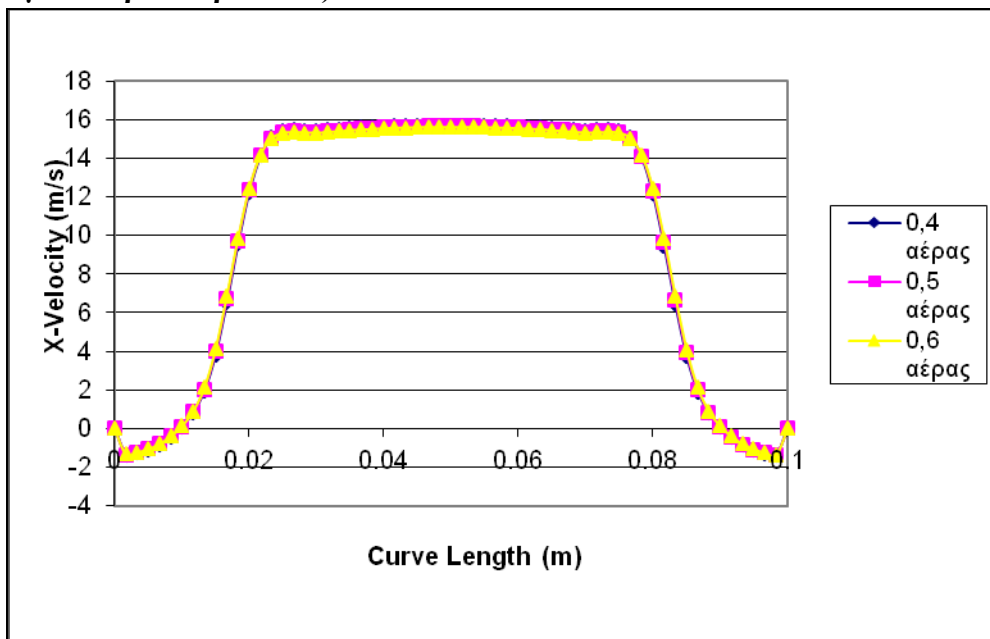


B) Σωλήνας Venturi

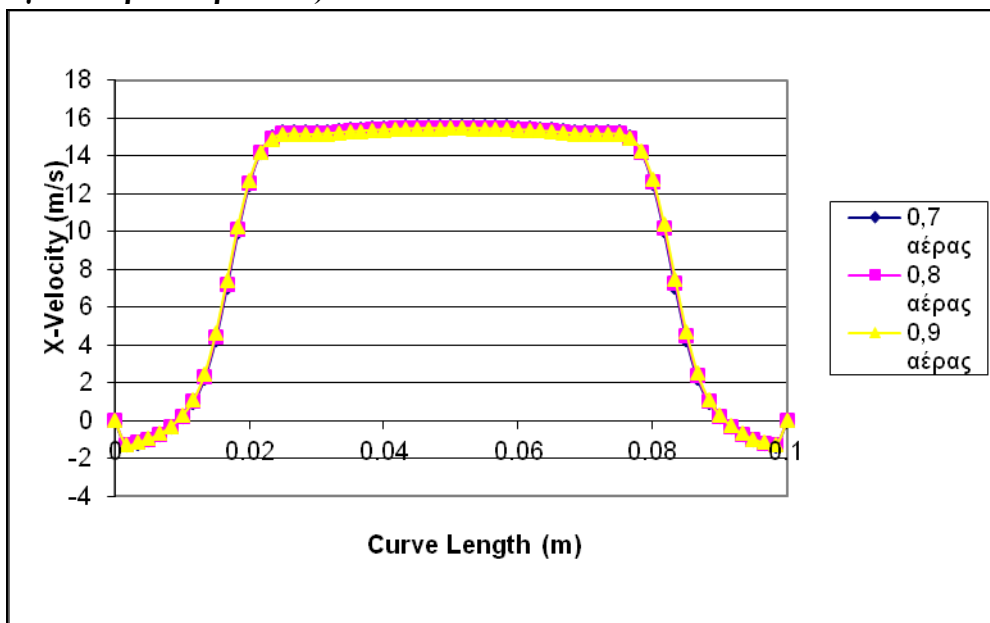
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)
όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)



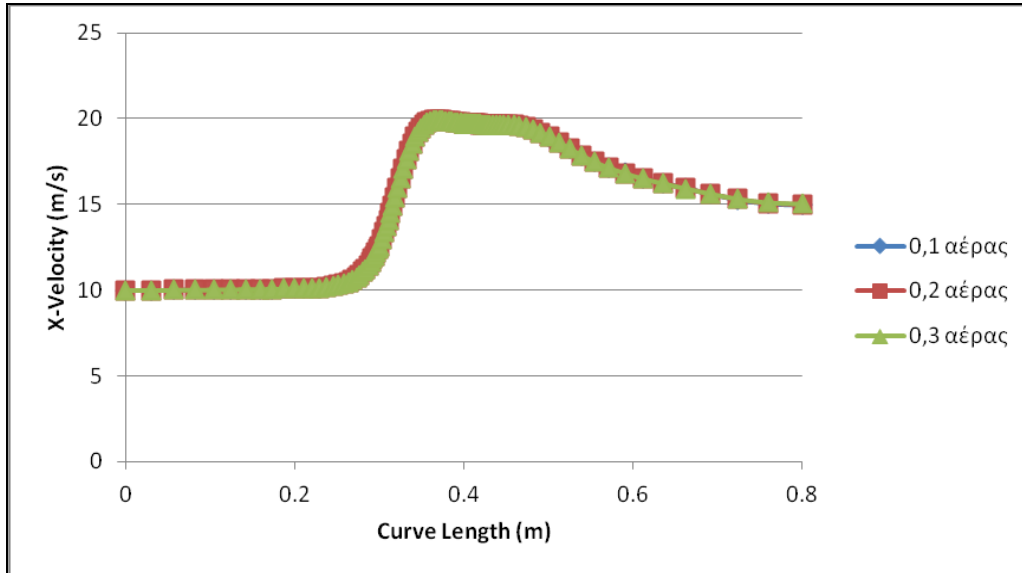
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)
όγκου νερού αέρα > 0.6)



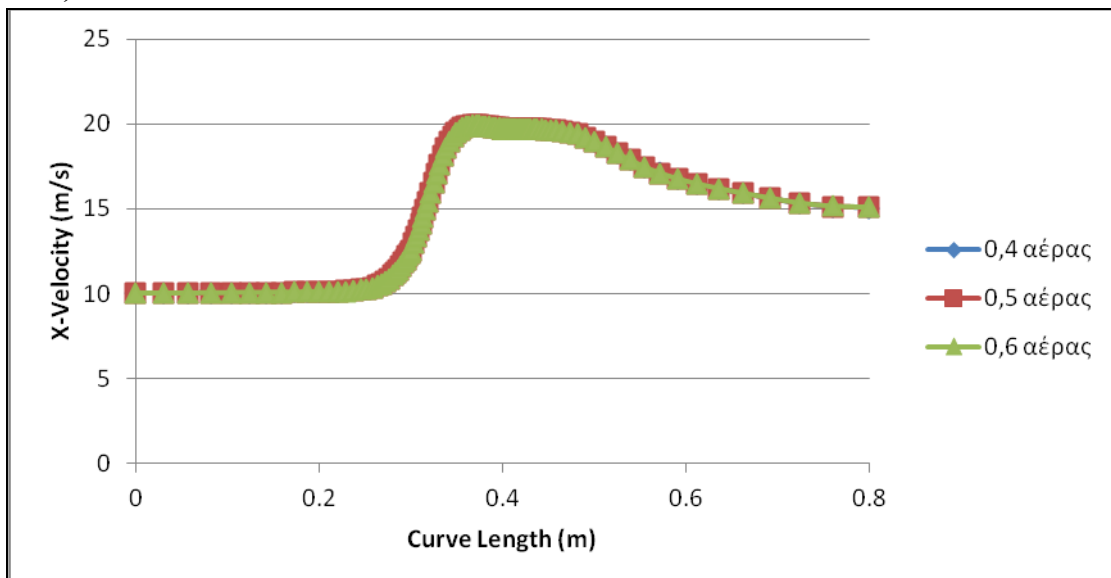
7.2.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

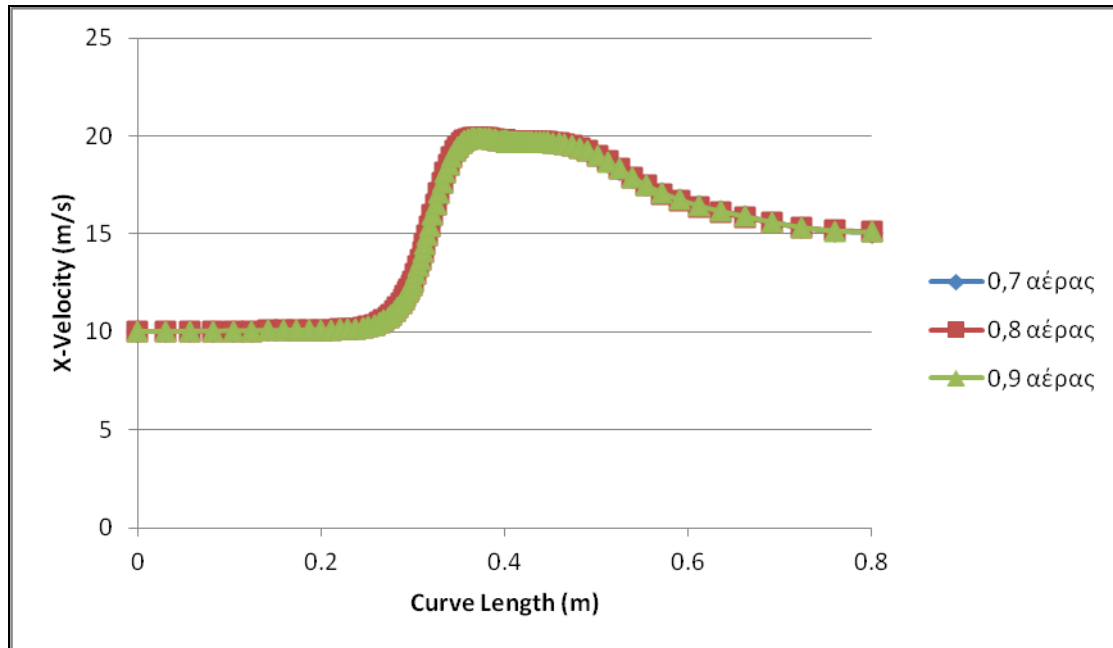
- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για χαμηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού (**$0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$**)

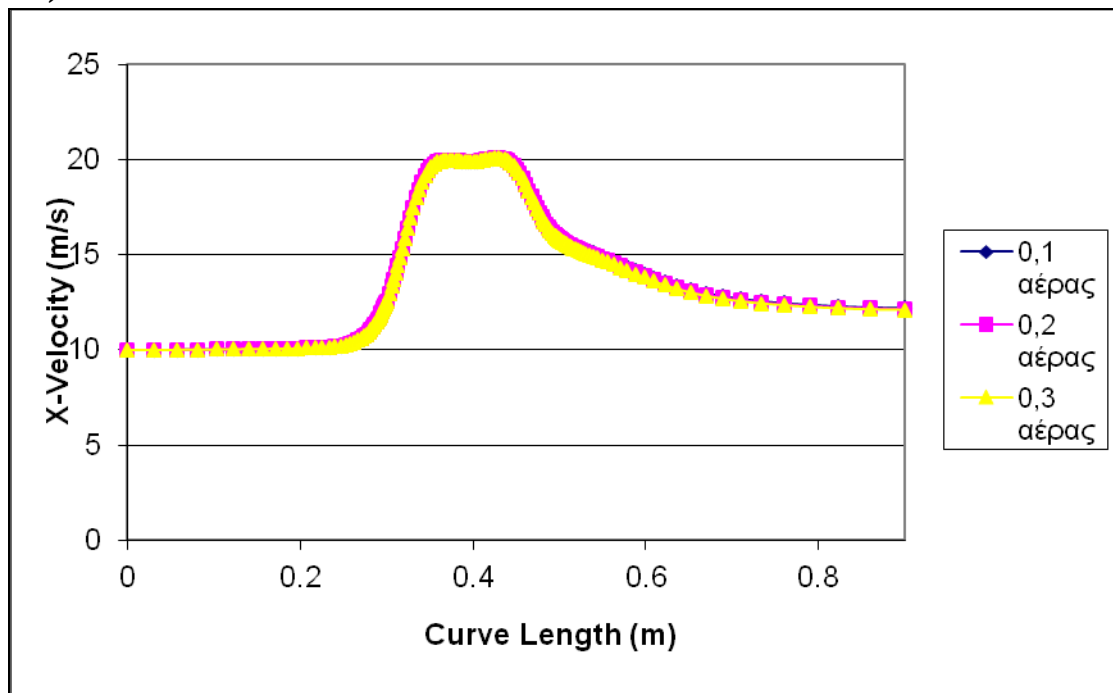


- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction >0.6**)

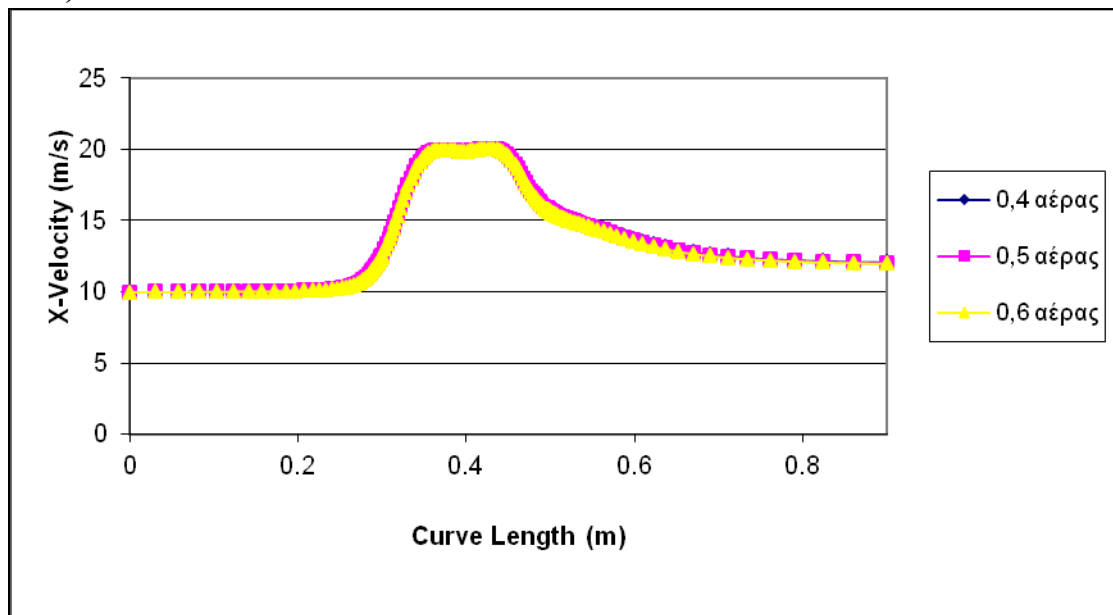


B) Σωλήνας Venturi

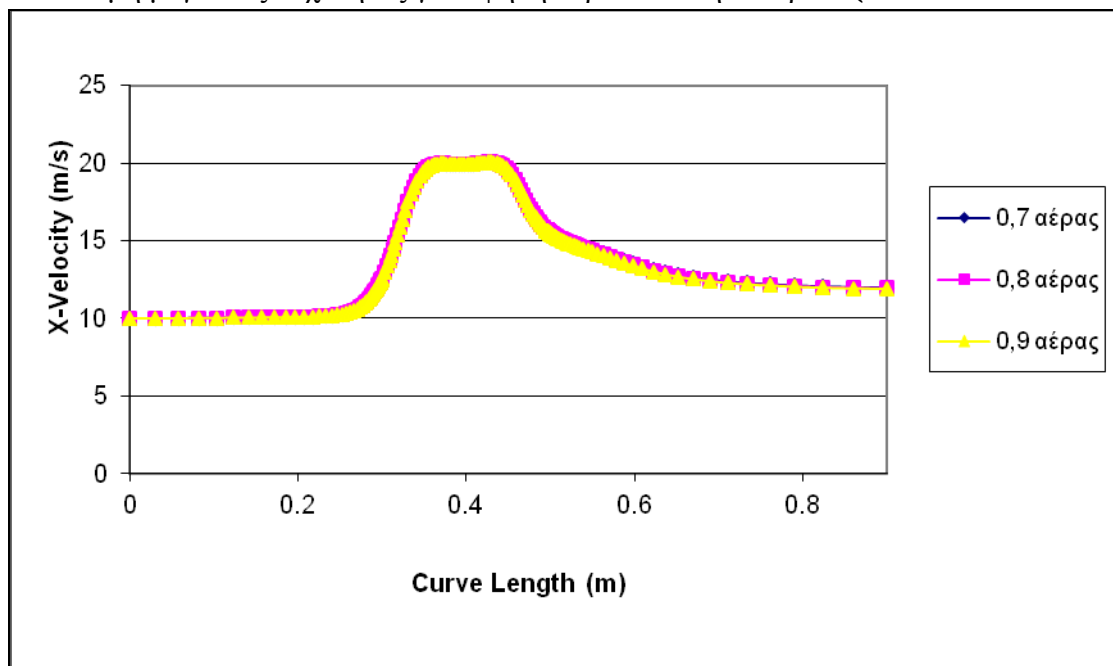
- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για χαμηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού ($0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$)



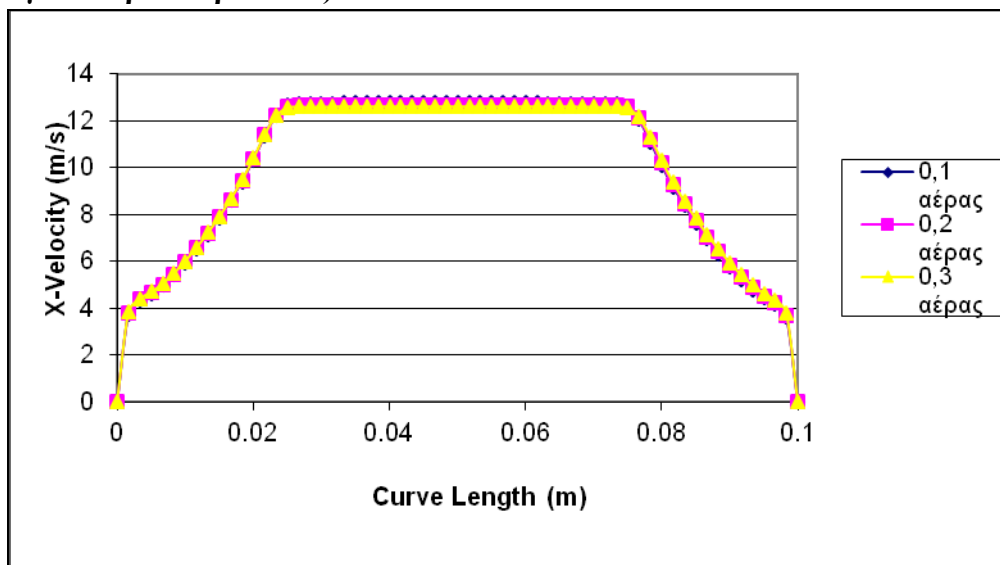
- Κατανομή μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού ($\text{Volume fraction} > 0.6$)



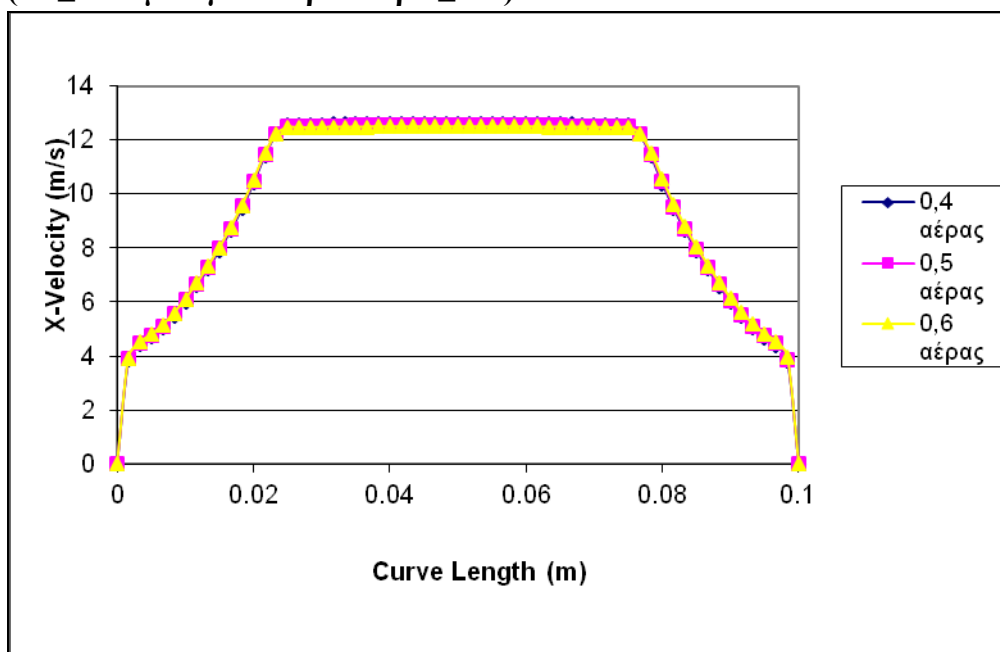
7.2.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Σωλήνας Venturi

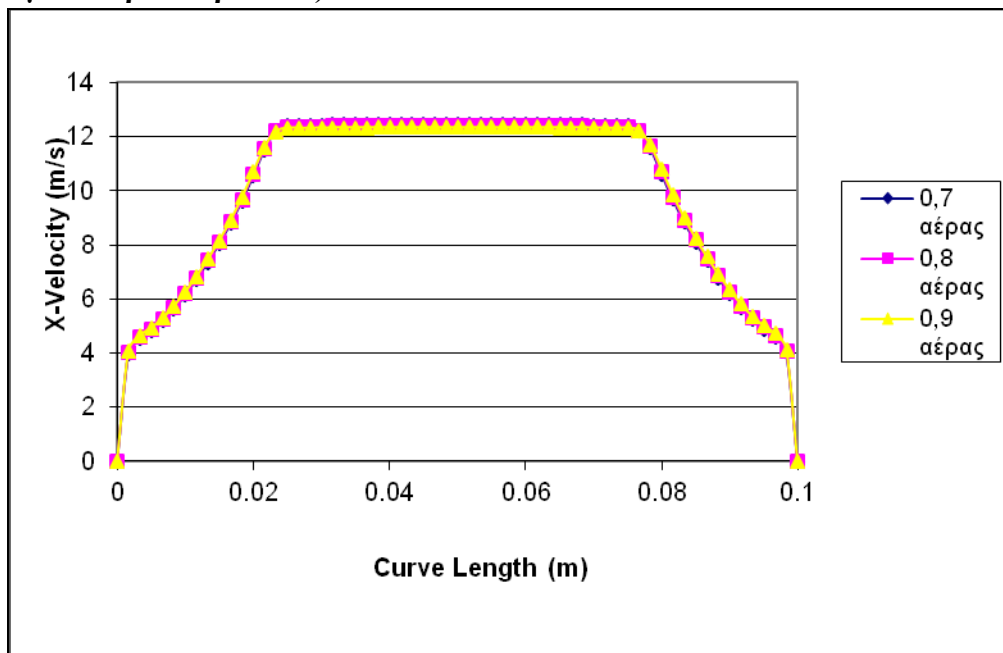
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)



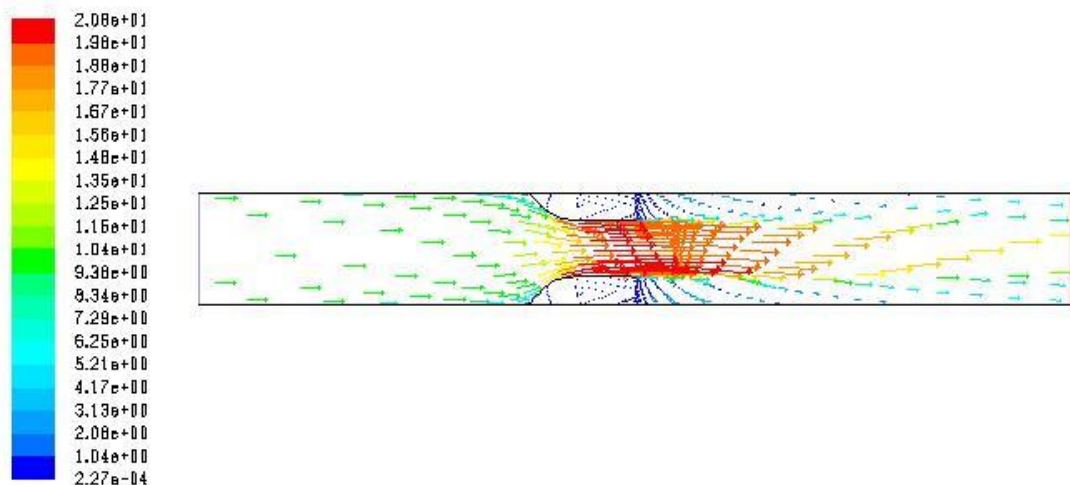
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)



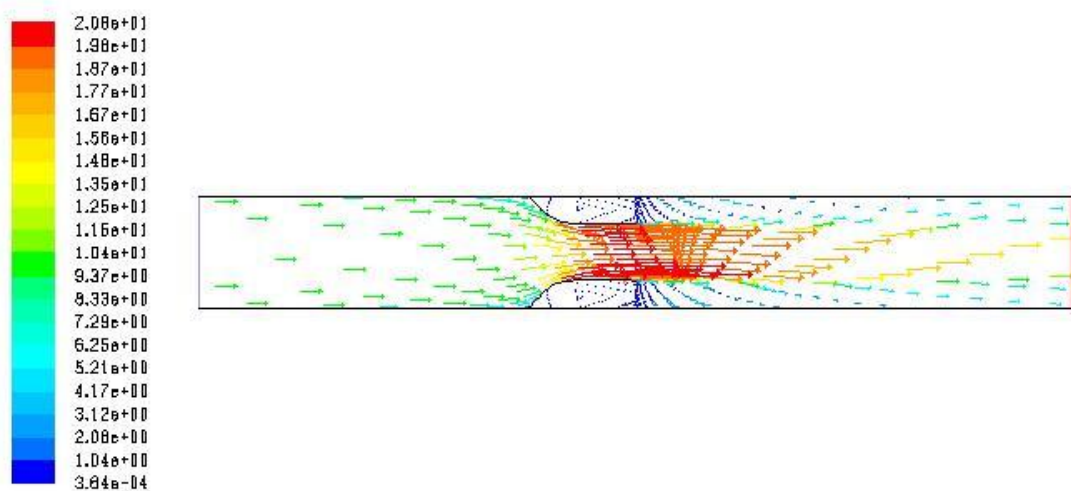
7.2.7 Διανύσματα ταχυτήτων

A) Ακροφύσιο

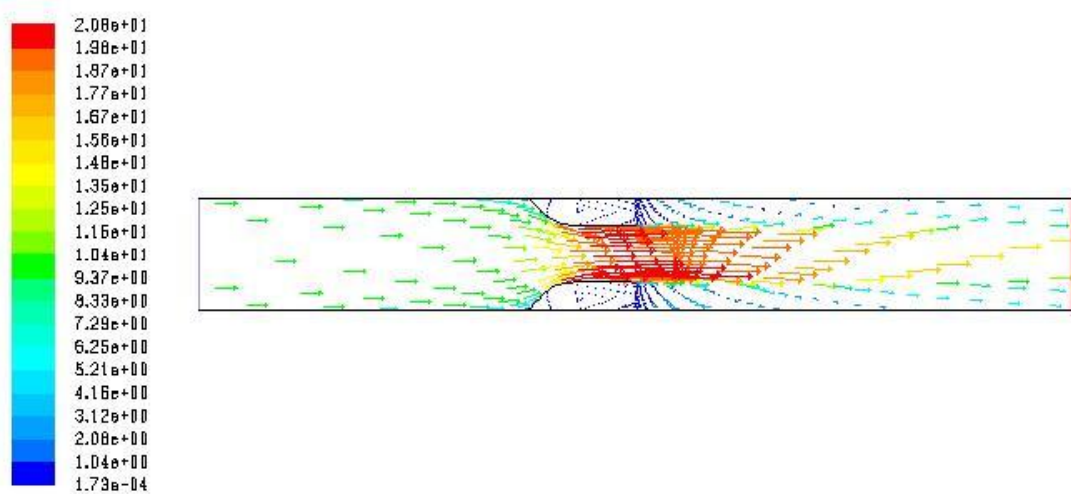
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

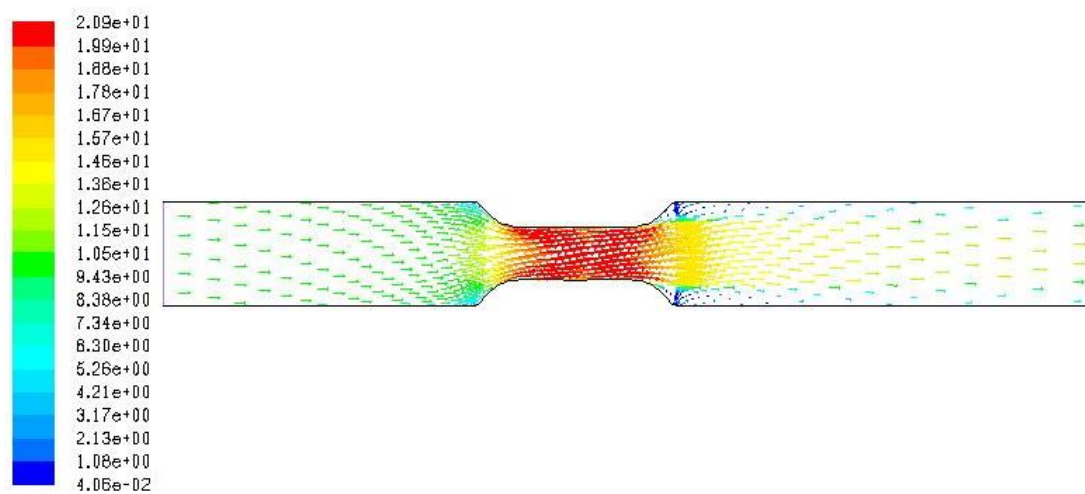


Volume fraction (0.8)

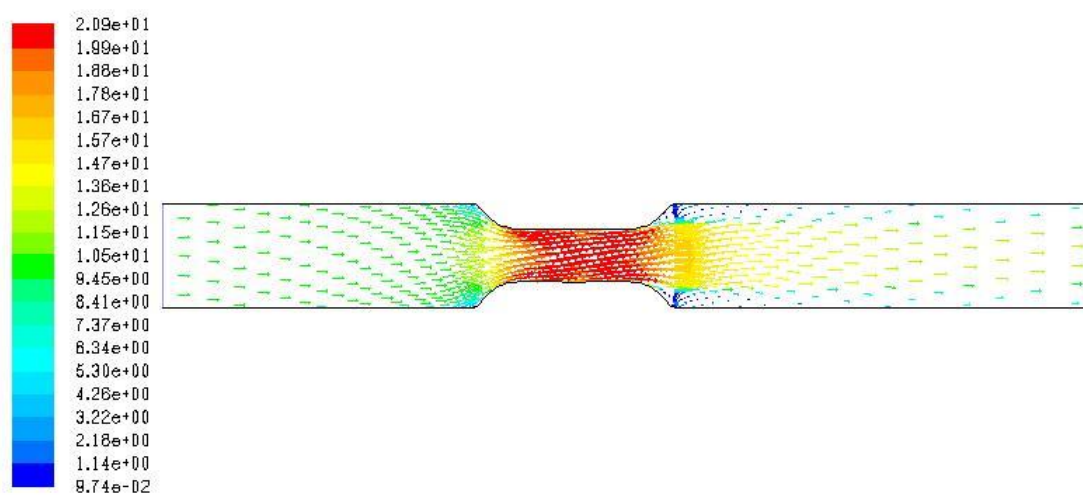


B) Σωλήνας Venturi

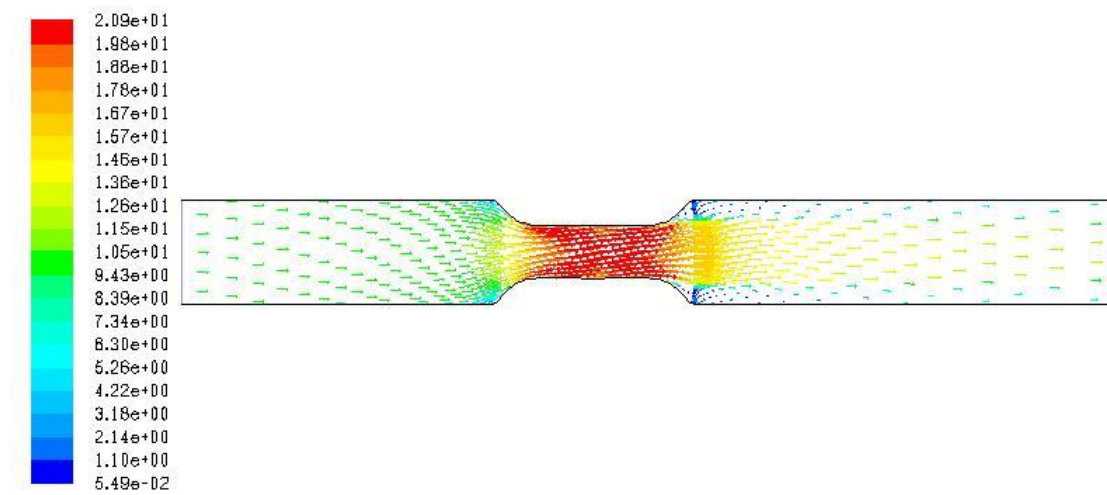
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)



7.2.8 LINE 1 –Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	48333.98
Vf(0,2)	48335.07
Vf(0,3)	48336.12
Vf(0,4)	48336.17
Vf(0,5)	48338.03
Vf(0,6)	48336.13
Vf(0,7)	48335.05
Vf(0, 8)	48332.49
Vf(0,9)	48318.99

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	49677,9
Vf(0.2)	49678,06
Vf(0.3)	49678,19
Vf(0.4)	49678,29
Vf(0.5)	49678,36
Vf(0.6)	49678,38
Vf(0.7)	49678,25
Vf(0.8)	49677,8
Vf(0.9)	49676,12

7.2.9 LINE 2 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	37868.6
Vf(0,2)	37864.69
Vf(0,3)	37860.9
Vf(0,4)	37856.75
Vf(0,5)	37852.83
Vf(0,6)	37847.72
Vf(0,7)	37843.05
Vf(0, 8)	37836.91
Vf(0,9)	37826.58

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	47266,07
Vf(0.2)	47260,14
Vf(0.3)	47254,22
Vf(0.4)	47248,44
Vf(0.5)	47242,8
Vf(0.6)	47237,28
Vf(0.7)	47232,11
Vf(0.8)	47227,51
Vf(0.9)	47225,4

7.2.10 LINE 3 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	61372.03
Vf(0,2)	61363.23
Vf(0,3)	61359.5
Vf(0,4)	61348.97
Vf(0,5)	61339.87
Vf(0,6)	61338.67
Vf(0,7)	61336.51
Vf(0, 8)	61317.06
Vf(0,9)	61318.88

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	188551,9
Vf(0.2)	188544,4
Vf(0.3)	188536,5
Vf(0.4)	188528,6
Vf(0.5)	188520,6
Vf(0.6)	188511,9
Vf(0.7)	188502,8
Vf(0.8)	188491,4
Vf(0.9)	188473,7

7.2.11 LINE 4 – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	61038.89
Vf(0,2)	61115.13
Vf(0,3)	61154.62
Vf(0,4)	61216.19
Vf(0,5)	61216.84
Vf(0,6)	61224.88
Vf(0,7)	61238.01
Vf(0, 8)	61260.67
Vf(0,9)	61257.04

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	72347
Vf(0.2)	72683,76
Vf(0.3)	73006,27
Vf(0.4)	73312,06
Vf(0.5)	73624,72
Vf(0.6)	73939,96
Vf(0.7)	74248,43
Vf(0.8)	74562,65
Vf(0.9)	74936,76

7.2.12 HORIZONTAL LINE – Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι :

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	140550.3
Vf(0,2)	140570
Vf(0,3)	140580.6
Vf(0,4)	140607.8
Vf(0,5)	140625.4
Vf(0,6)	140642.9
Vf(0,7)	140653.5
Vf(0, 8)	140671.9
Vf(0,9)	140731.5

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	117725,4
Vf(0.2)	118178,2
Vf(0.3)	118605,3
Vf(0.4)	119018,4
Vf(0.5)	119447,5
Vf(0.6)	119886,5
Vf(0.7)	120293,2
Vf(0.8)	120754,7
Vf(0.9)	121305,3

7.2.13 LINE 5 –Δυναμική Πίεση

Σωλήνας Venturi

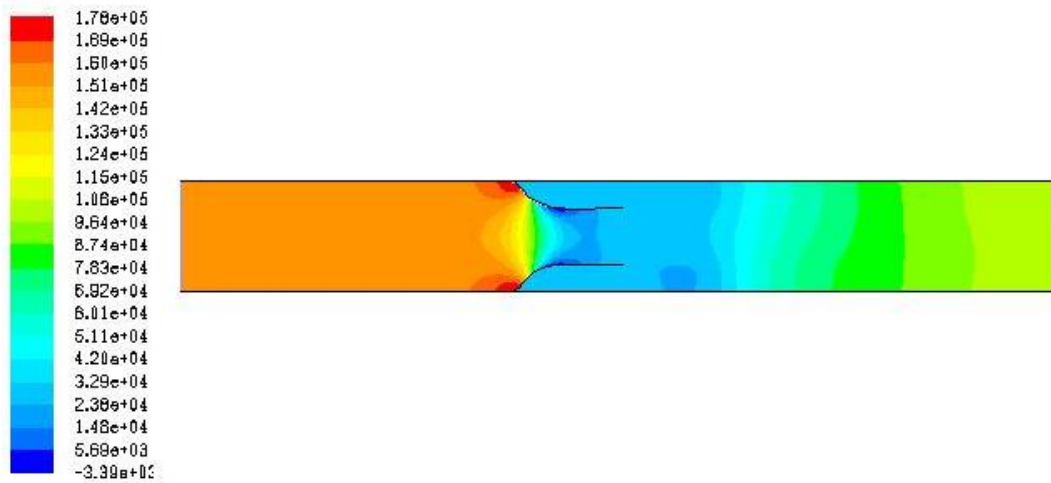
Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	53749,63
Vf(0.2)	53887,69
Vf(0.3)	54018,35
Vf(0.4)	54144,8
Vf(0.5)	54278,06
Vf(0.6)	54422,41
Vf(0.7)	54516,54
Vf(0.8)	54692,36
Vf(0.9)	54857,51

7.2.14 Κατανομές πίεσης

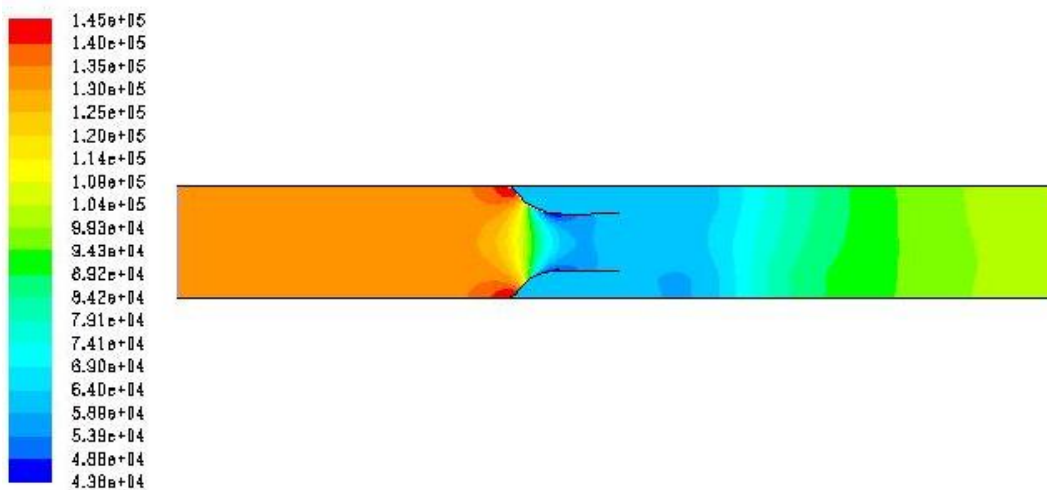
Ακολουθεί η αναπαράσταση της απόλυτης πίεσης μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

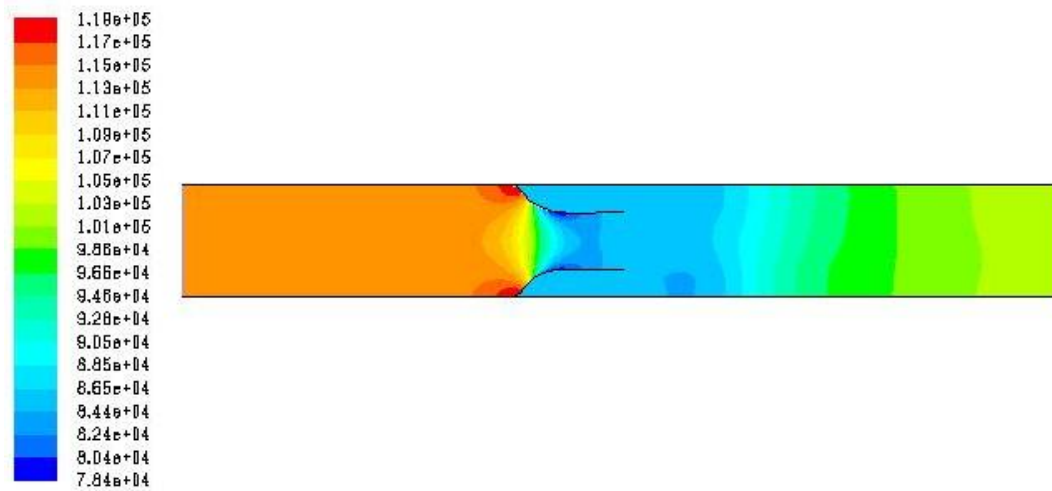
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

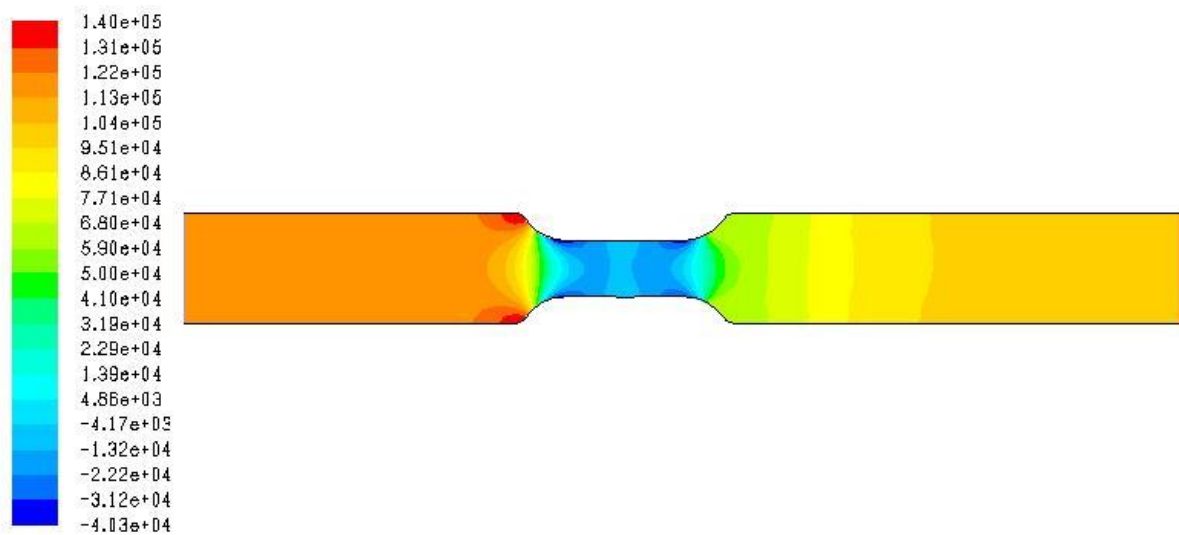


Volume fraction (0.8)

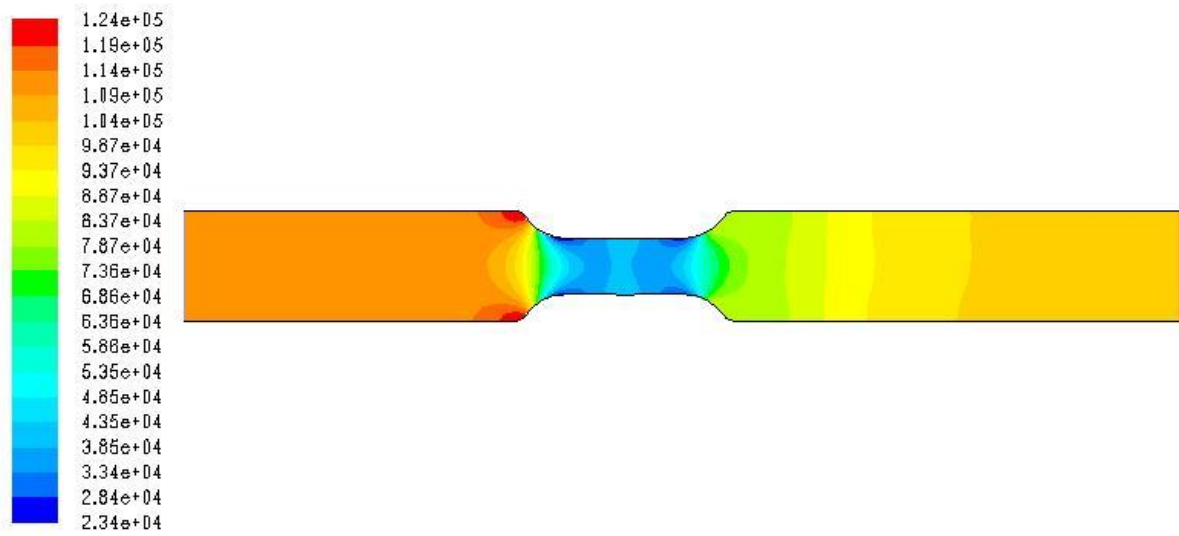


B) Σωλήνας Venturi

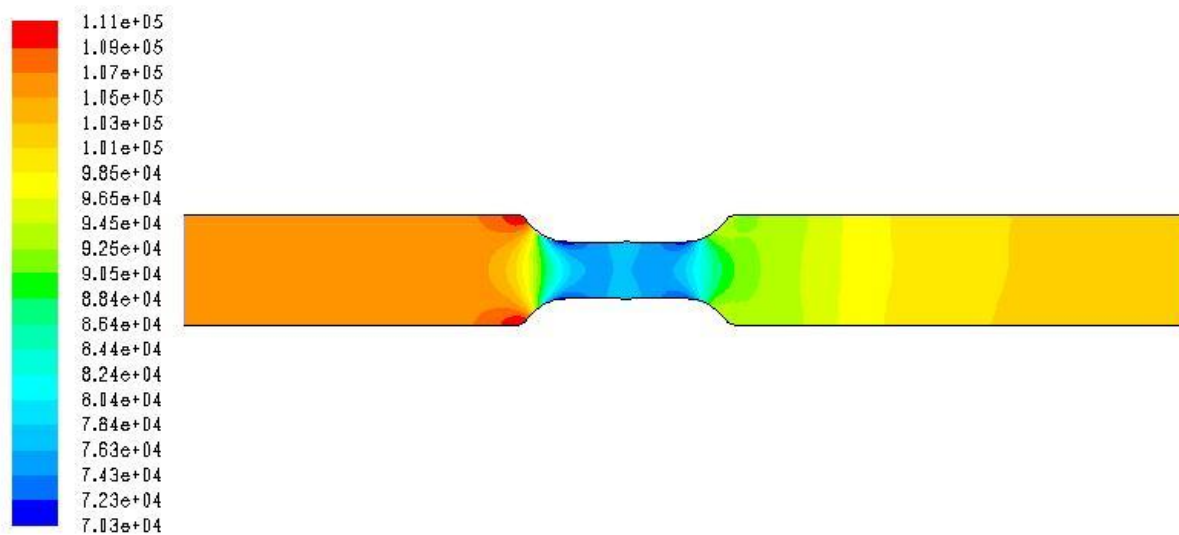
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)

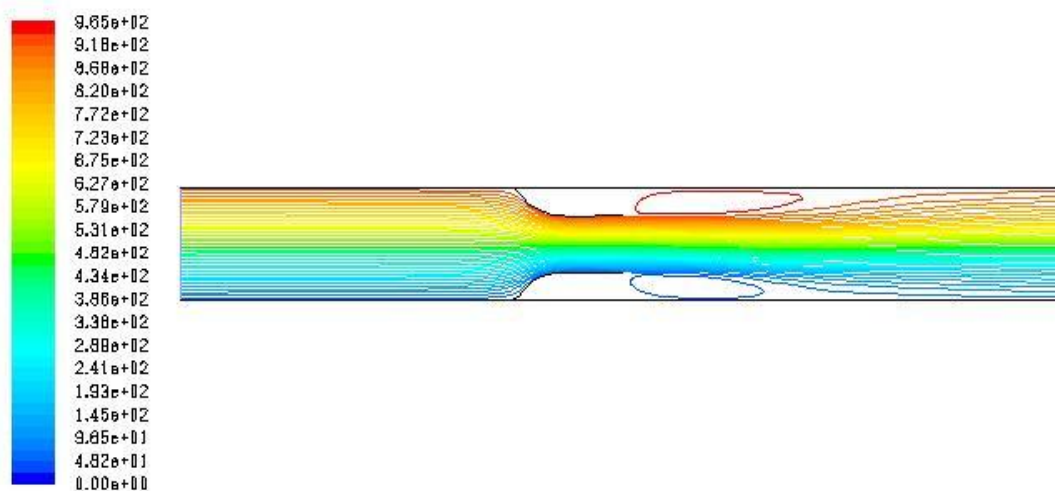


7.2.15 Ροϊκές γραμμές

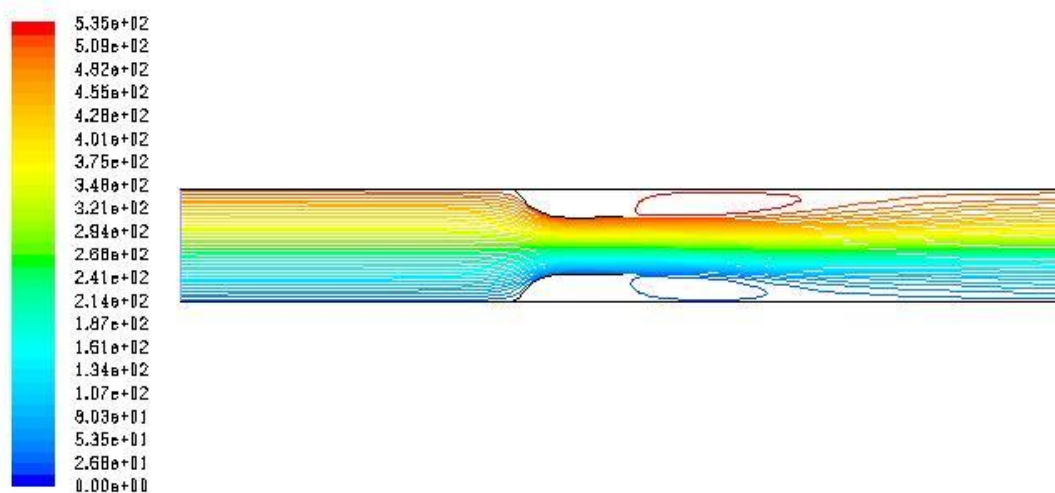
Πρόκειται για αναπαράσταση των ροϊκών γραμμών μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

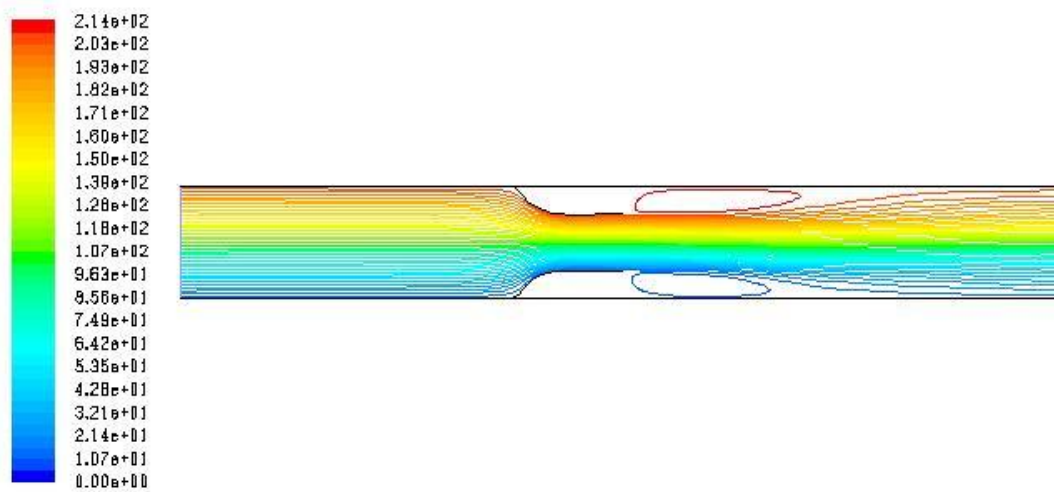
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

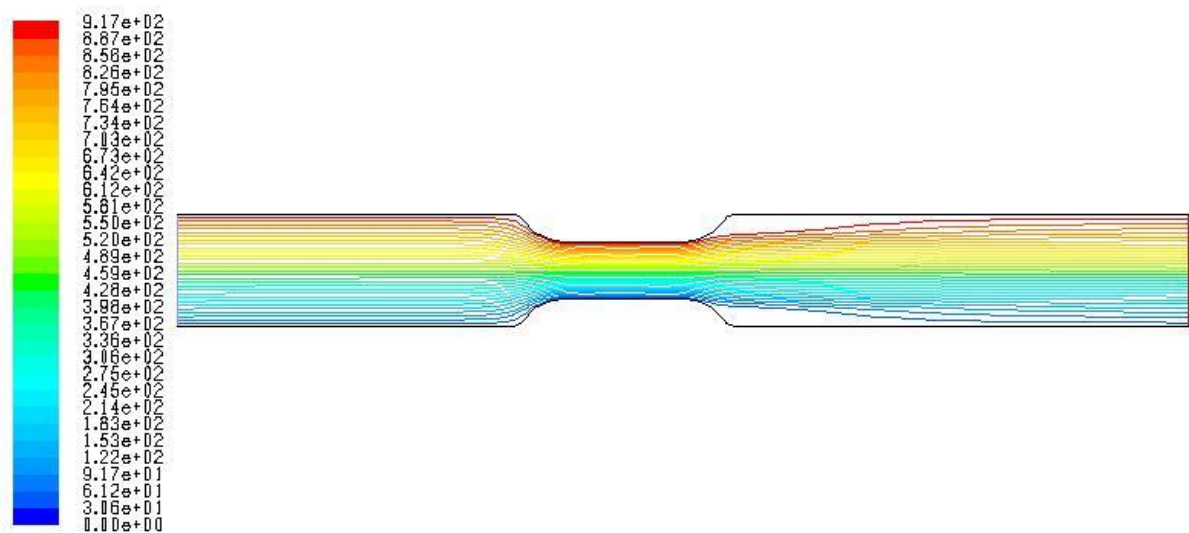


Volume fraction (0.8)

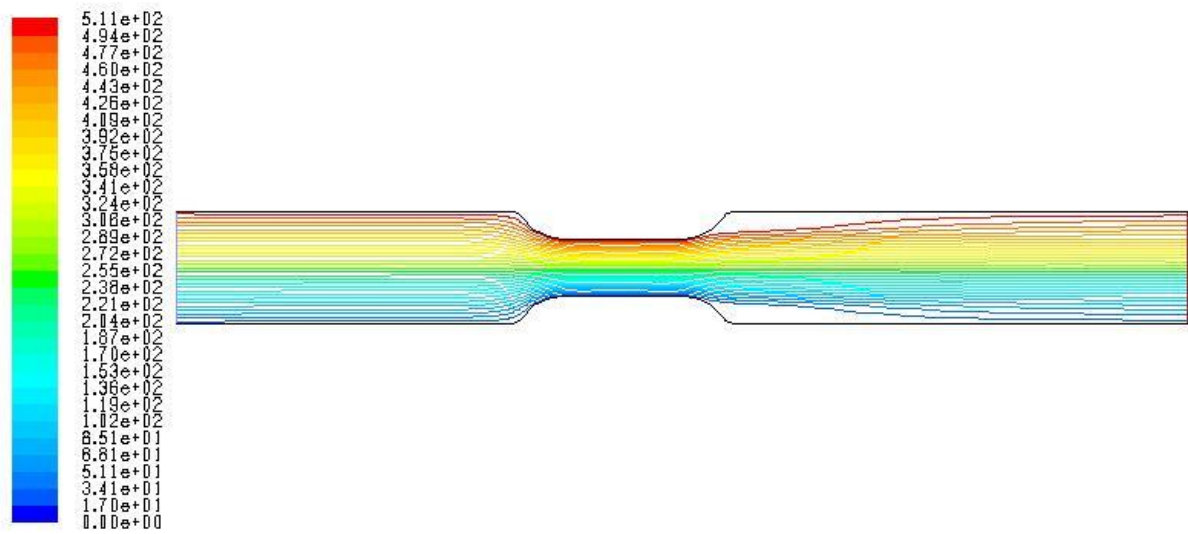


B) Σωλήνας Venturi

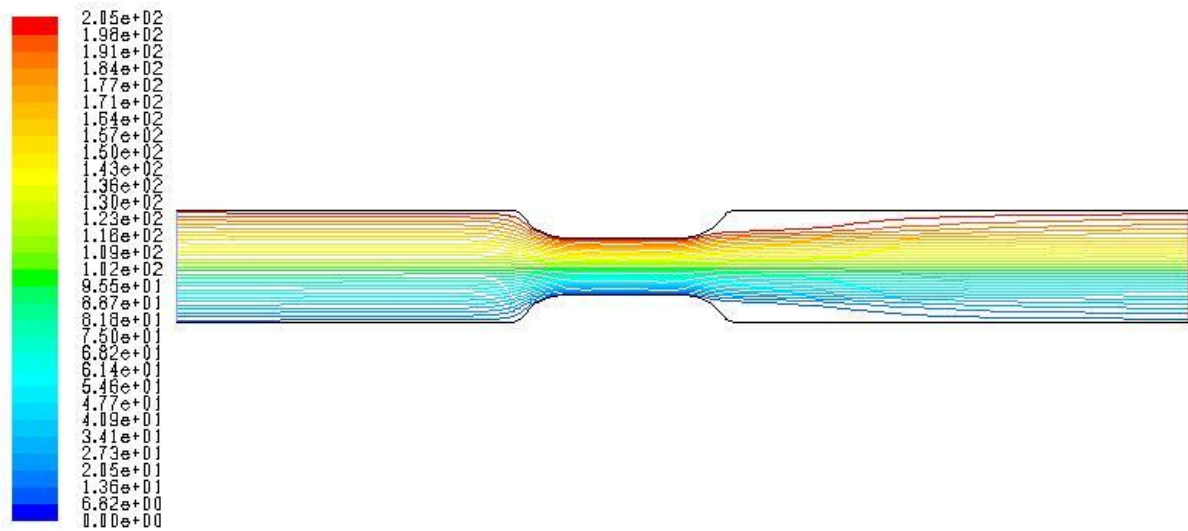
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)

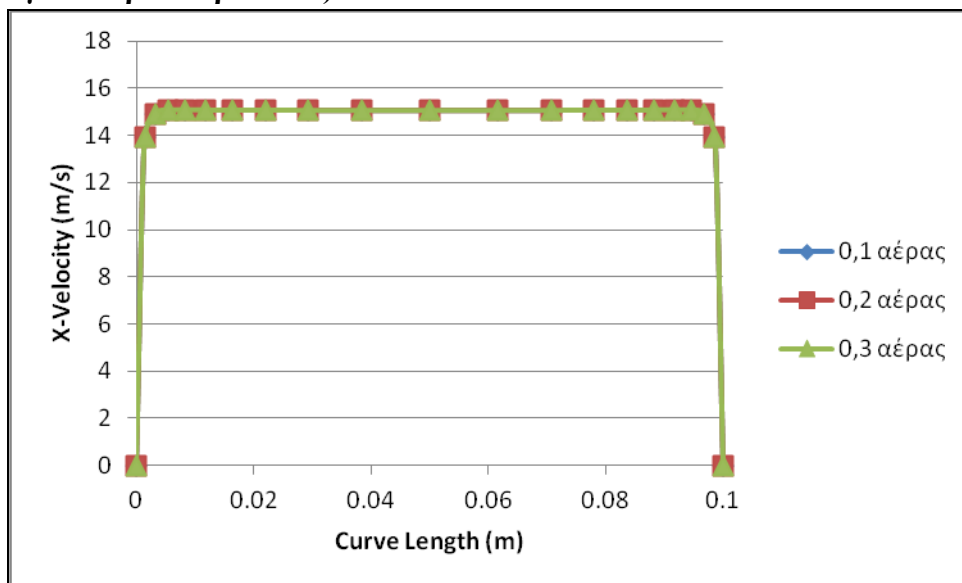


7.3 Για $d=5$, $D=10$ για $v=15$ m/s Eulerian k-epsilon

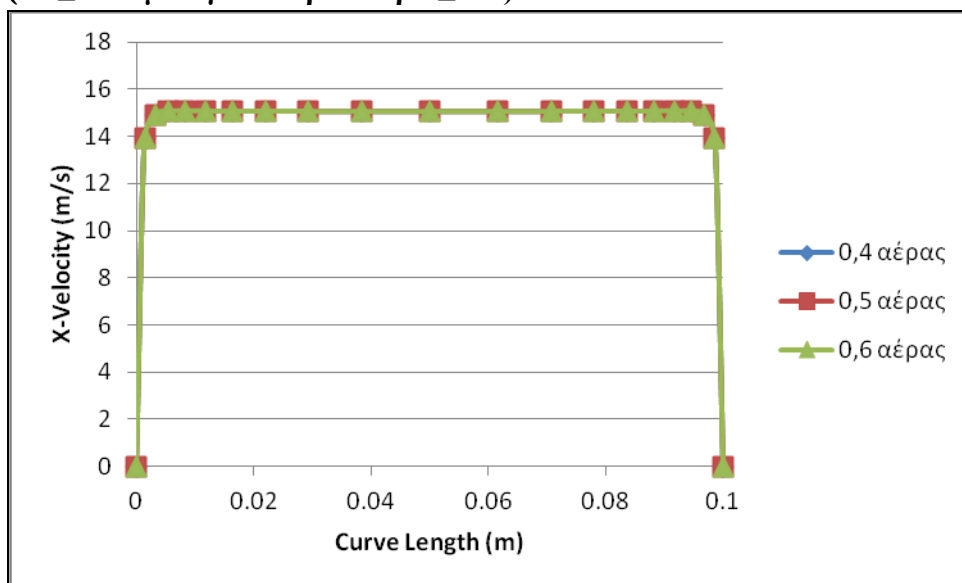
7.3.1 LINE 1 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

A) Ακροφύσιο

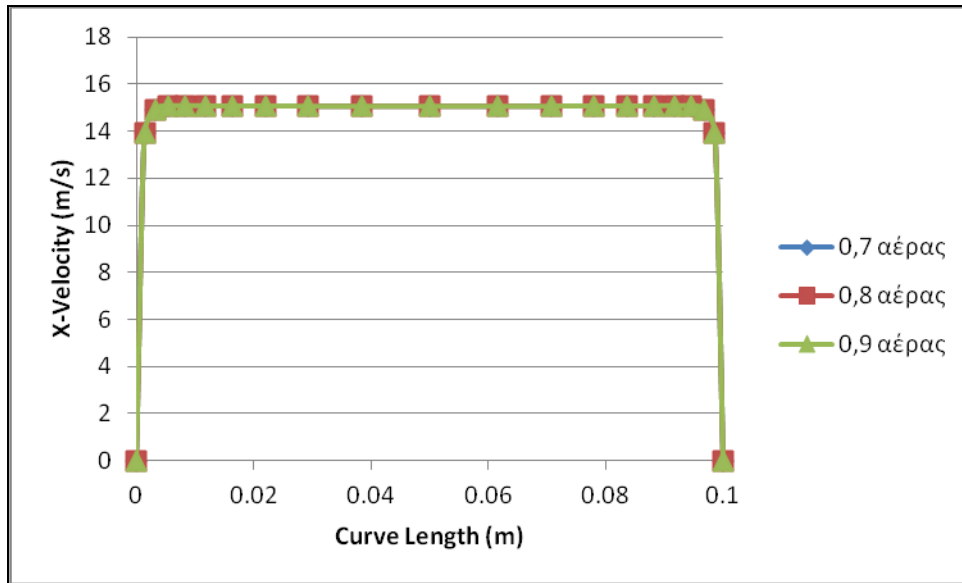
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

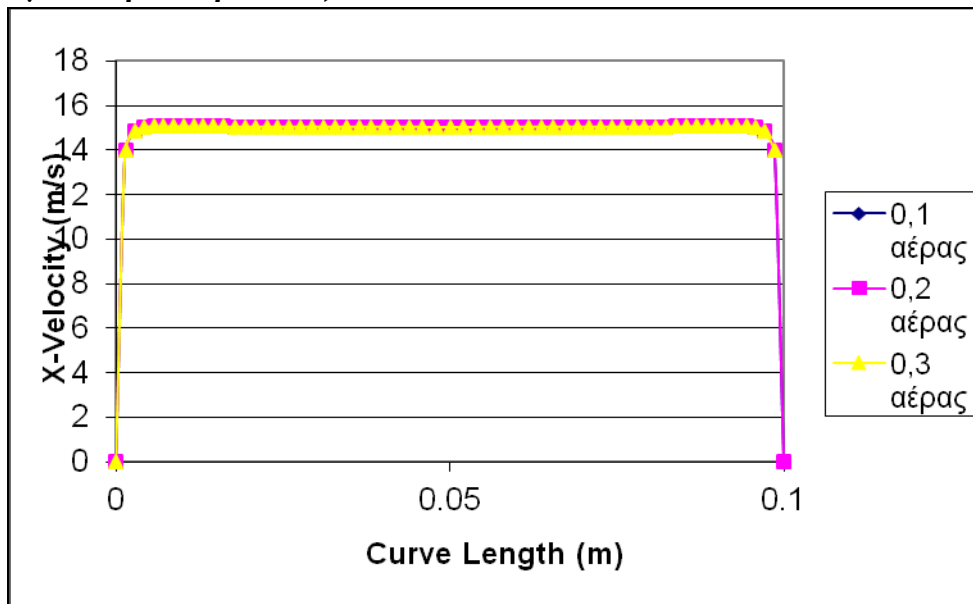


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

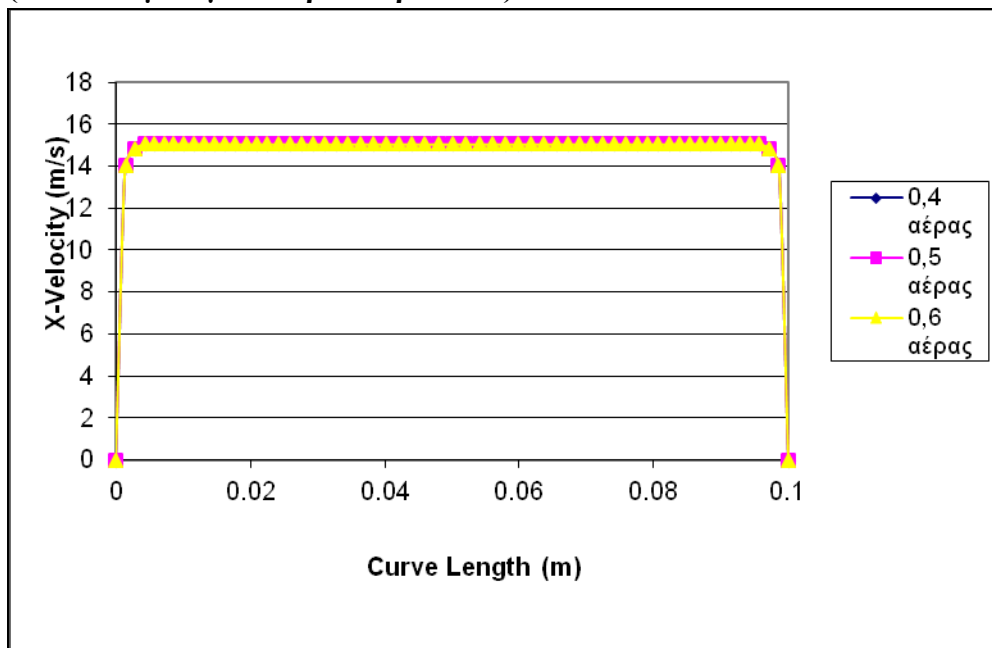


B) Σωλήνας Venturi

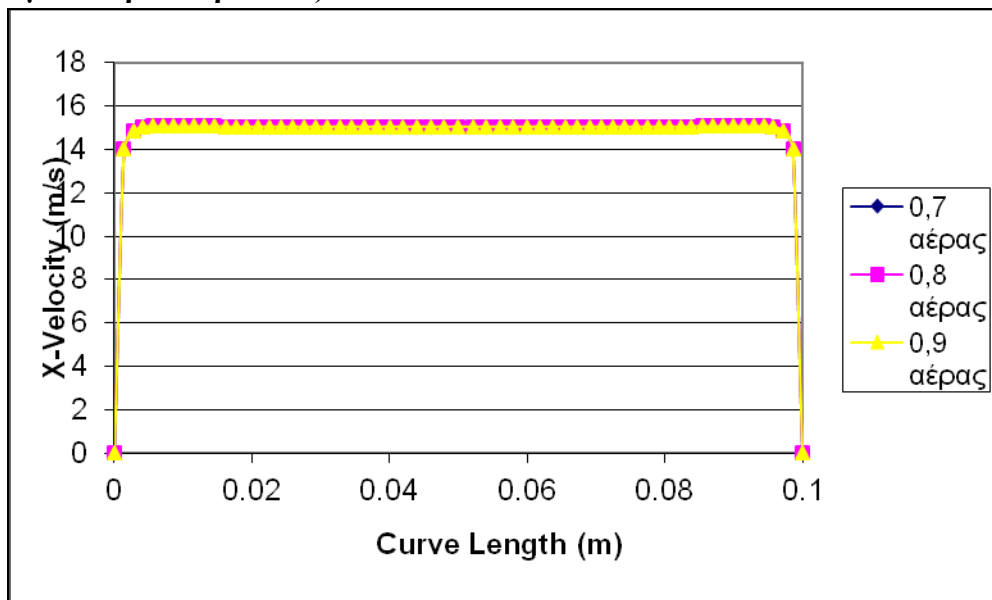
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)



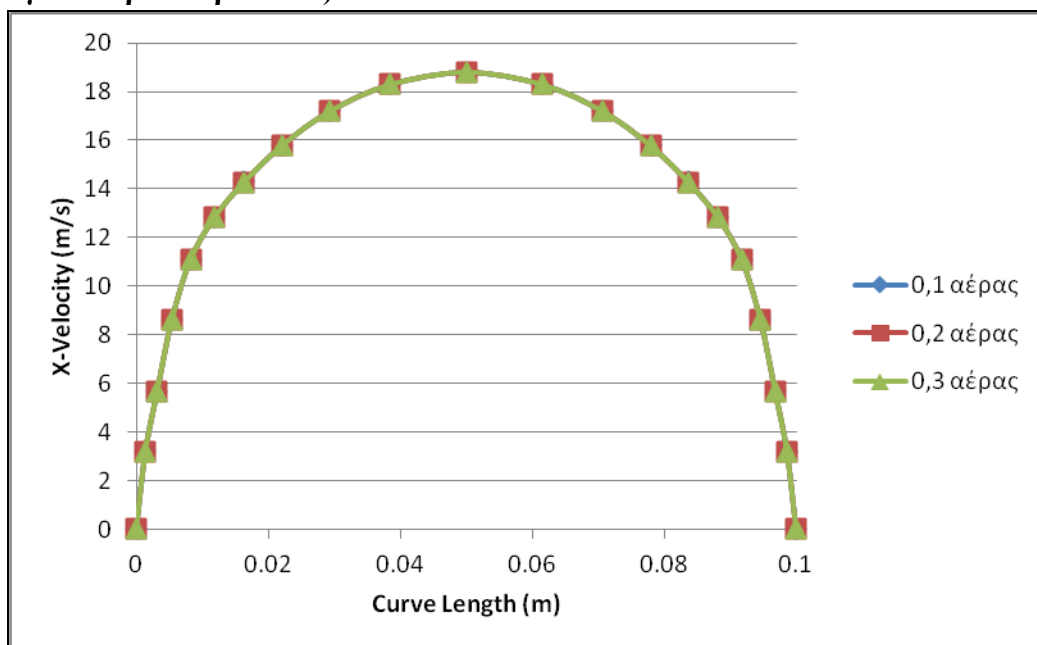
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)



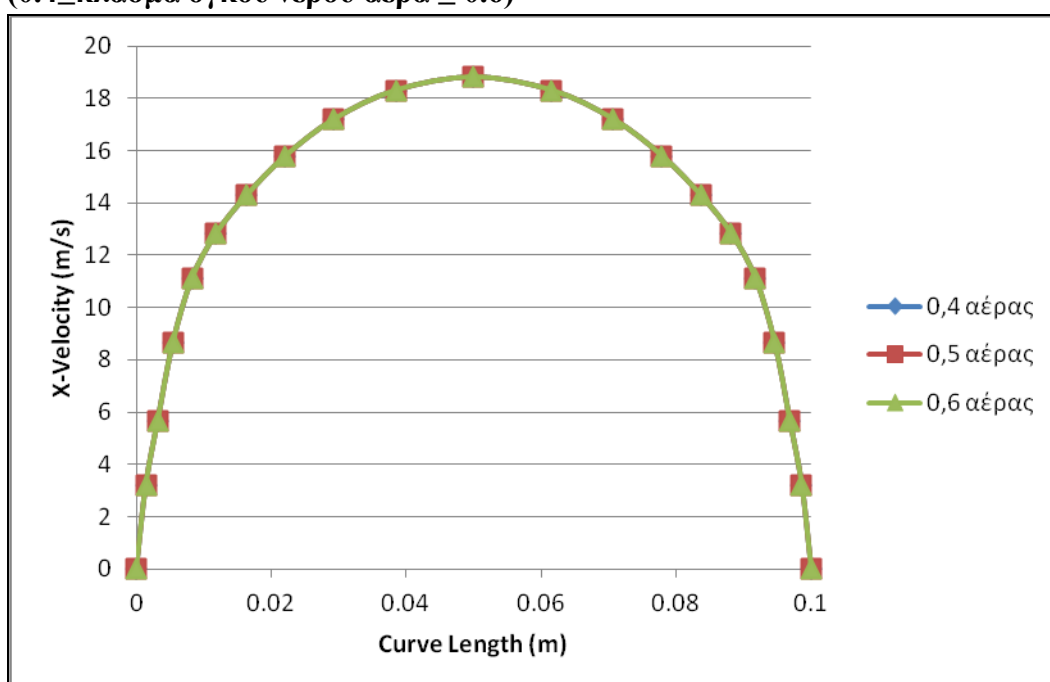
7.3.2 LINE 2 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

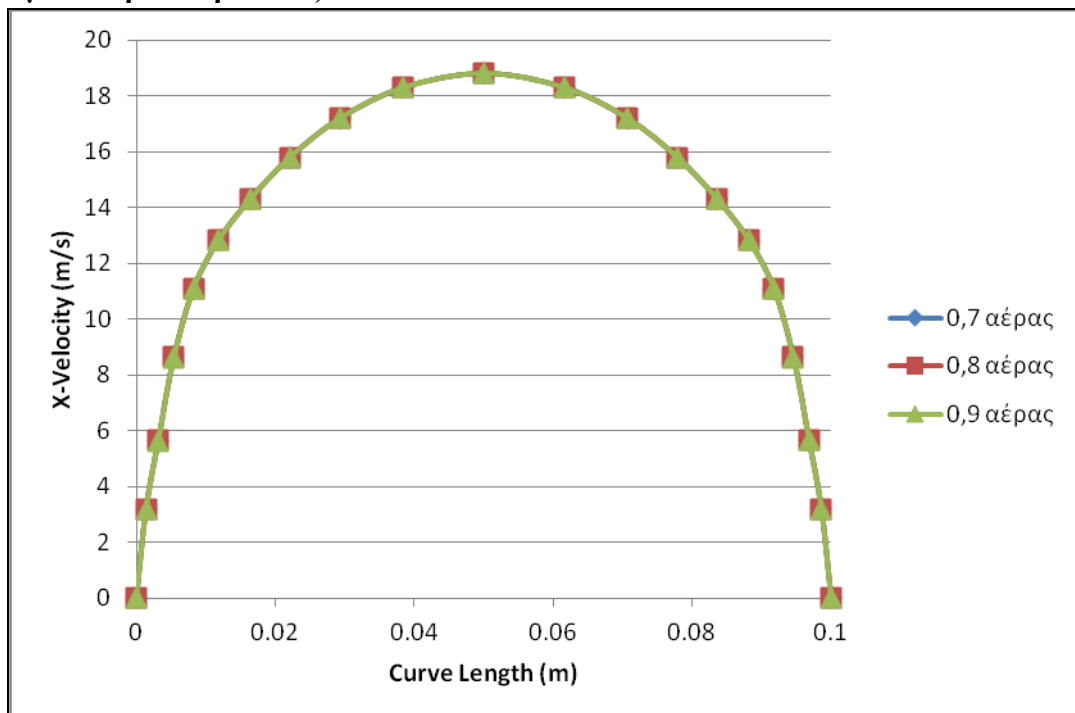
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq$ κλάσμα όγκου νερού αέρα ≤ 0.6)

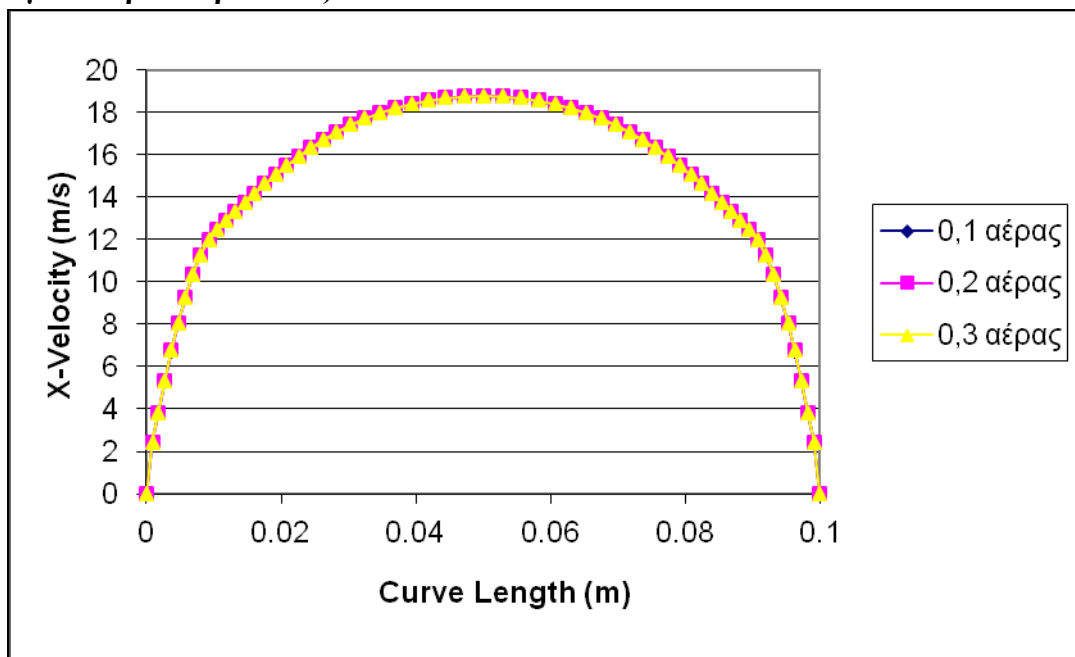


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

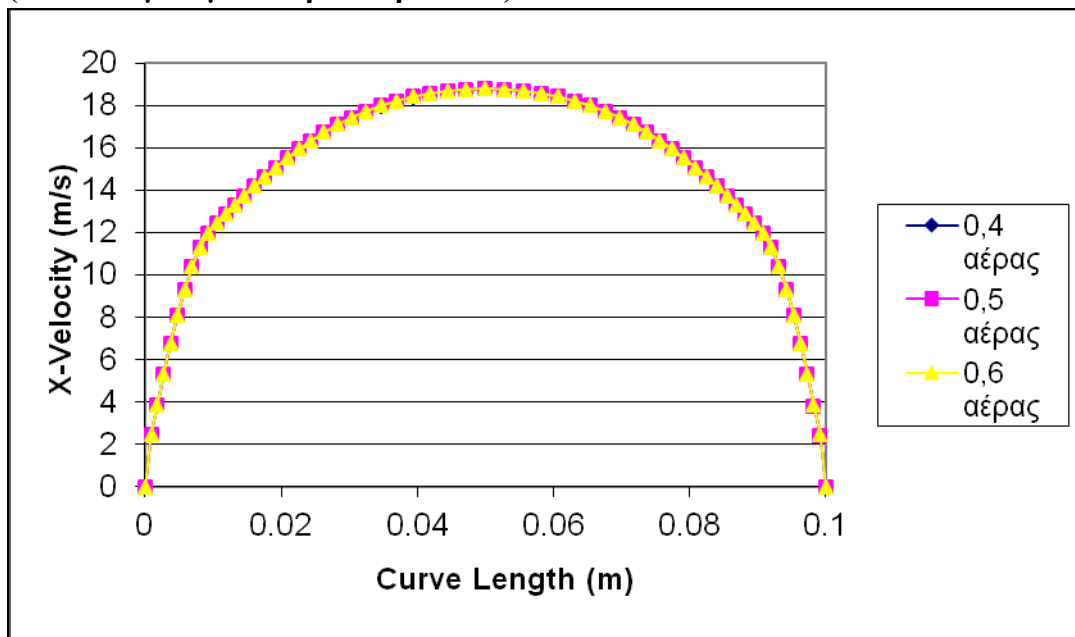


B) Σωλήνας Venturi

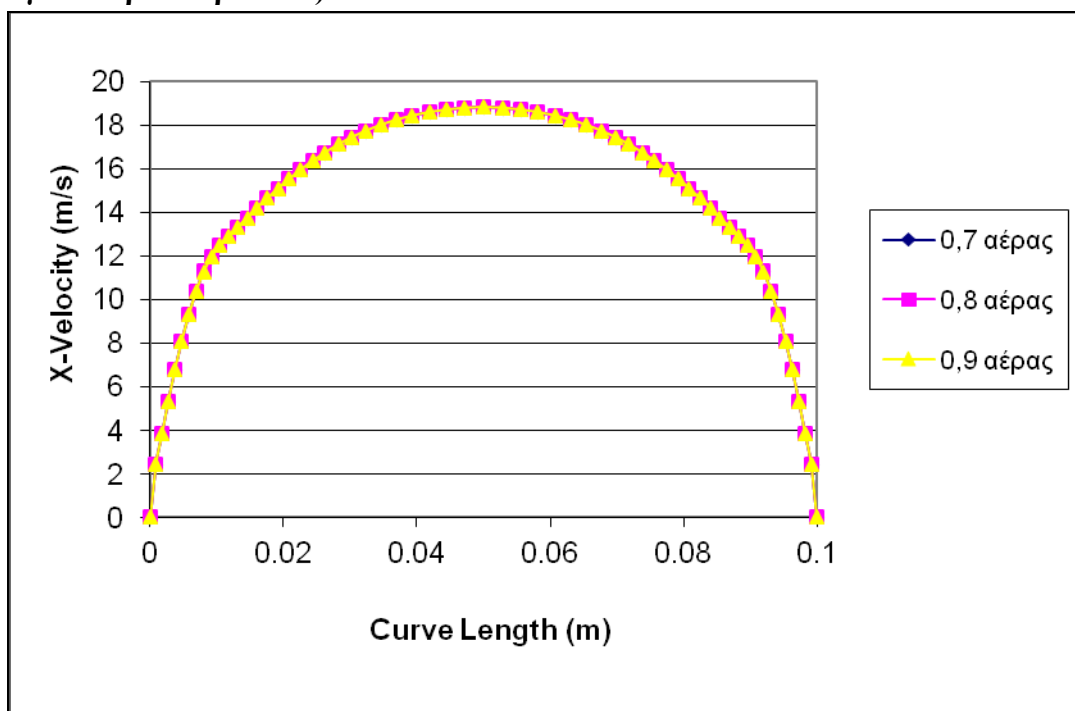
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa\lambda\acute{\alpha}\sigma\mu\alpha \ \acute{o}\gamma\kappa\omicron\upsilon\ \nu\epsilon\rho\acute{o}\ \acute{\alpha}\epsilon\rho\alpha \leq 0.6$)



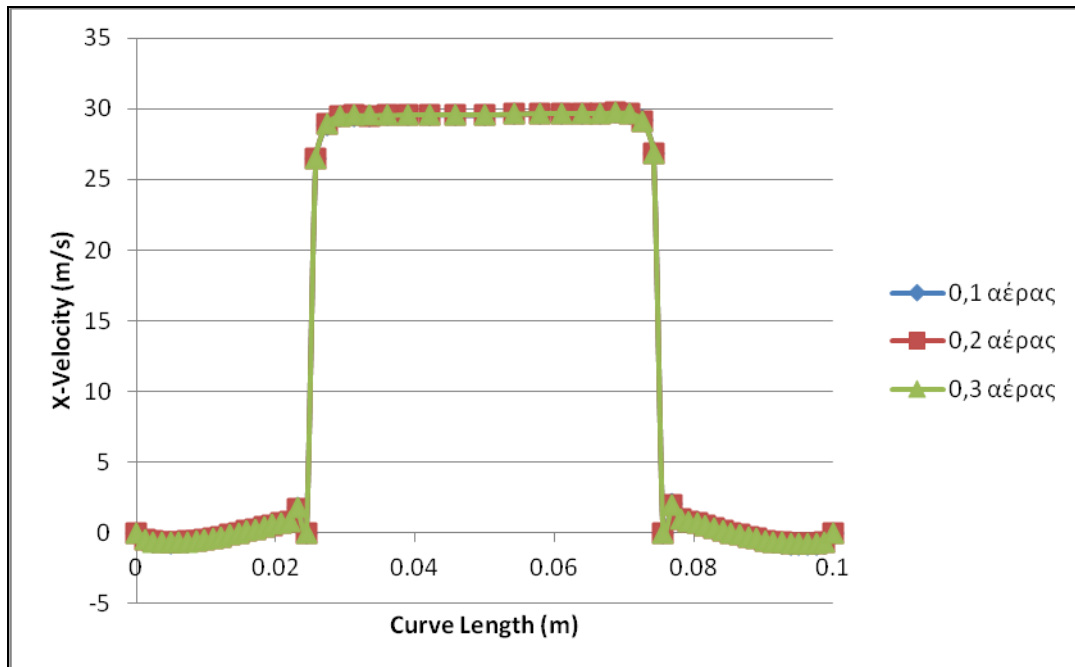
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa\lambda\acute{\alpha}\sigma\mu\alpha \ \acute{o}\gamma\kappa\omicron\upsilon\ \nu\epsilon\rho\acute{o}\ \acute{\alpha}\epsilon\rho\alpha > 0.6$)



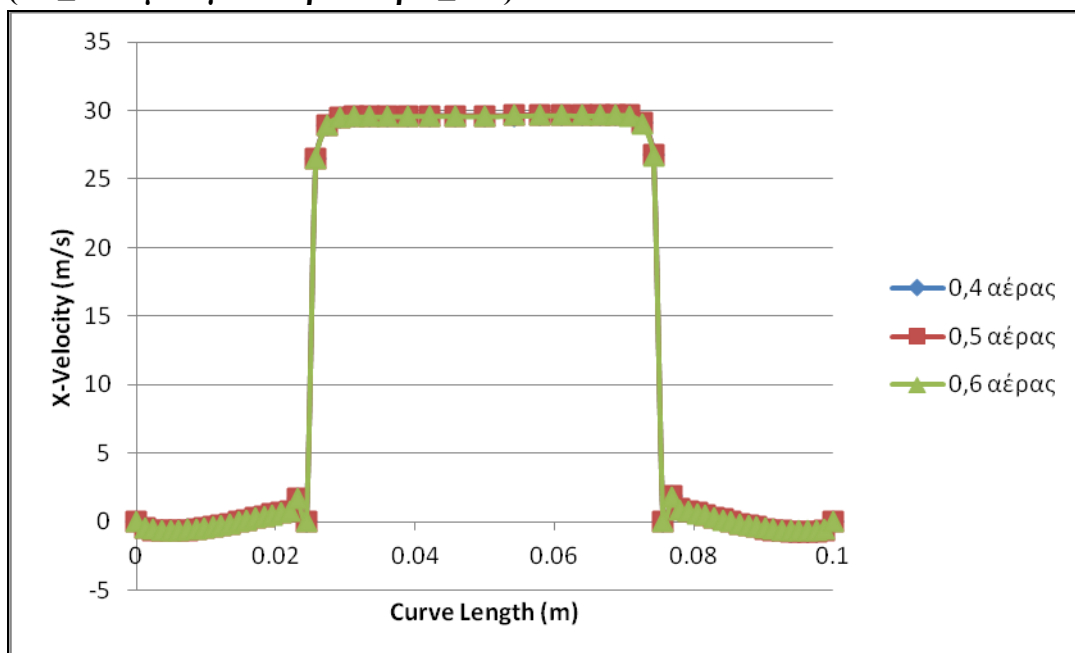
7.3.3 LINE 3 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

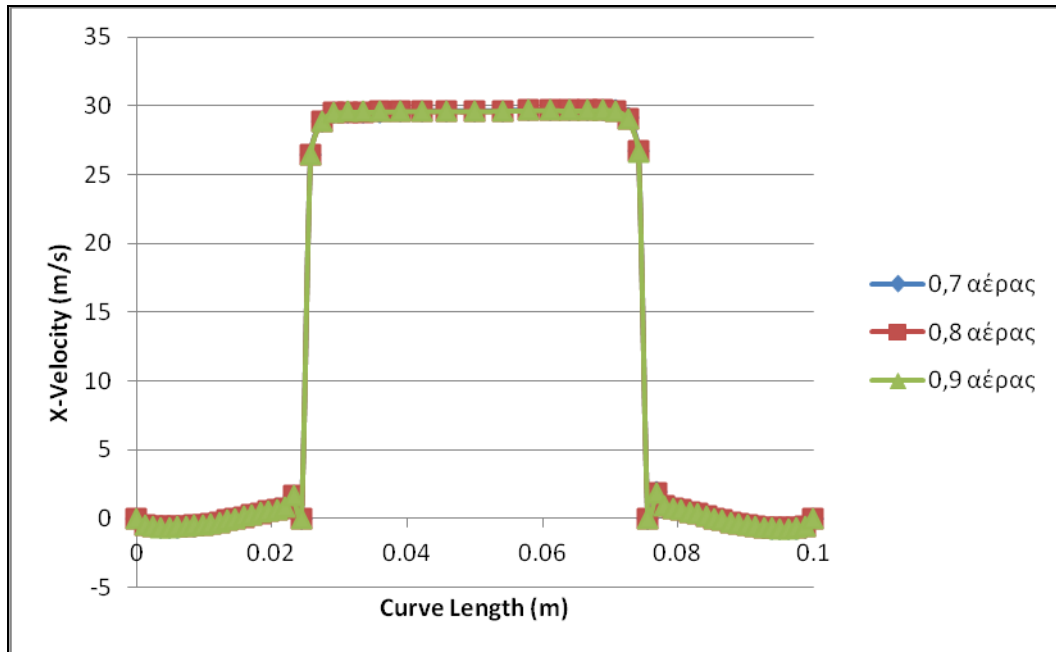
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

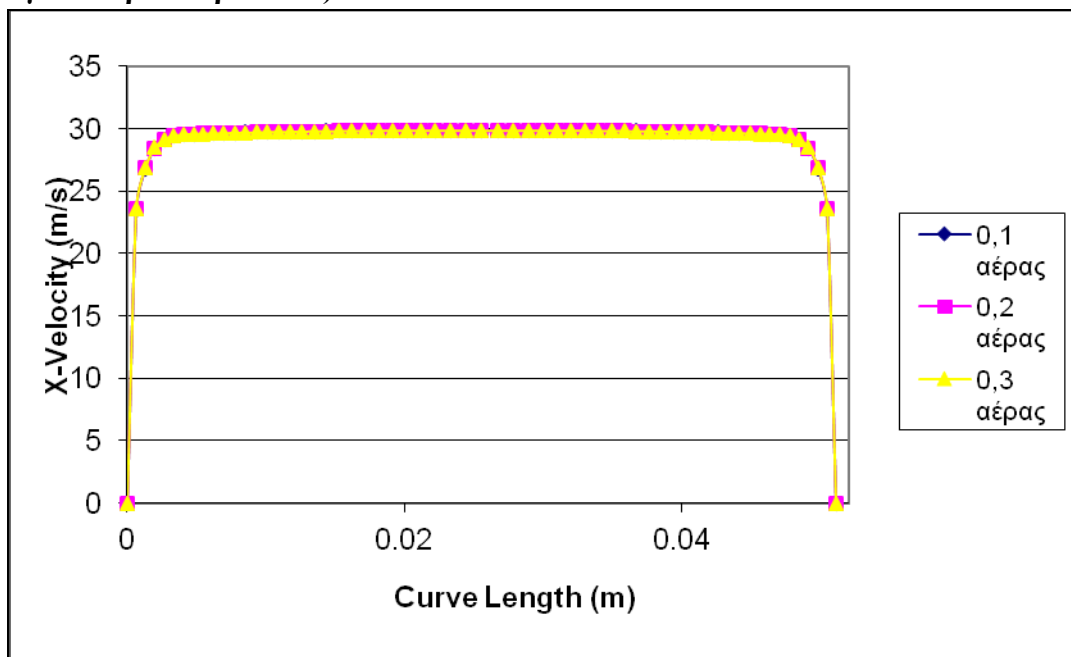


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

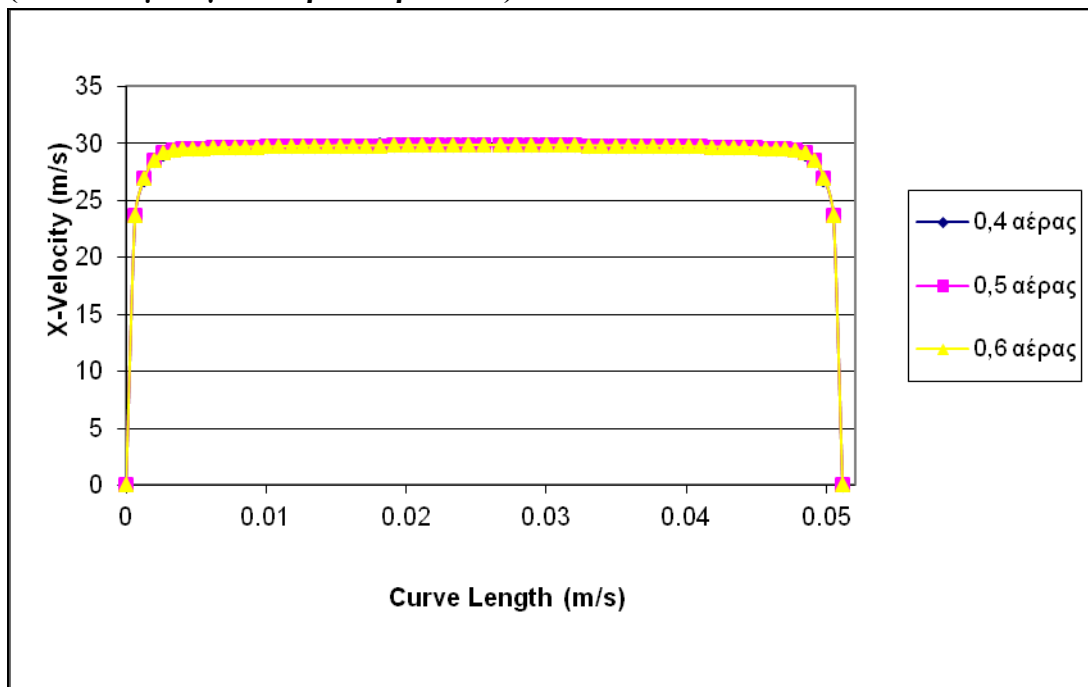


B) Σωλήνας Venturi

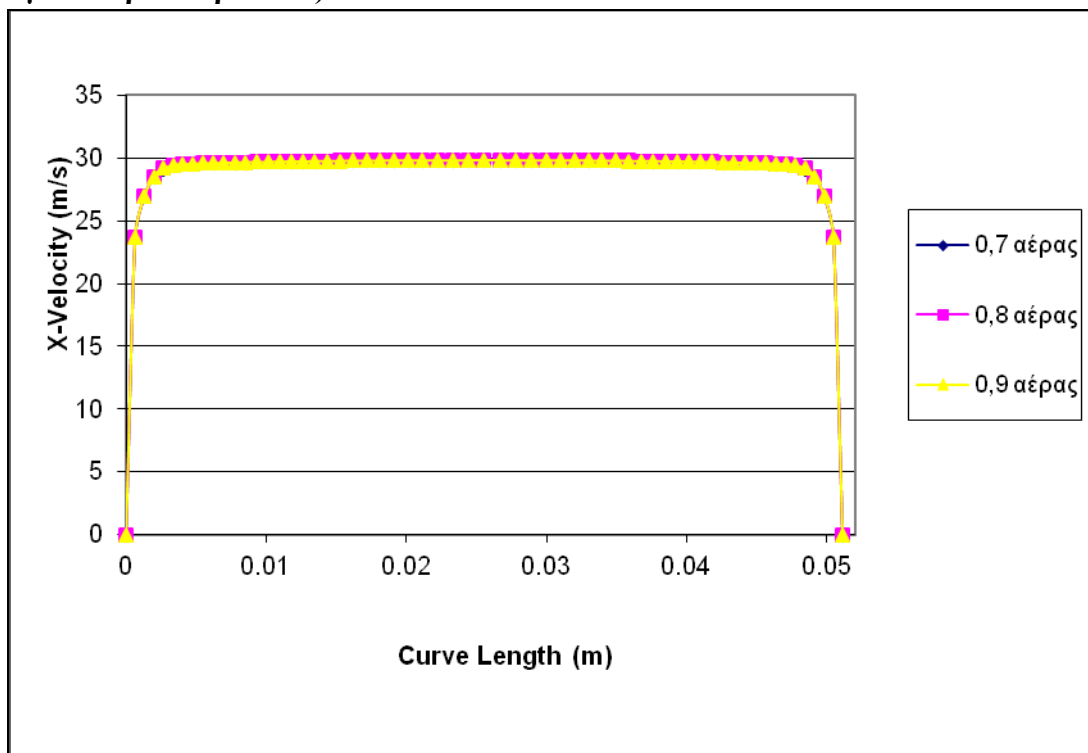
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)



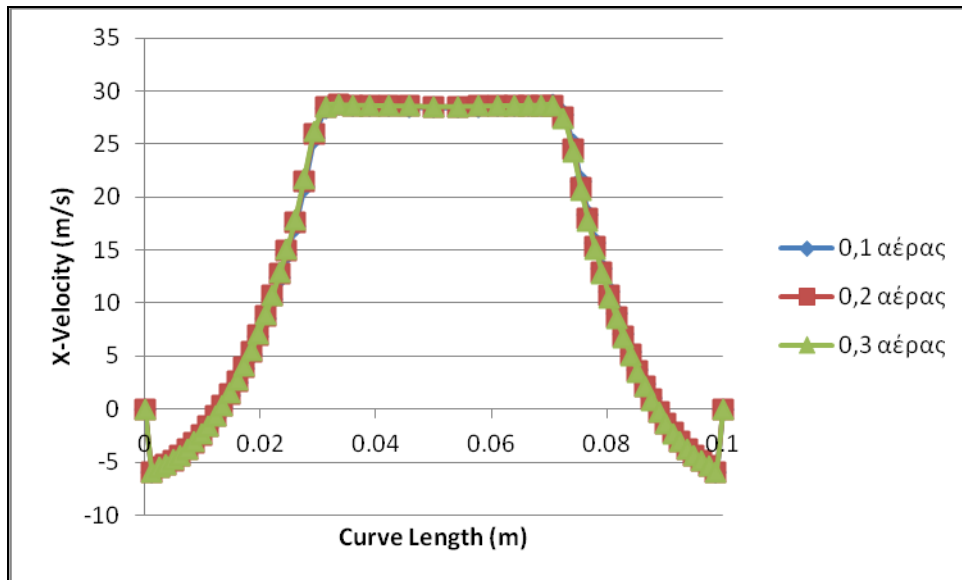
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)



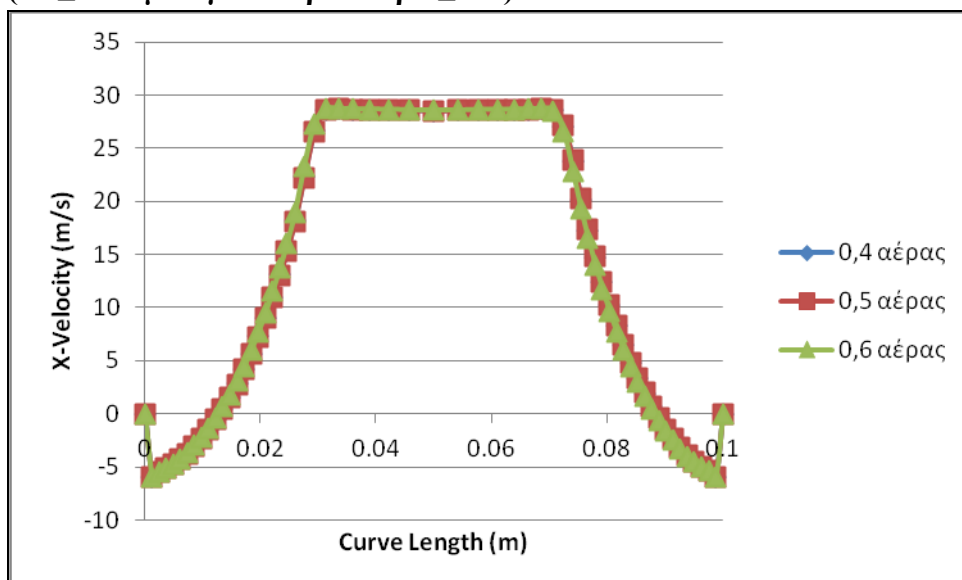
7.3.4 LINE 4 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Α) Ακροφύσιο

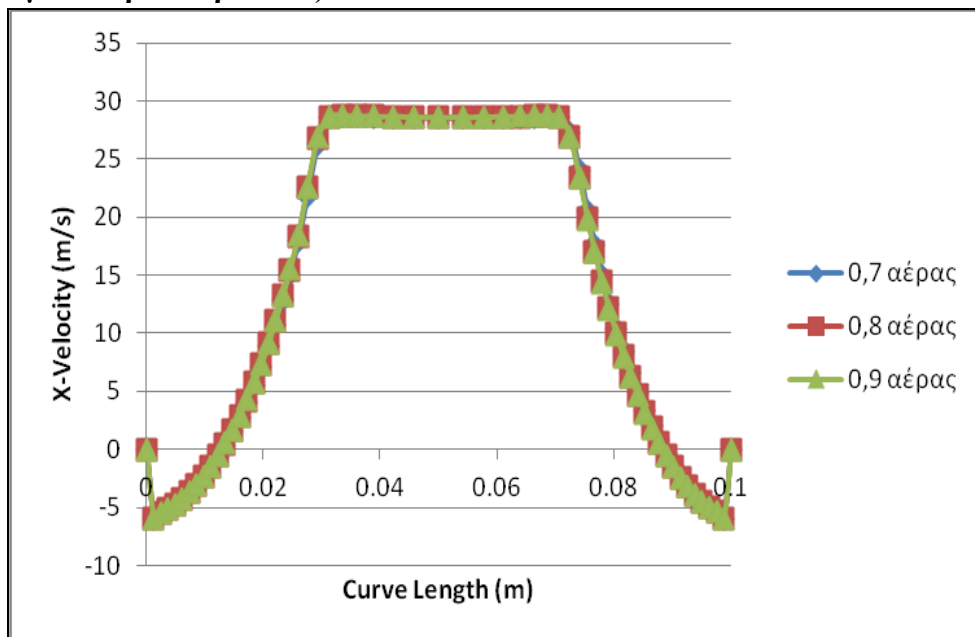
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)

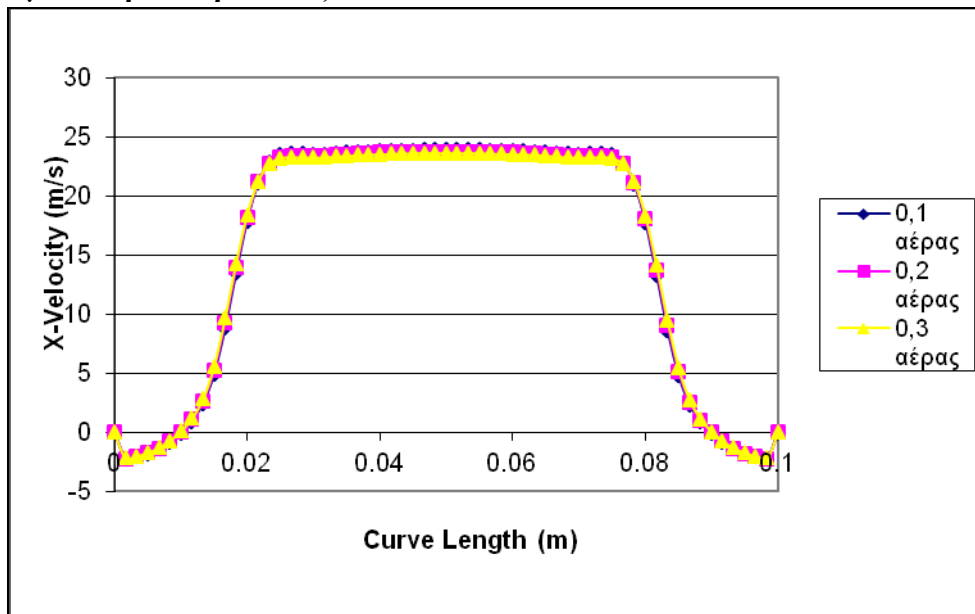


- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)

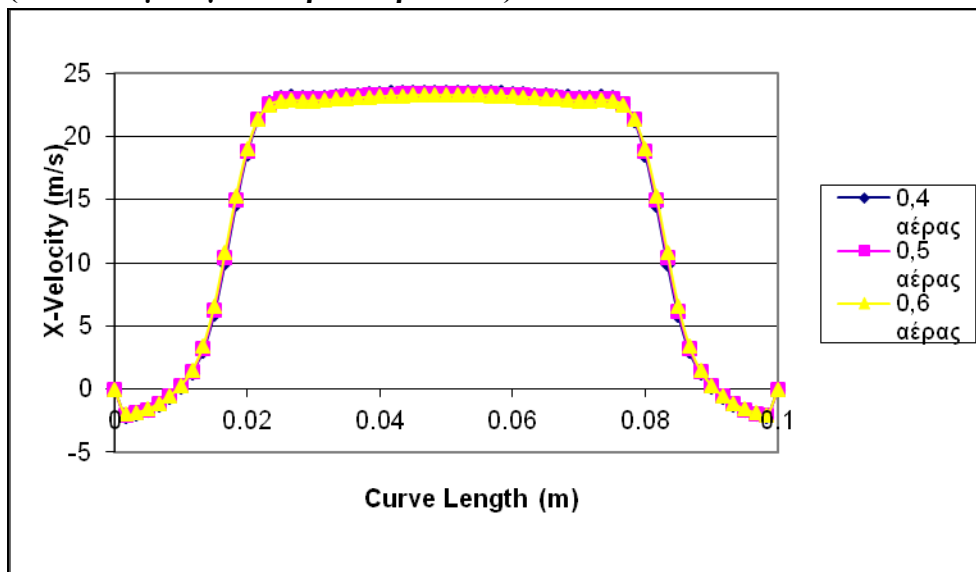


B) Σωλήνας Venturi

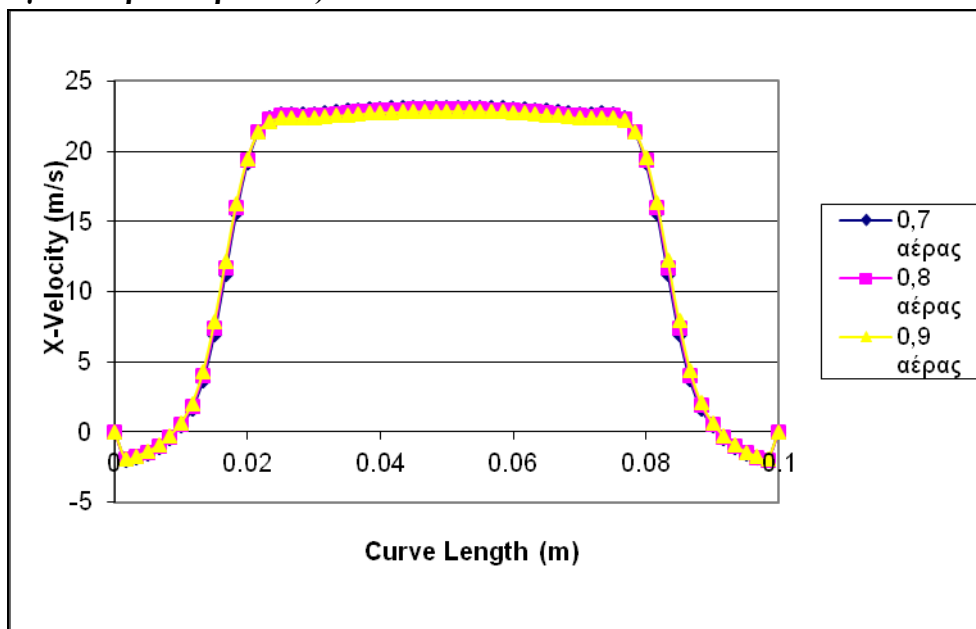
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα <0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \kappa \leq 0.6$)



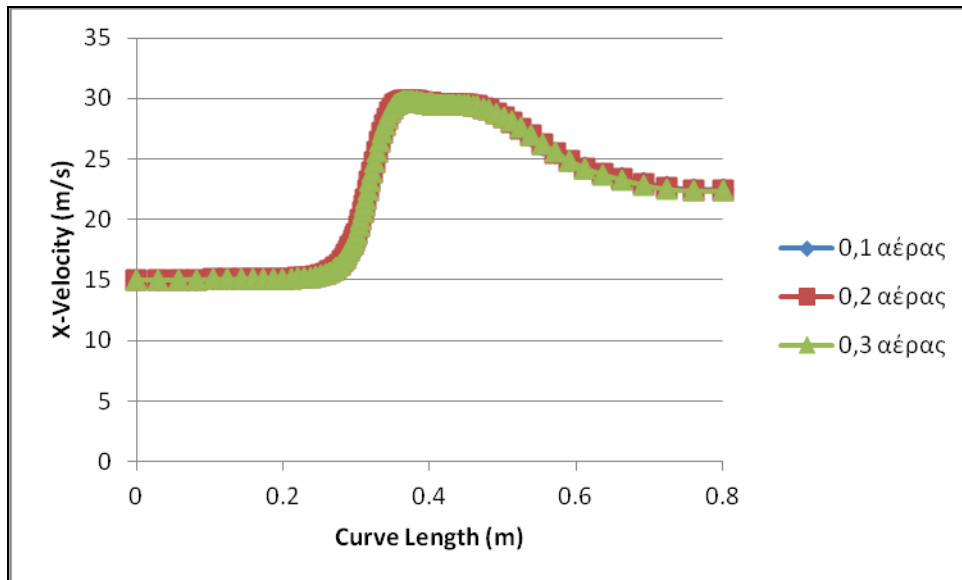
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα ($\kappa > 0.6$)



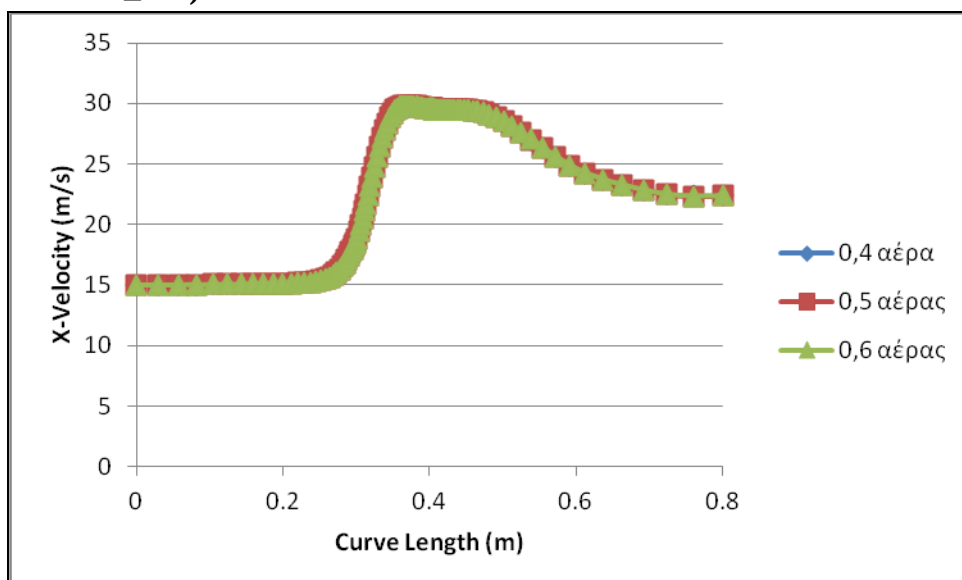
7.3.5 Horizontal Line – Μέγεθος ταχύτητας

A) Ακροφύσιο

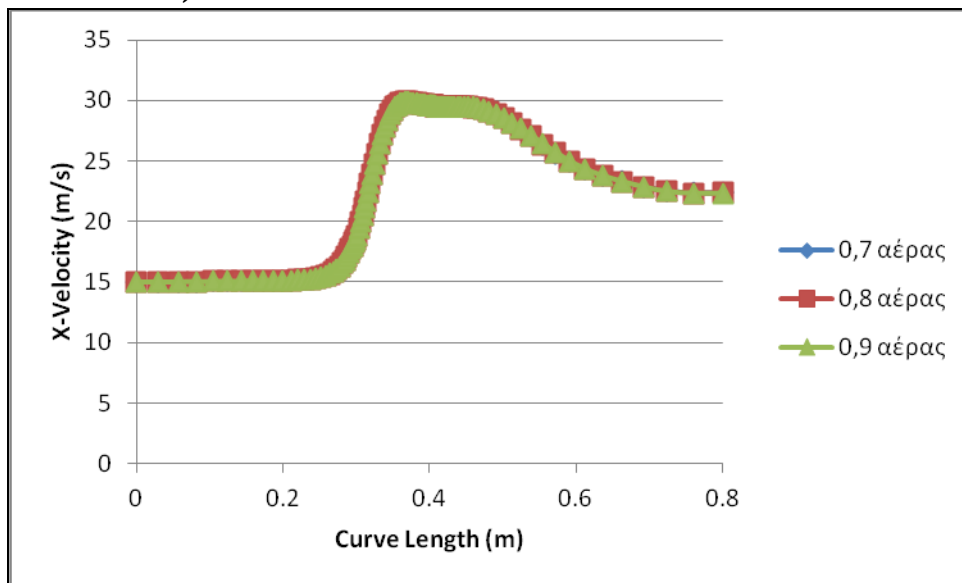
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για χαμηλότερη περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού (**$0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$**)

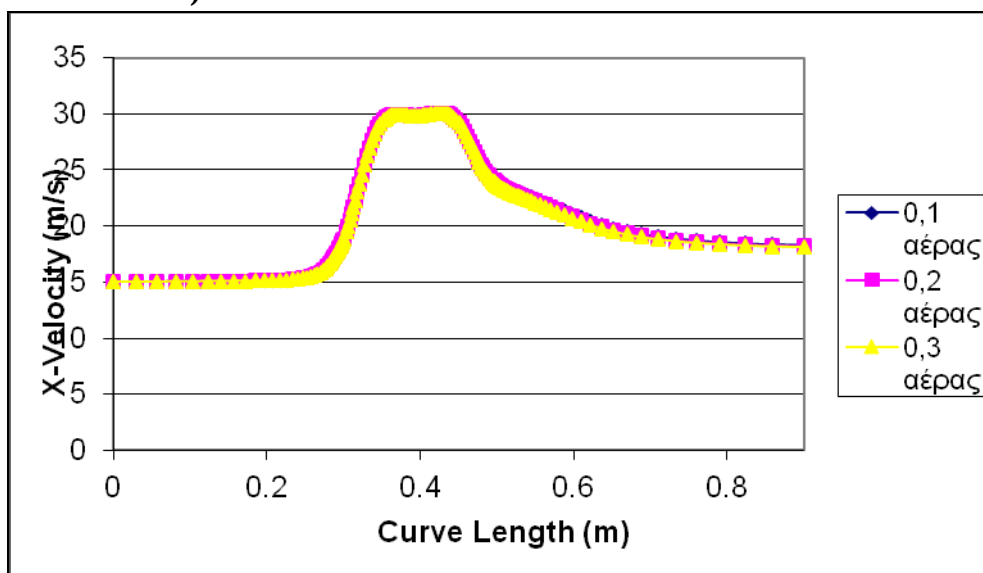


- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction >0.6**)

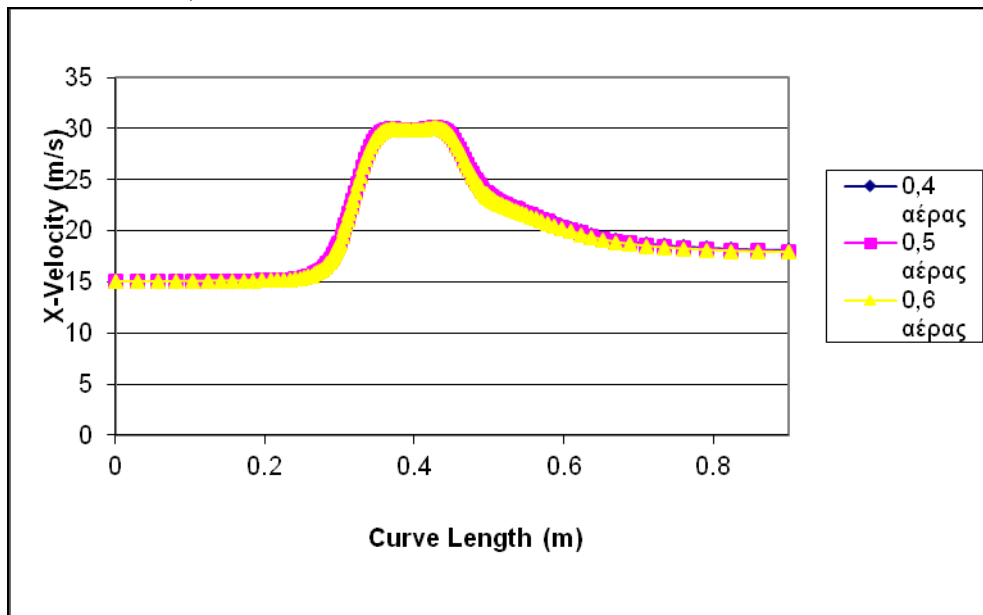


B) Σωλήνες Venturi

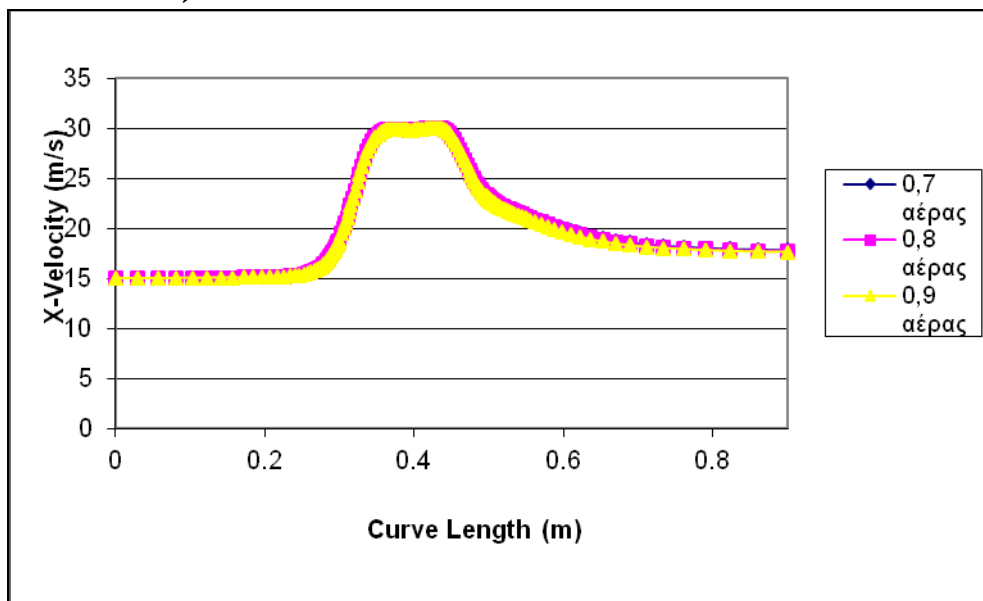
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για χαμηλότερη περιεκτικότητα νερού (**Volume fraction < 0.4**)



- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για μέση περιεκτικότητα νερού ($0.4 \leq \text{Volume fraction} \leq 0.6$)



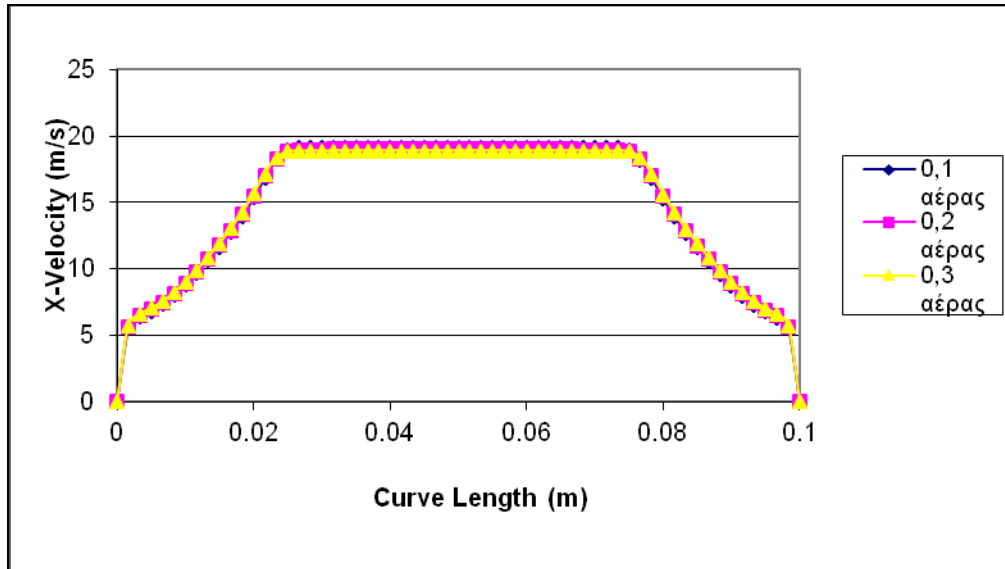
- Κατανομή του μεγέθους ταχύτητας για υψηλή περιεκτικότητα νερού ($\text{Volume fraction} > 0.6$)



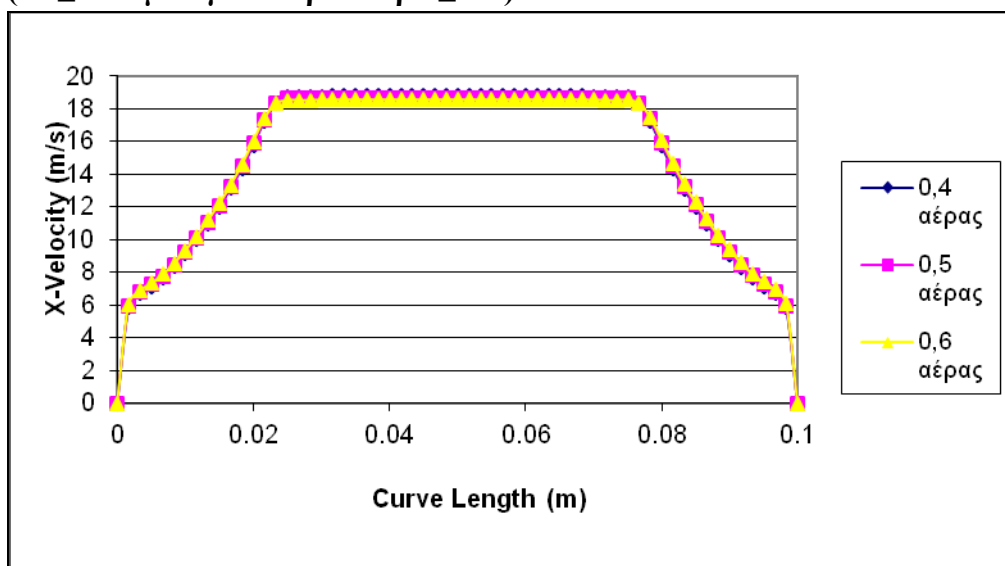
7.3.6 LINE 5 – Συνιστώσα V_x της ταχύτητας

Σωλήνες Venturi

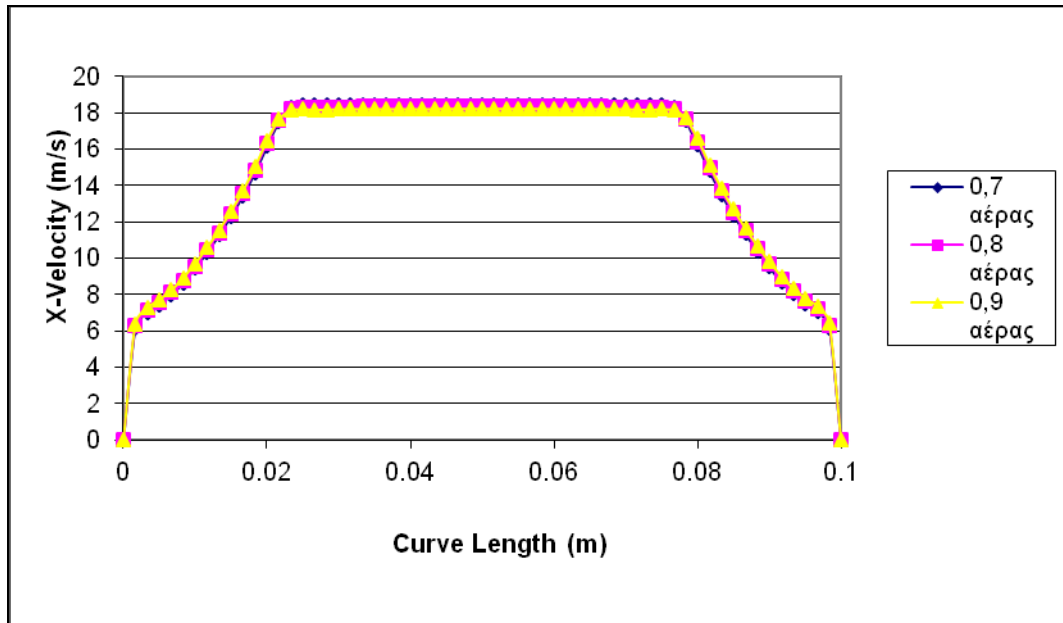
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για χαμηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα < 0.4)



- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για μεσαία περιεκτικότητα αέρα ($0.4 \leq \text{κλάσμα όγκου νερού αέρα} \leq 0.6$)



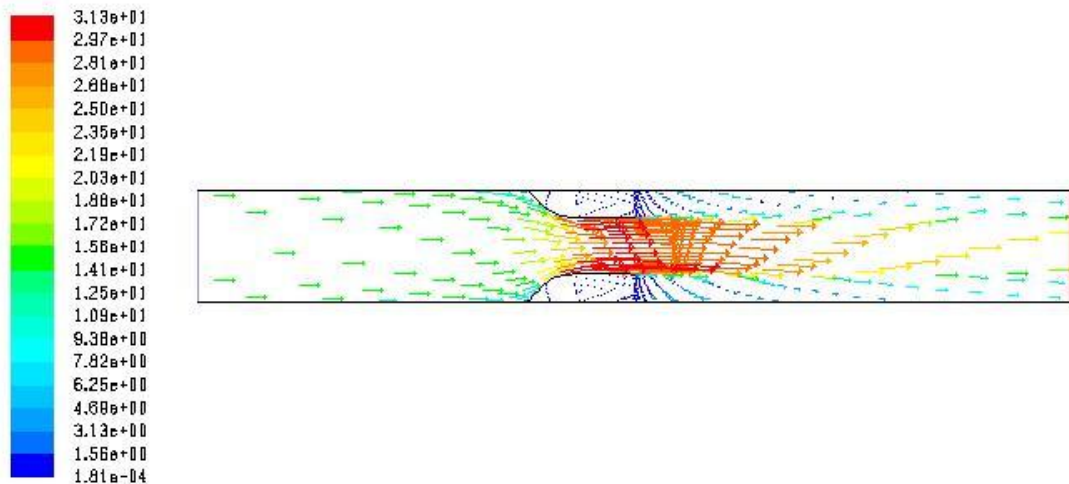
- Κατανομή της V_x στη διατομή του σωλήνα για υψηλή περιεκτικότητα αέρα (κλάσμα όγκου νερού αέρα >0.6)



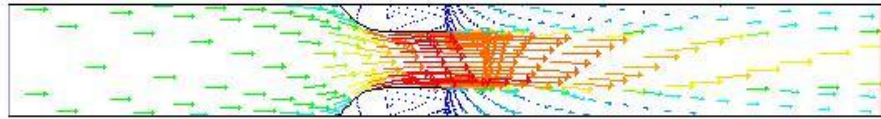
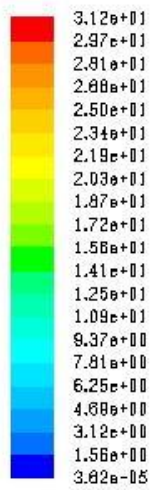
7.3.7 Διανύσματα ταχυτήτων

A) Ακροφύσιο

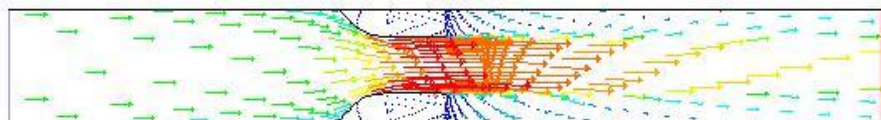
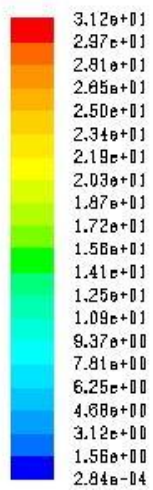
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

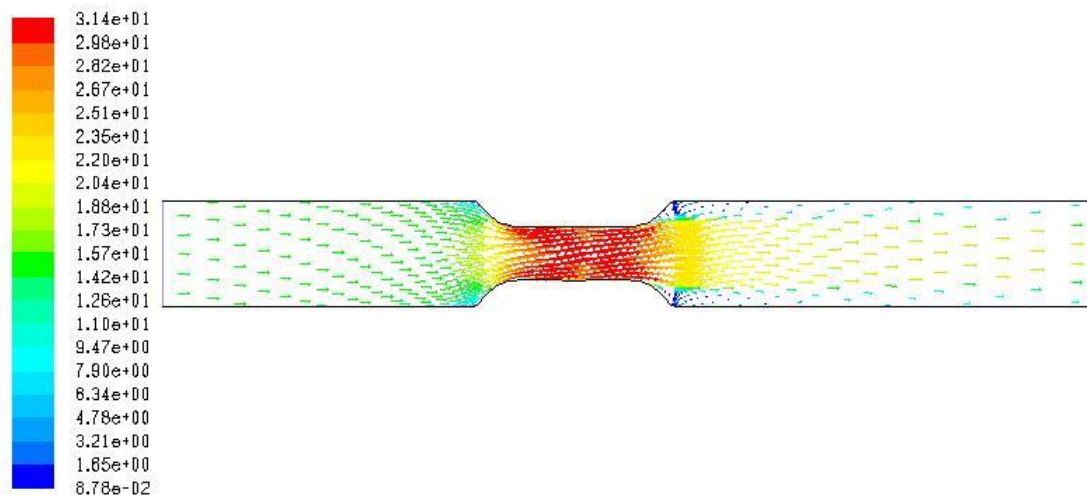


Volume fraction (0.8)

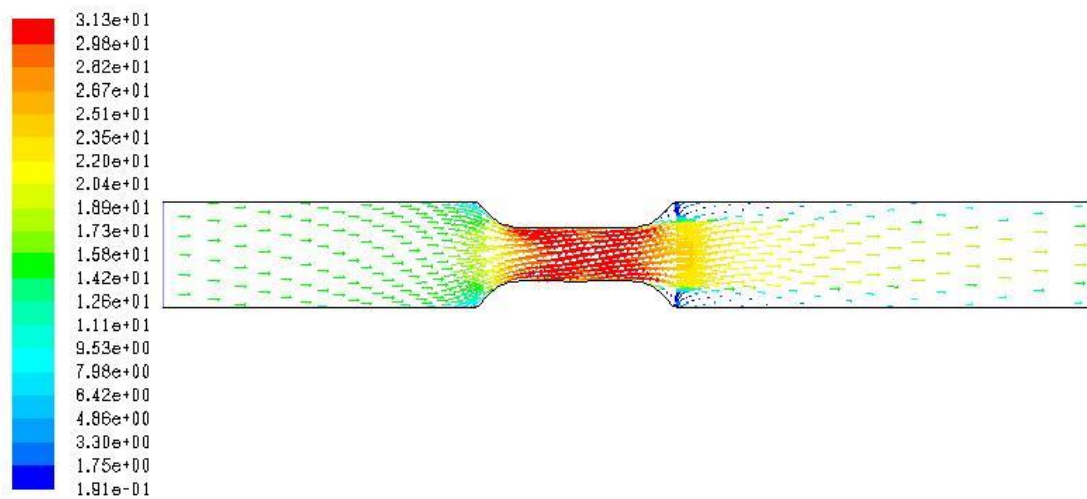


B) Σωλήνας Venturi

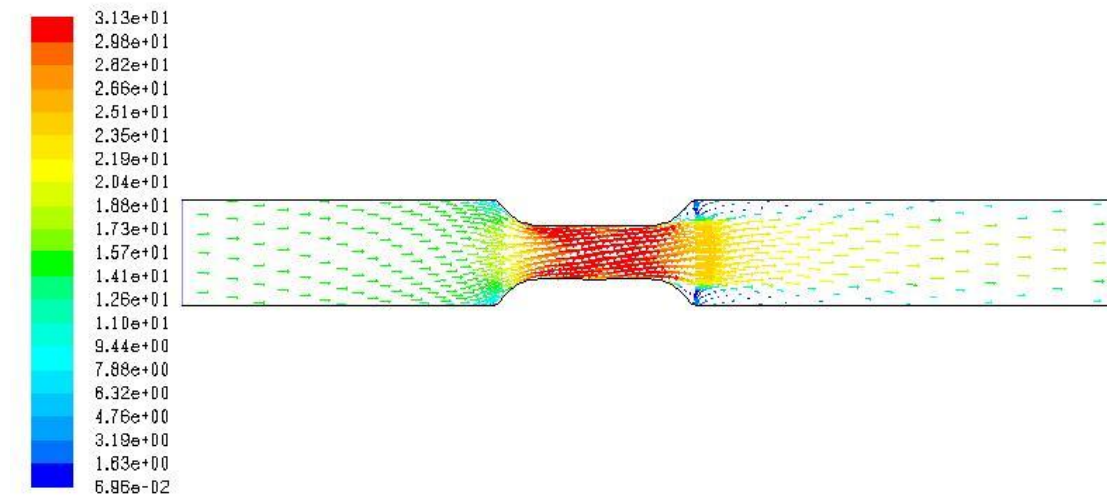
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)



7.3.8 LINE 1- Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι:

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0,1)	109032.9
Vf(0,2)	109034.3
Vf(0,3)	109036.4
Vf(0,4)	109036.1
Vf(0,5)	109037.3
Vf(0,6)	109035.3
Vf(0,7)	109032.5
Vf(0,8)	109024.9
Vf(0,9)	108998.5

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	111811,9
Vf(0.2)	111812,1
Vf(0.3)	111812,3
Vf(0.4)	111812,4
Vf(0.5)	111812,5
Vf(0.6)	111812,5
Vf(0.7)	111812,1
Vf(0.8)	111811,2
Vf(0.9)	111807,7

7.3.9 LINE 2- Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι:

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0,1)	85313.65
Vf(0,2)	85299.78
Vf(0,3)	85286.37
Vf(0,4)	85272.01
Vf(0,5)	85258.74
Vf(0,6)	85243.87
Vf(0,7)	85228.54
Vf(0,8)	85210.87
Vf(0,9)	85183.77

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	106282,1
Vf(0.2)	106263,2
Vf(0.3)	106244,8
Vf(0.4)	106226,4
Vf(0.5)	106208,4
Vf(0.6)	106190,7
Vf(0.7)	106173,5
Vf(0.8)	106157,2
Vf(0.9)	106144,2

7.3.10 LINE 3- Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι:

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0,1)	138146
Vf(0,2)	138103.8
Vf(0,3)	138097.1
Vf(0,4)	138068.7
Vf(0,5)	138065
Vf(0,6)	138032.4
Vf(0,7)	138038
Vf(0,8)	138005.8
Vf(0,9)	137983.7

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	424449,7
Vf(0.2)	424426,6
Vf(0.3)	424403,7
Vf(0.4)	424379,8
Vf(0.5)	424355,4
Vf(0.6)	424330
Vf(0.7)	424302,9
Vf(0.8)	424271,8
Vf(0.9)	424226,7

7.3.11 LINE 4- Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι:

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0,1)	137876.4
Vf(0,2)	137715.8
Vf(0,3)	137606.5
Vf(0,4)	137552.8
Vf(0,5)	137544
Vf(0,6)	137452.4
Vf(0,7)	137600.9
Vf(0,8)	137520.7
Vf(0,9)	137491.8

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	160759,4
Vf(0.2)	161909,5
Vf(0.3)	163002,3
Vf(0.4)	164024,8
Vf(0.5)	165088,2
Vf(0.6)	166120,4
Vf(0.7)	167132
Vf(0.8)	168207
Vf(0.9)	169284,7

7.3.12 HORIZONTAL LINE - Δυναμική Πίεση

Οι μέσες τιμές της πίεσης είναι:

A) Ακροφύσιο

Average	Πίεση(Pa)
Vf(0,1)	315363.4
Vf(0,2)	315370.7
Vf(0,3)	315374.3
Vf(0,4)	315458.2
Vf(0,5)	315511.6
Vf(0,6)	315602.1
Vf(0,7)	315679.3
Vf(0,8)	315759.6
Vf(0,9)	315878.2

B) Σωλήνας Venturi

Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	261529,9
Vf(0.2)	263054,1
Vf(0.3)	264544
Vf(0.4)	265941,2
Vf(0.5)	267346,3
Vf(0.6)	268726,6
Vf(0.7)	270117
Vf(0.8)	271637,8
Vf(0.9)	273228,1

7.3.13 LINE 5-Δυναμική Πίεση

Σωλήνας Venturi

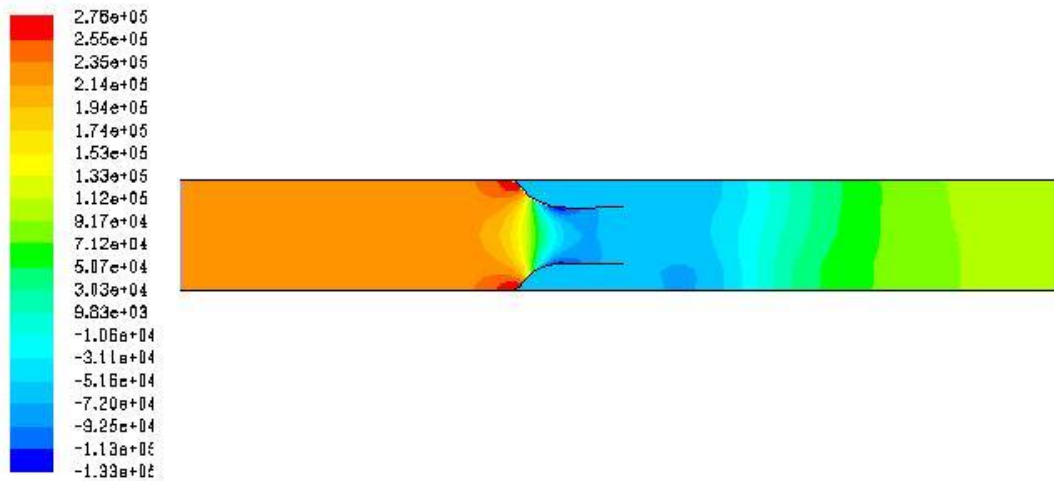
Average	Πίεση (Pa)
Vf(0.1)	119906,3
Vf(0.2)	120355,5
Vf(0.3)	120813,6
Vf(0.4)	121214,1
Vf(0.5)	121649,3
Vf(0.6)	122066,1
Vf(0.7)	122499,3
Vf(0.8)	122959,4
Vf(0.9)	123488,7

7.3.14 Κατανομές Πίεσης

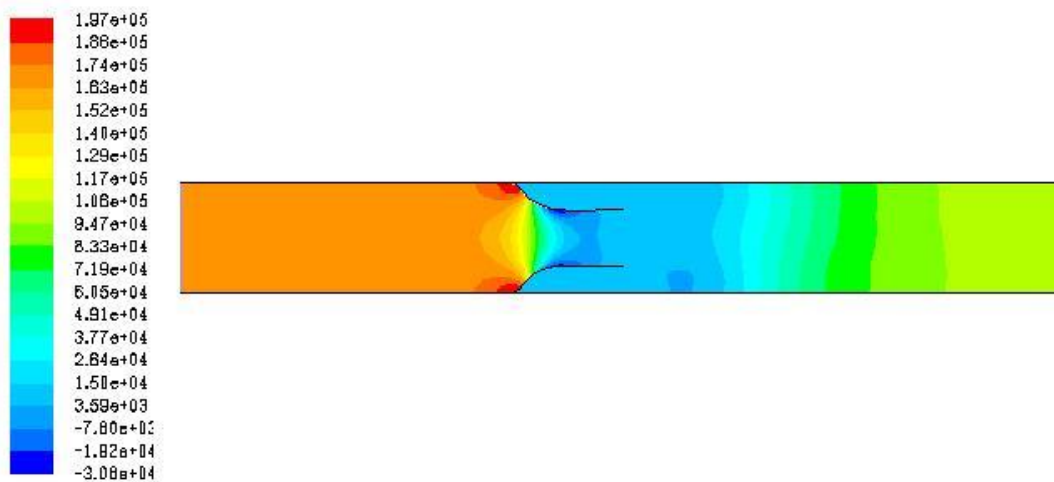
Ακολουθεί η αναπαράσταση της απόλυτης πίεσης μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

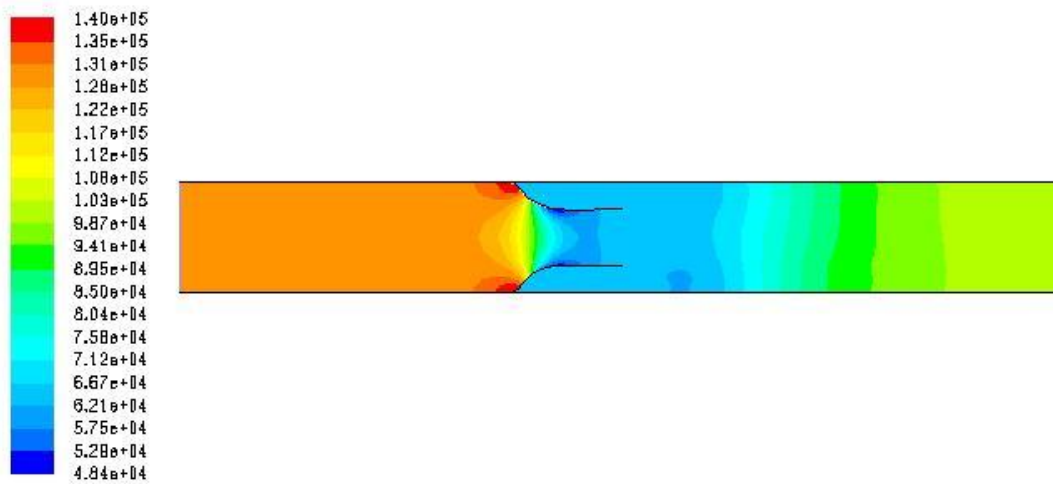
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

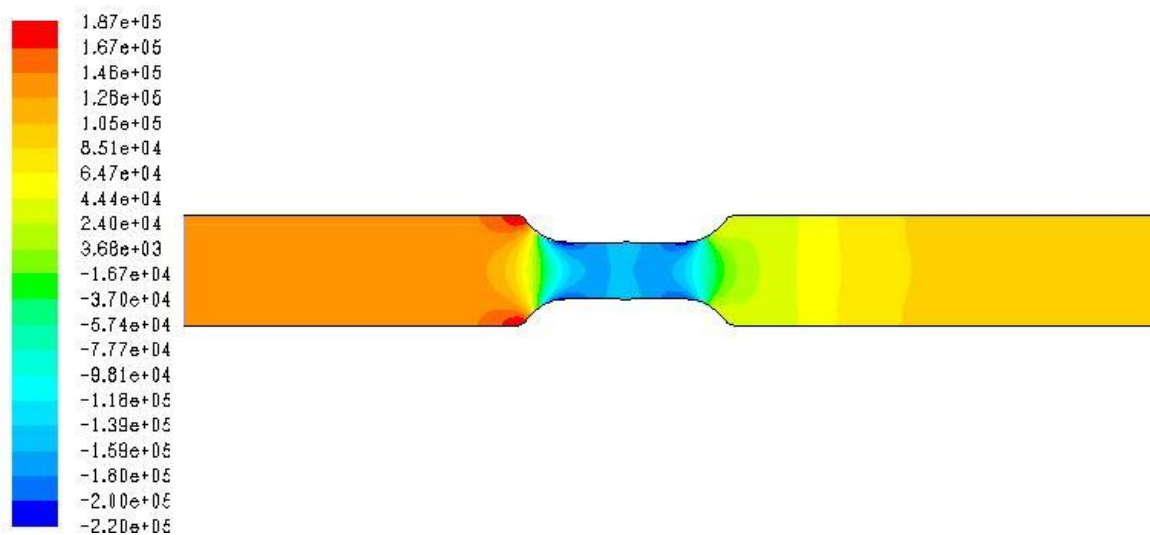


Volume fraction (0.8)

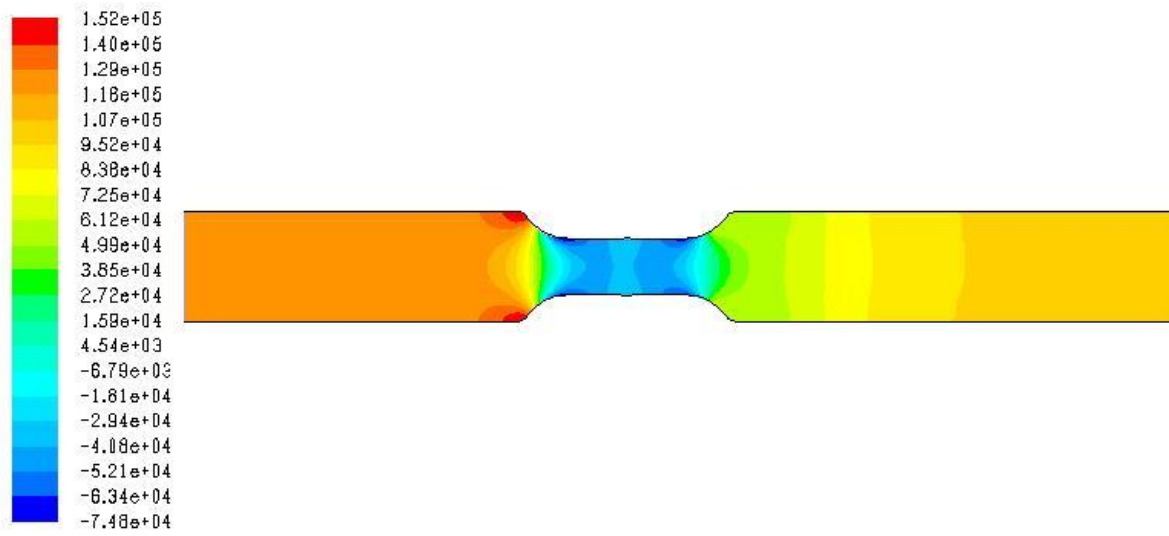


B) Σωλήνας Venturi

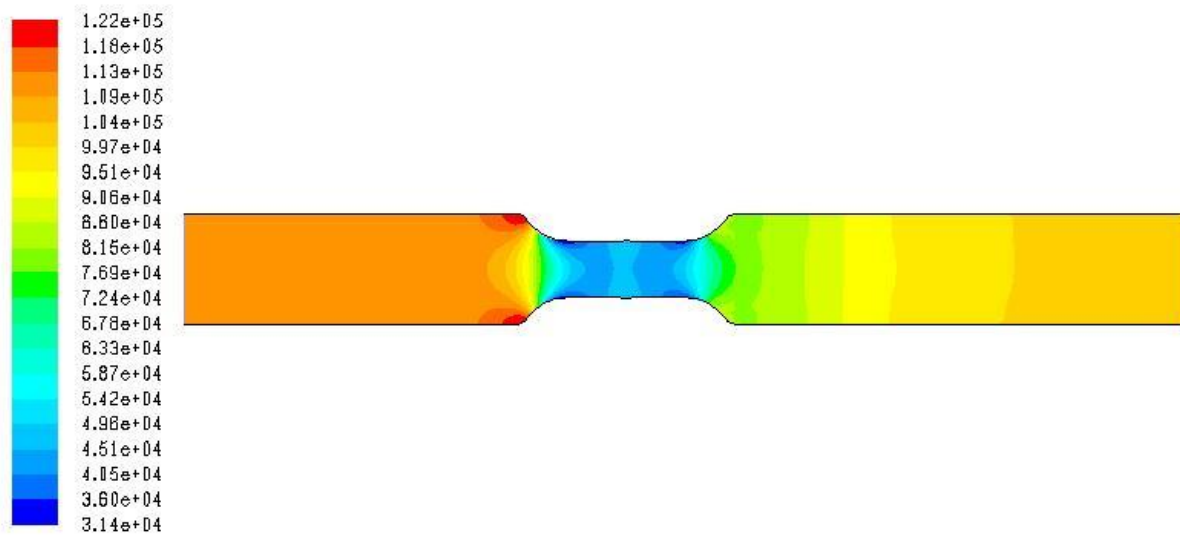
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)

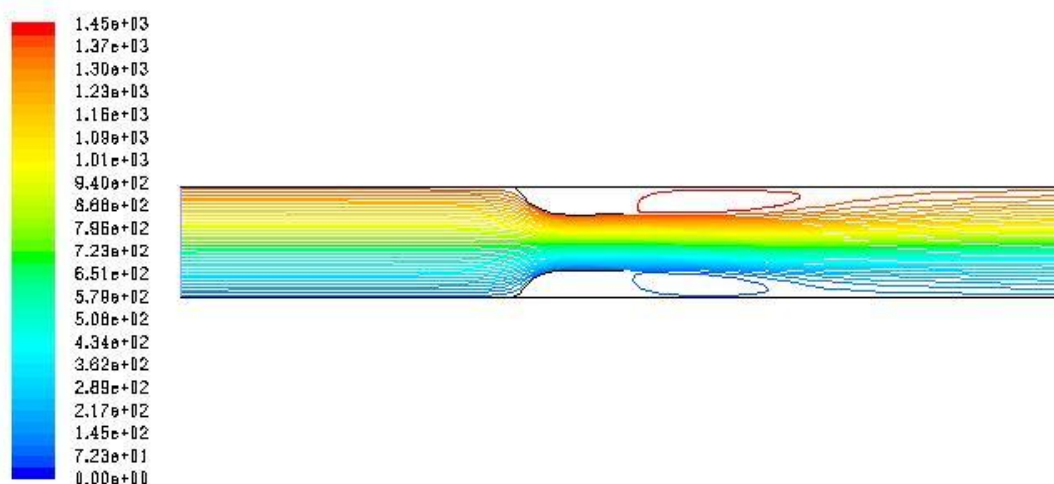


7.3.15 Ροϊκές γραμμές

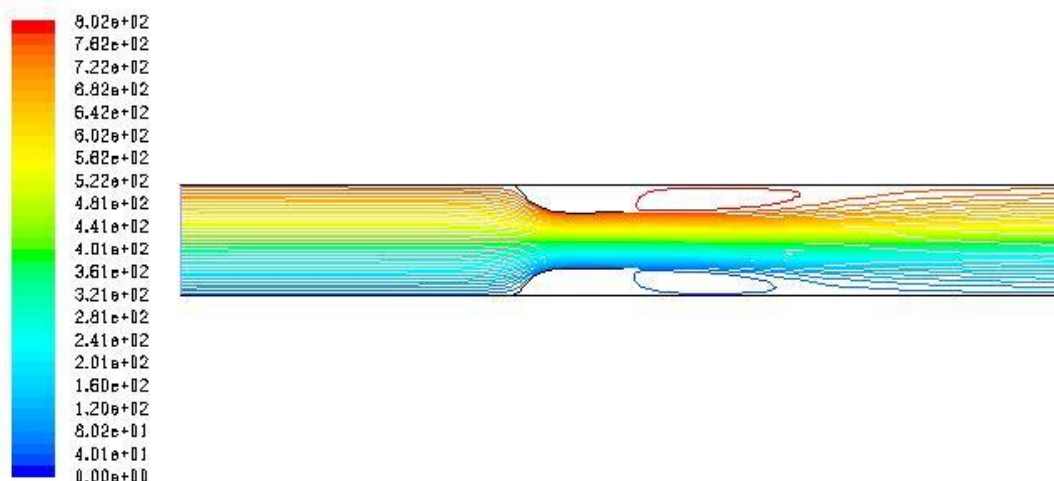
Πρόκειται για αναπαράσταση των ροϊκών γραμμών μέσα στον αγωγό για τα διάφορες τιμές του κλάσματος όγκου νερού αέρα.

A) Ακροφύσιο

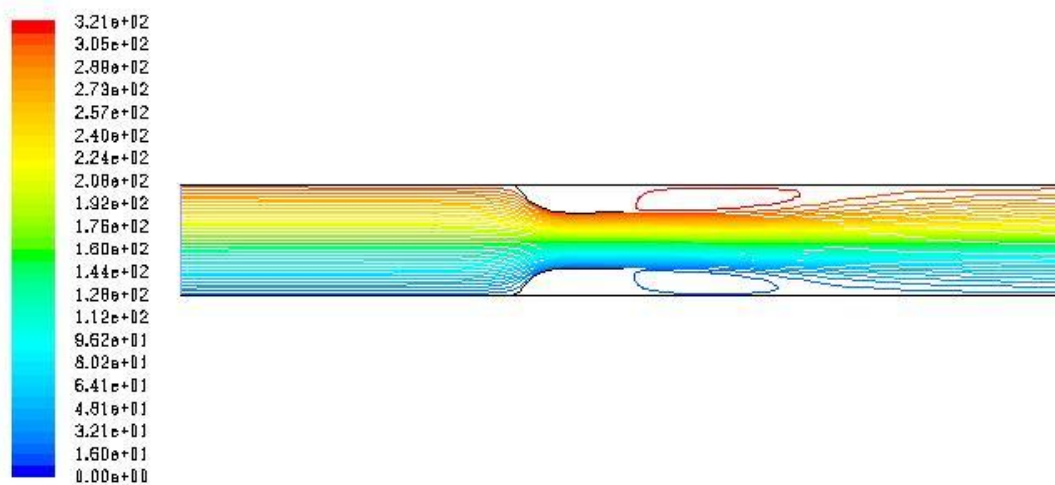
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)

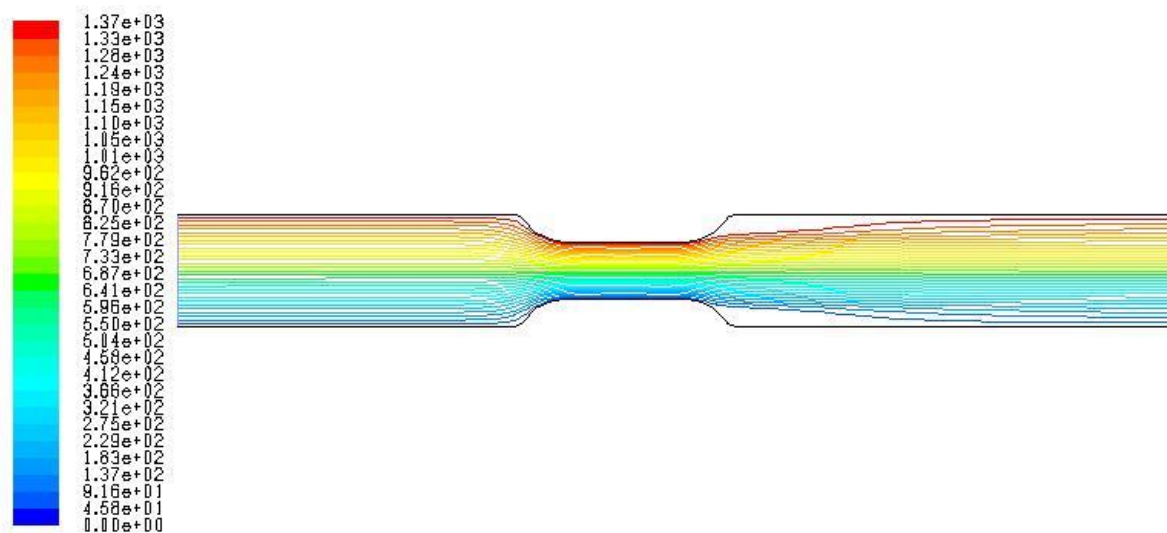


Volume fraction (0.8)

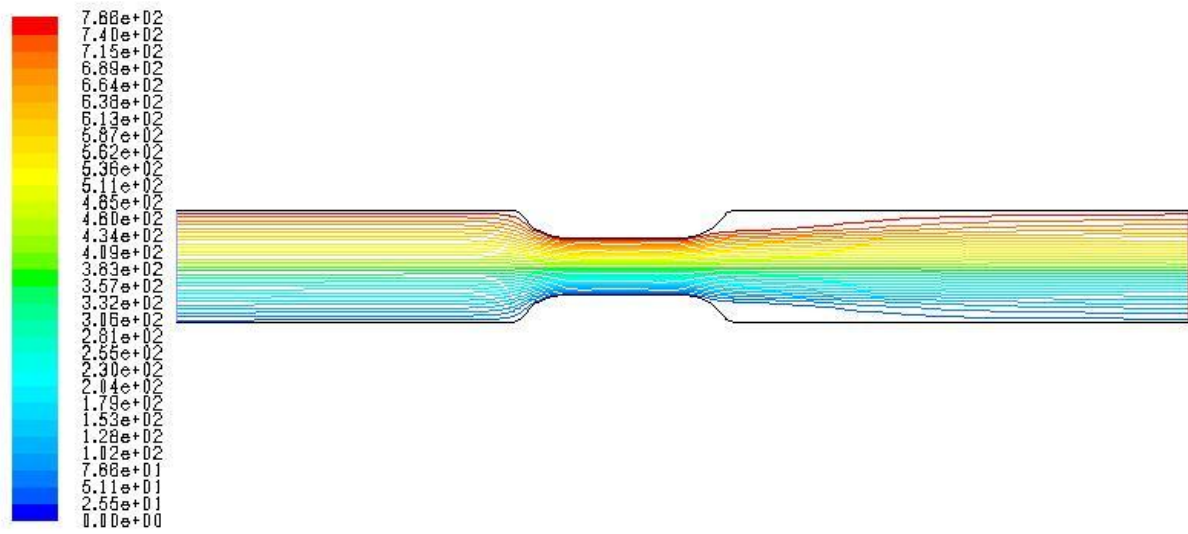


B) Σωλήνας Venturi

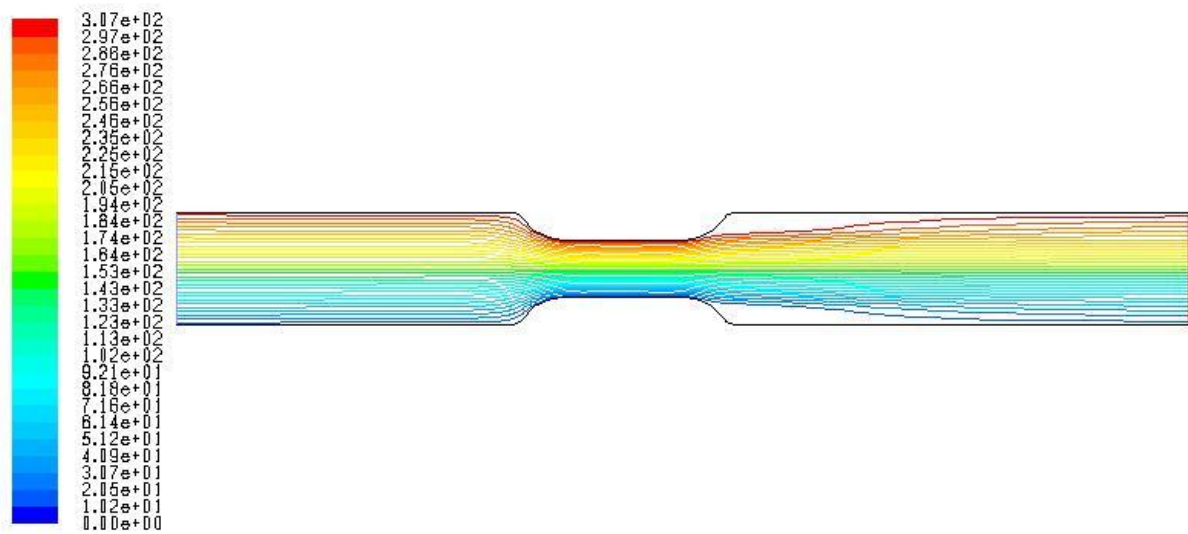
Volume fraction (0.1)



Volume fraction (0.5)



Volume fraction (0.8)



Παρόμοιου τύπου δεδομένα έχουν συλλεχθεί και για τις περιπτώσεις όπου χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο πολυφασικής ροής Mixture με μοντέλα τύρβης K-Epsilon, όπως και για διάμετρο στένωσης $d = 7 \text{ cm}$ (όλα τα πιθανά ενδεχόμενα). Απλώς επειδή δεν διευκολύνει να παρουσιαστούν όλα εδώ, τα παραθέτουμε μαζί με τα υπόλοιπα αρχεία στο CD της διπλωματικής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

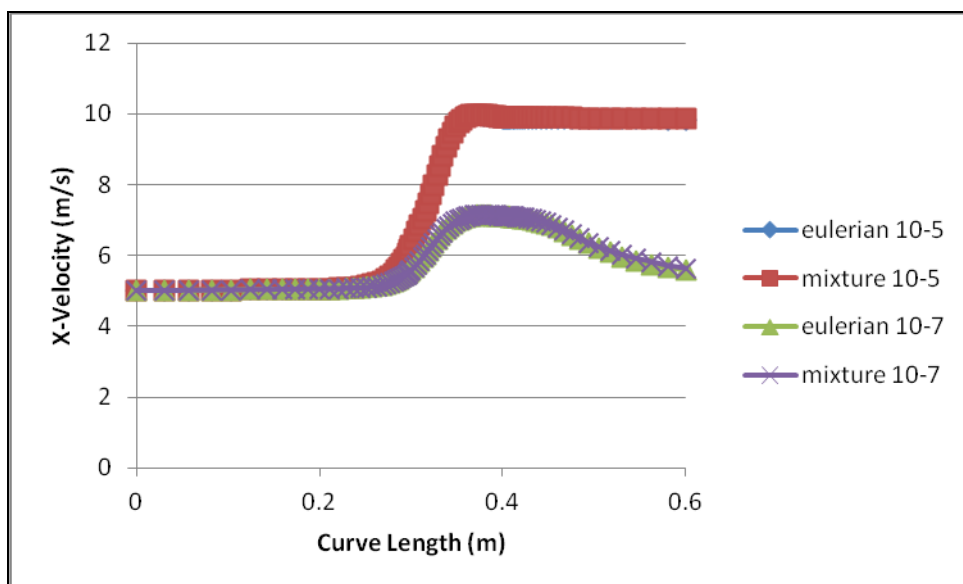
Τα αποτελέσματα που συλλέξαμε από την υπολογιστική προσομοίωση δεν είναι εφικτό να συγκριθούν με πειραματικά δεδομένα, καθότι τέτοια δεν υπάρχουν.

Από τα διαγράμματα ταχυτήτων που παραθέτονται στο κεφάλαιο 7 παρατηρούμε ότι οι διαφορές που υπάρχουν ανάμεσα στα διάφορα ποσοστά μίξης αέρα-νερού για την ίδια ταχύτητα είναι ανεπαίσθητες.

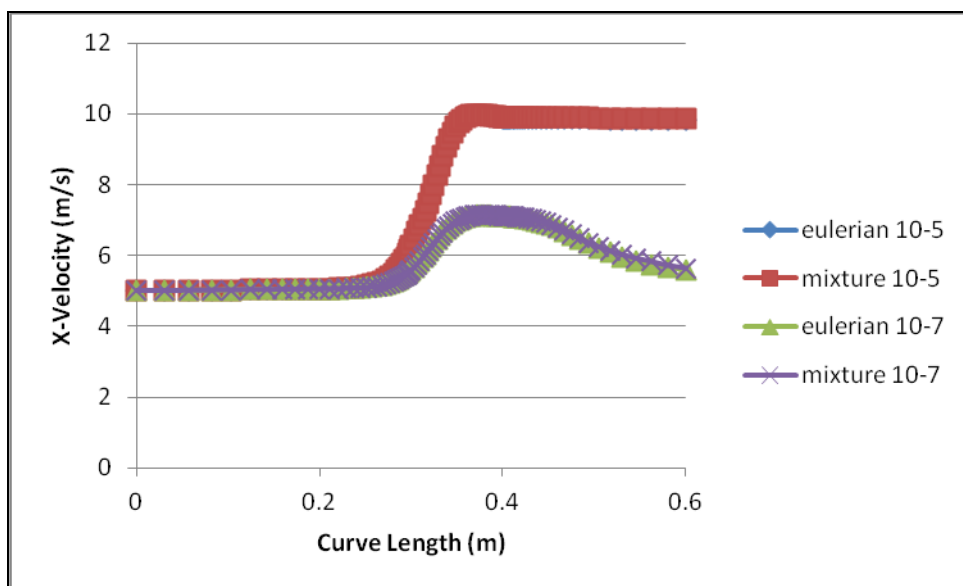
Ακολουθώς παραθέτουμε συγκριτικά διαγράμματα για την ίδια ταχύτητα αλλά για διαφορετικές διαμέτρους στένωσης και μοντέλα τύρβης.

A) Ακροφύσιο

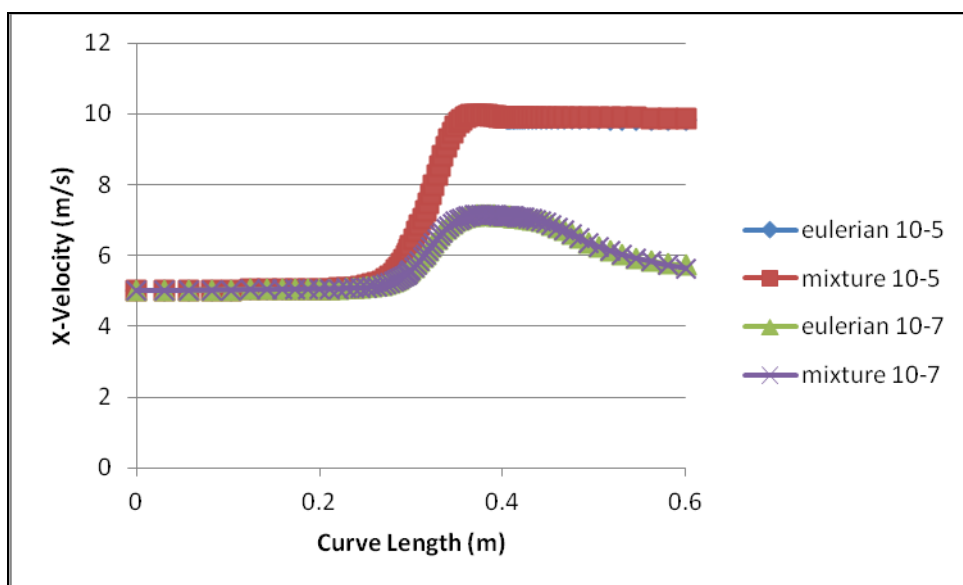
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,1



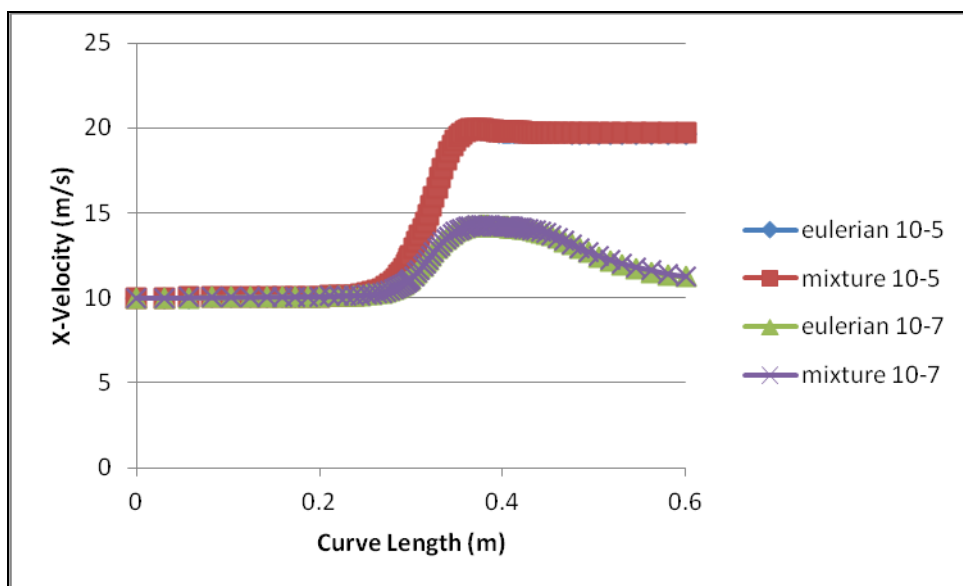
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,5



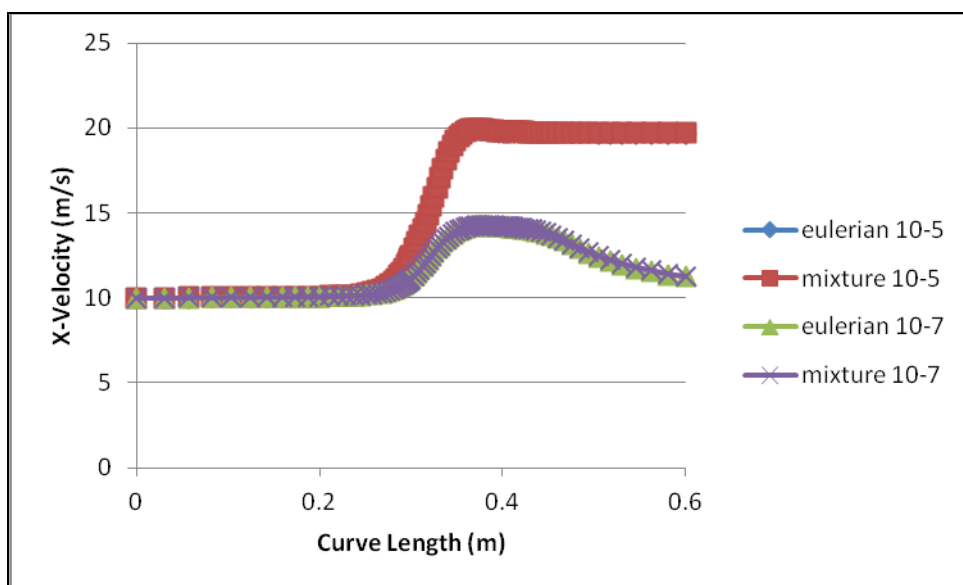
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,8



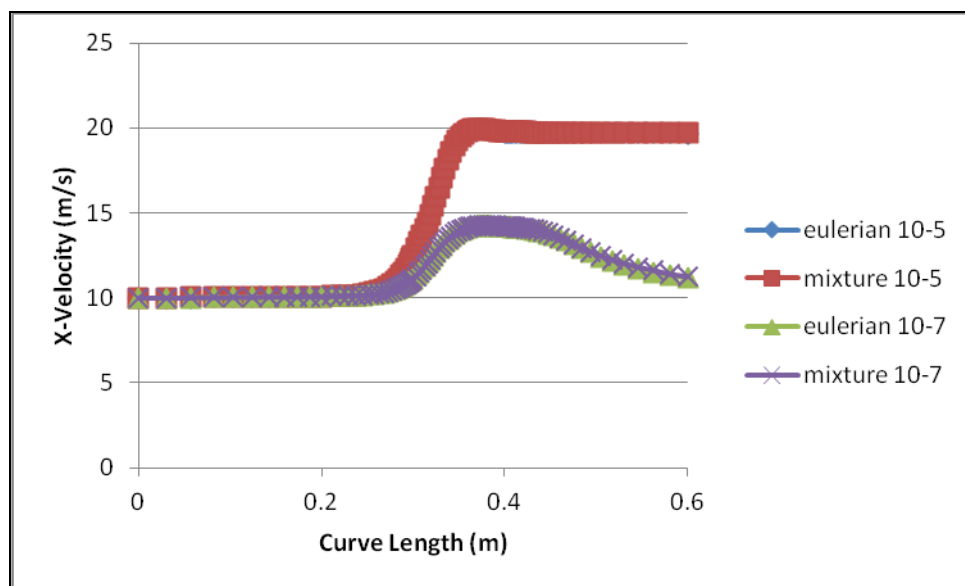
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,1



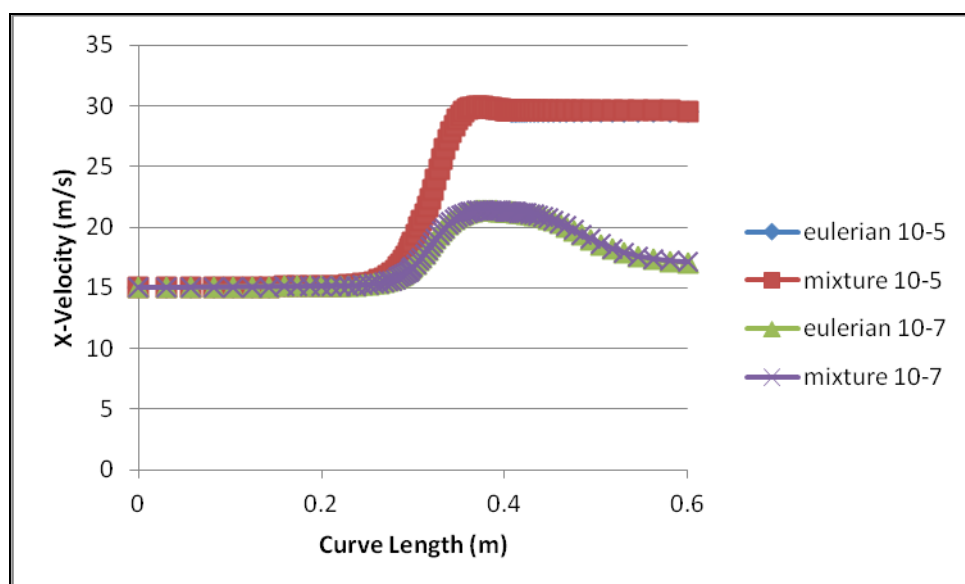
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,5



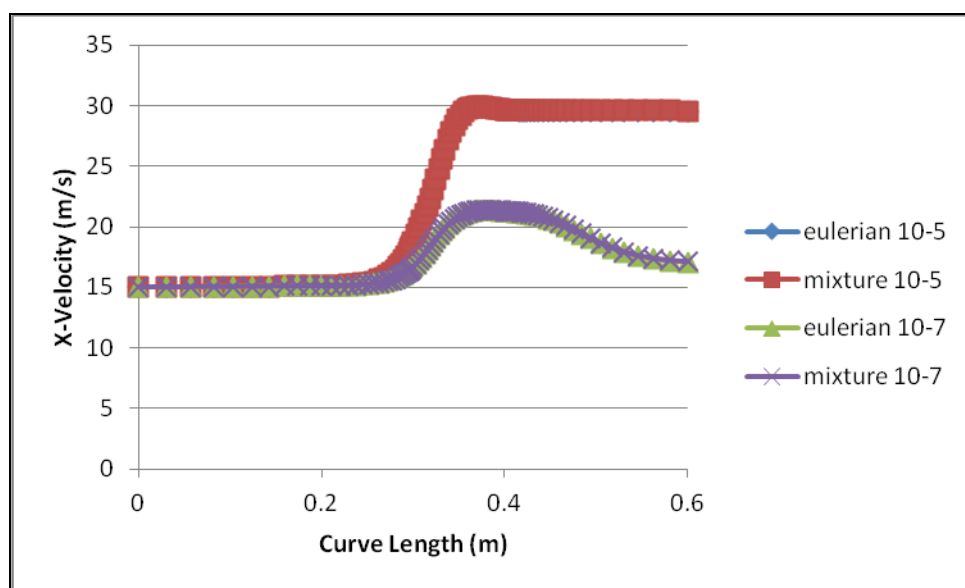
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,8



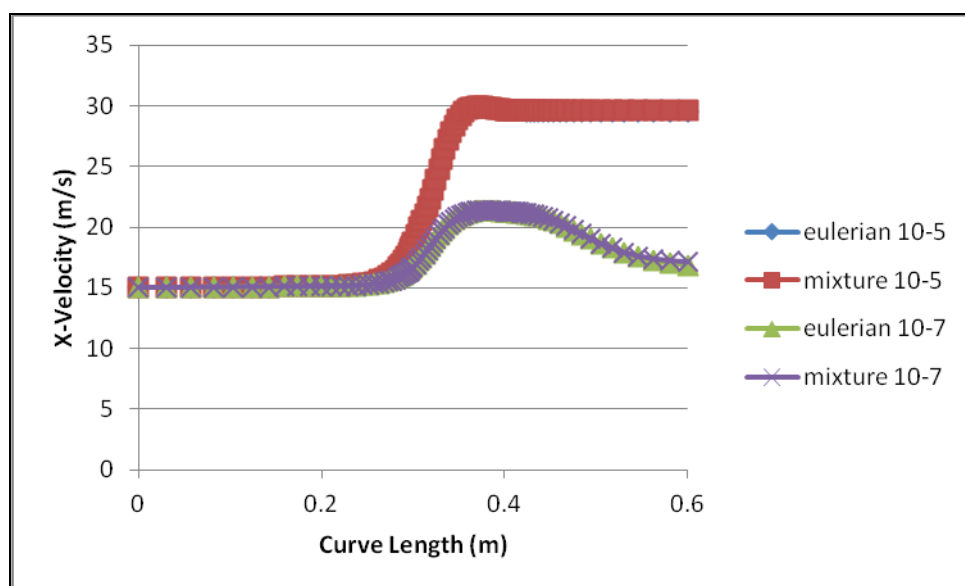
Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,1



Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,5

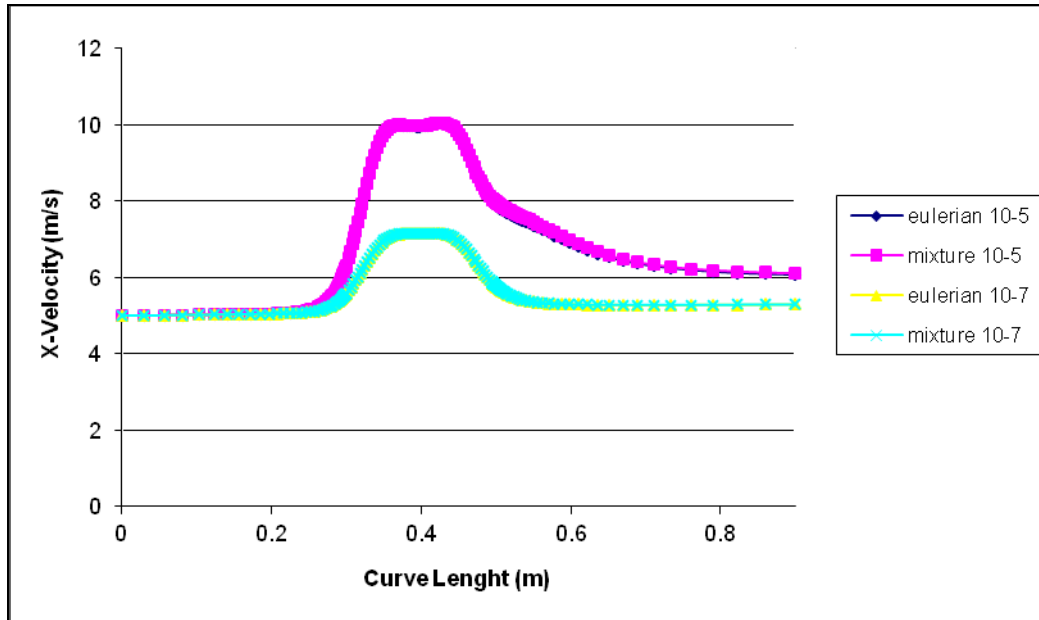


Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,8

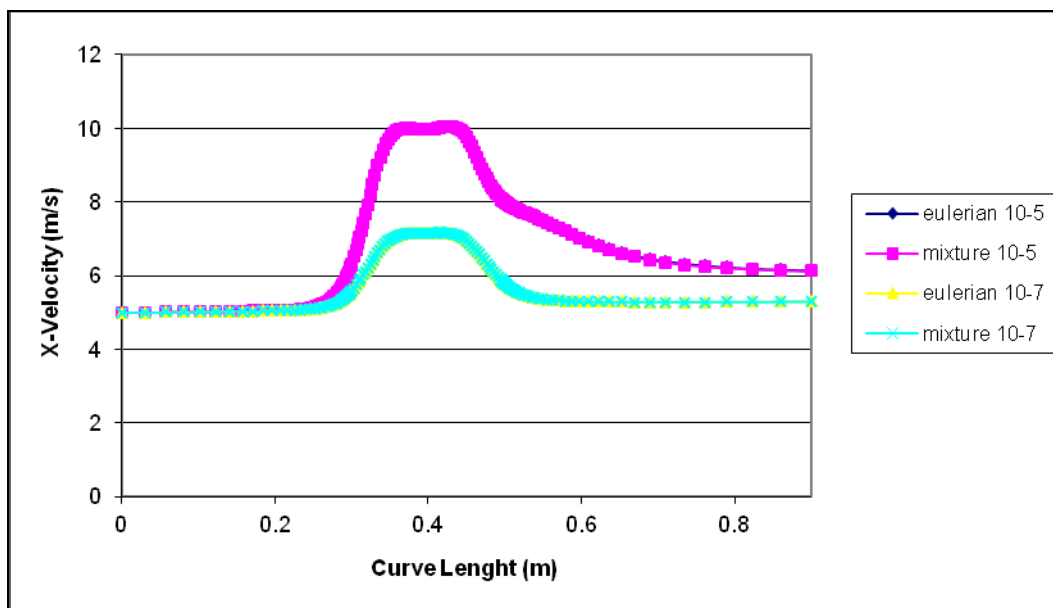


B) Σωλήνας Venturi

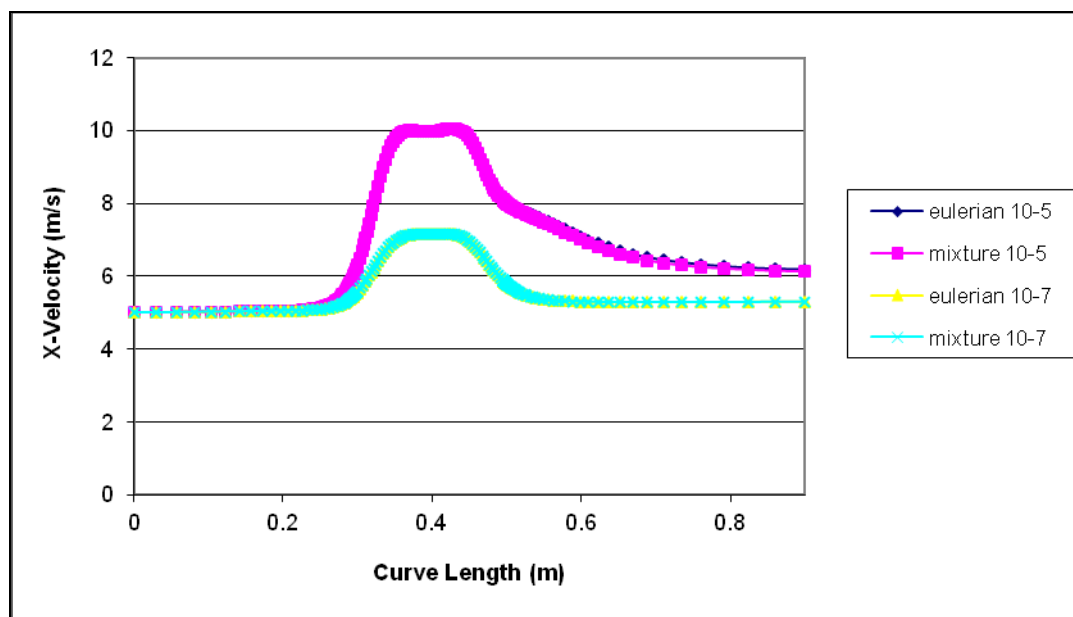
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,1



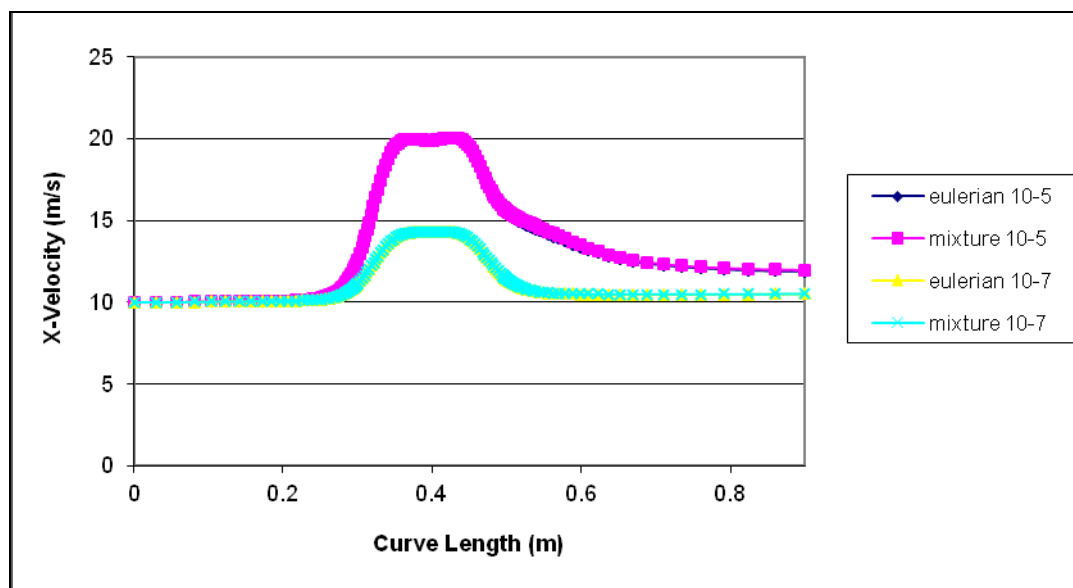
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,5



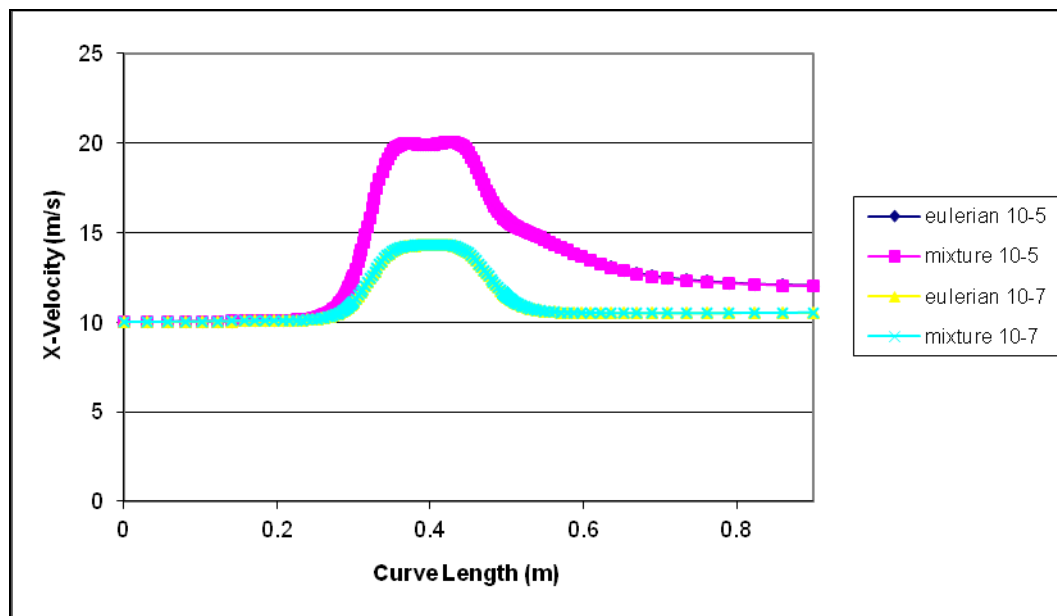
Ταχύτητα 5m/s και volume fraction 0,8



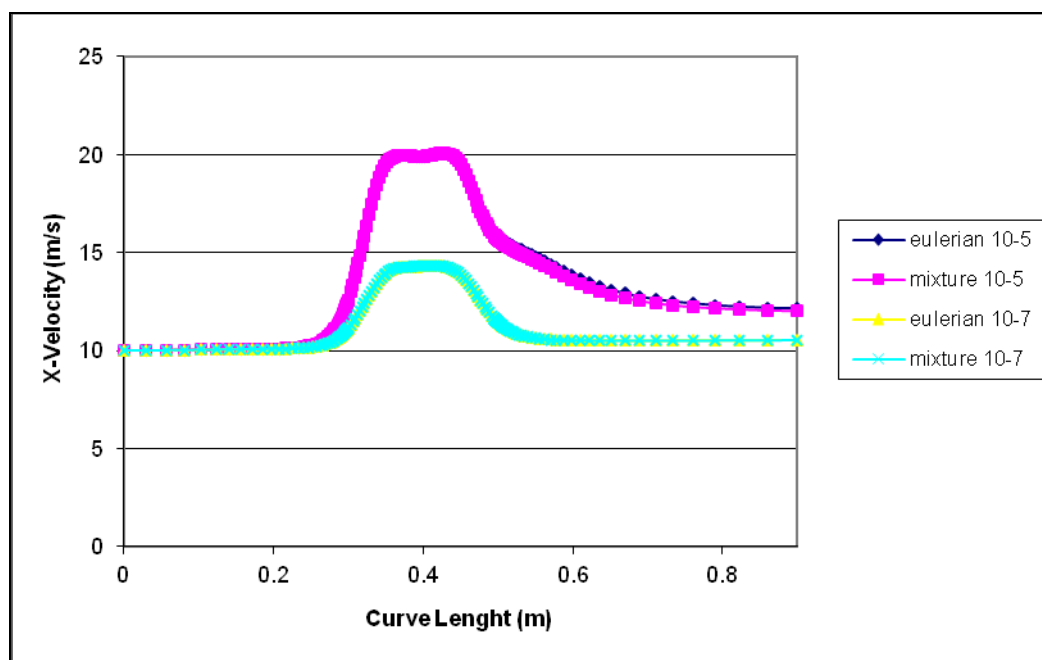
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,1



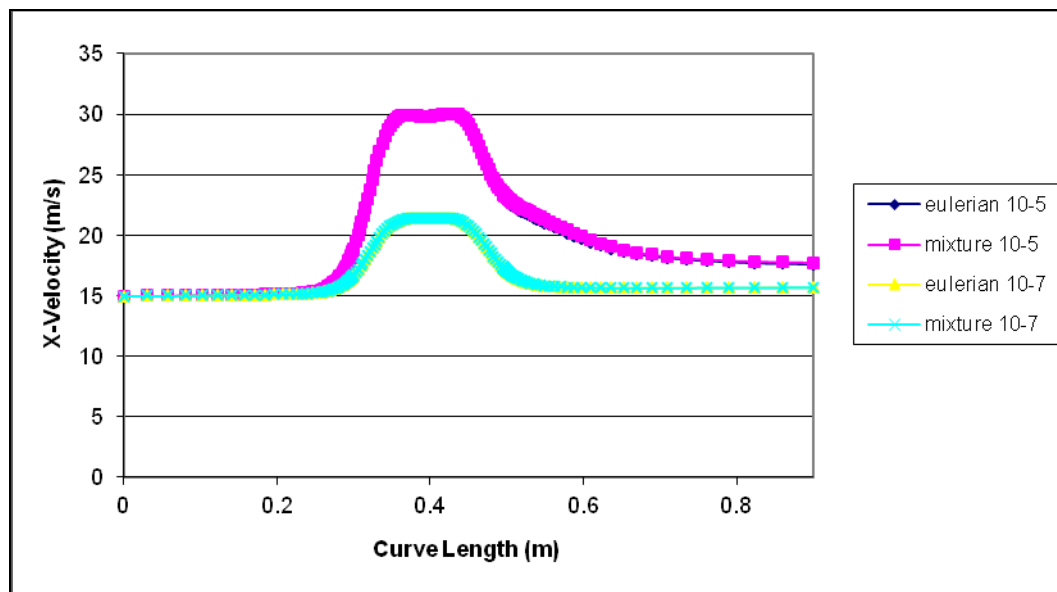
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,5



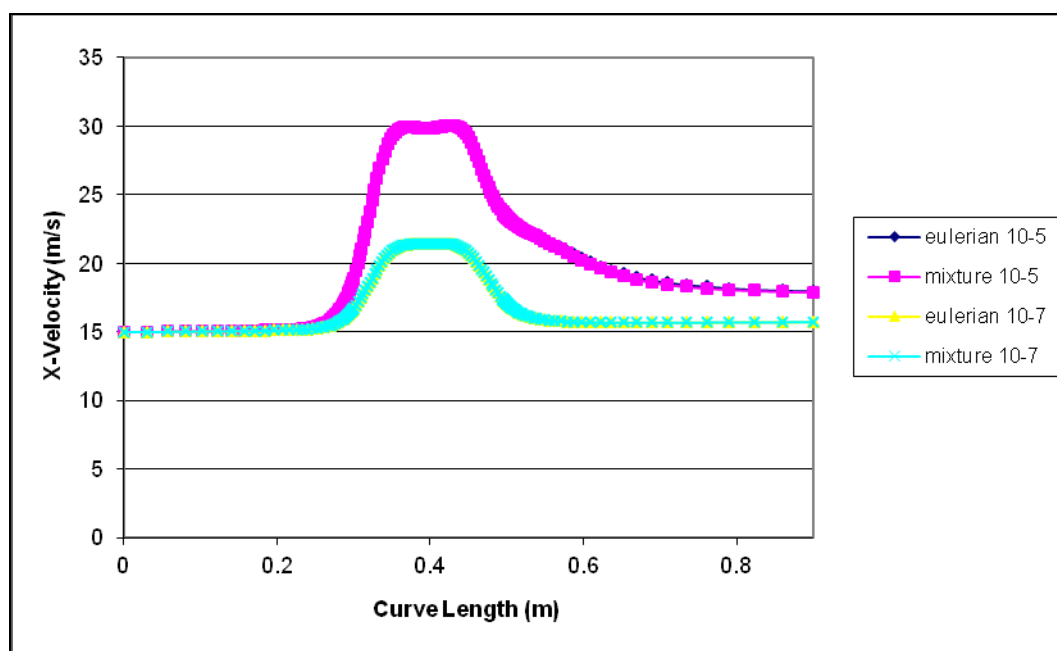
Ταχύτητα 10m/s και volume fraction 0,8



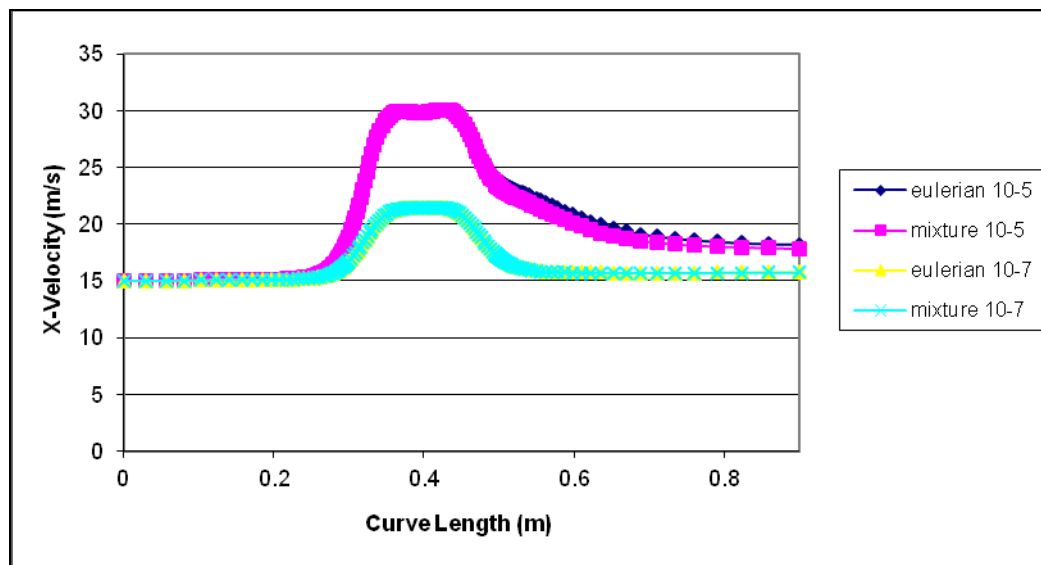
Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,1



Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,5



Ταχύτητα 15m/s και volume fraction 0,8



Από τα συγκριτικά διαγράμματα παρατηρούμε ότι η ταχύτητα αυξάνεται απότομα στην είσοδο των στραγγαλιστικών. Στο ακροφύσιο, στη διατομή με τη μικρότερη στένωση (10-5cm), η ταχύτητα μετά την έξοδο του στραγγαλιστικού οργάνου φαίνεται ότι, στο εξεταζόμενο μήκος του ροϊκού πεδίου παραμένει σταθερή χωρίς να μειώνεται στο επίπεδο της αρχικής τιμής. Αντίθετα, στην άλλη διατομή με τη μεγαλύτερη στένωση (10-7cm), η ταχύτητα μειώνεται καθώς το μίγμα απομακρύνεται από την έξοδο του ακροφυσίου και μένει σταθερή και λίγο μεγαλύτερη από την αρχική.

Στο σωλήνα Venturi στη διατομή με τη μικρότερη στένωση (10-5cm), η ταχύτητα φαίνεται ότι, στο εξεταζόμενο μήκος του ροϊκού πεδίου μειώνεται καθώς το μίγμα απομακρύνεται από την έξοδο του σωλήνα Venturi και μένει σταθερή και λίγο μεγαλύτερη από την αρχική, ενώ στην άλλη διατομή με τη μεγαλύτερη στένωση (10-7cm), η ταχύτητα μειώνεται καθώς το μίγμα απομακρύνεται από την έξοδο του σωλήνα Venturi και μένει σταθερή και ίση με την αρχική.

Η μέγιστη απόκλιση στις τιμές των ταχυτήτων που παρατηρείται στα αποτελέσματα μεταξύ των μοντέλων τύρβης είναι

- **Ακροφύσιο**

A)Διατομή 10-5: Eulerian,K-Epsilon - Mixture,K-Epsilon = 3,9928 %

B)Διατομή 10-7: Eulerian,K-Epsilon - Mixture,K-Epsilon = 0,3393 %

- **Σωλήνας Venturi**

A)Διατομή 10-5: Eulerian,K-Epsilon - Mixture,K-Epsilon = 1.2110 %

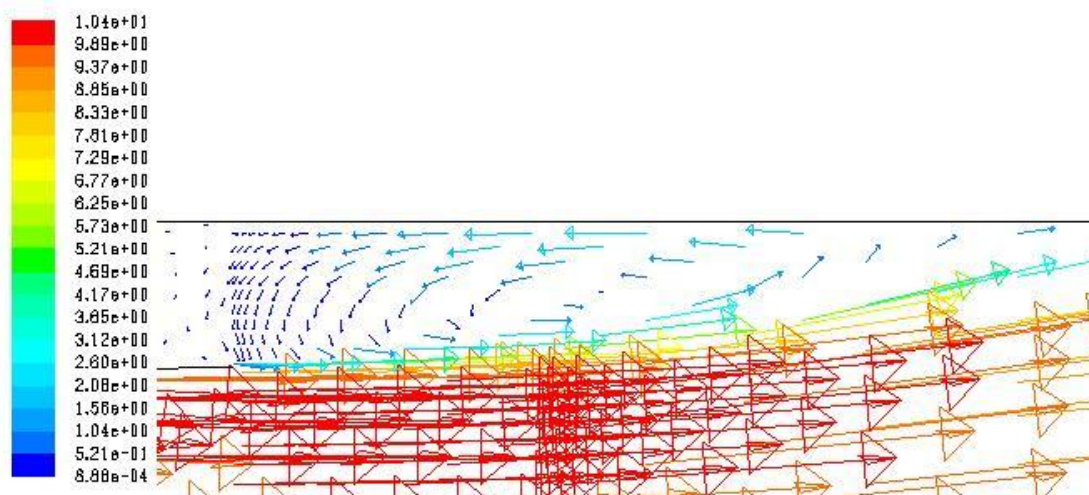
B)Διατομή 10-7: Eulerian,K-Epsilon - Mixture,K-Epsilon = 0.2790 %

Παρατηρούμε ότι οι αποκλίσεις στη διατομή με τη μικρότερη στένωση (10-5cm), είναι μεγαλύτερες από ότι στη διατομή με τη μεγαλύτερη στένωση (10-7cm) κάτι που είναι λογικό, μια και στην πρώτη η ταχύτητα αυξάνεται πιο απότομα σε σχέση με τη δεύτερη.

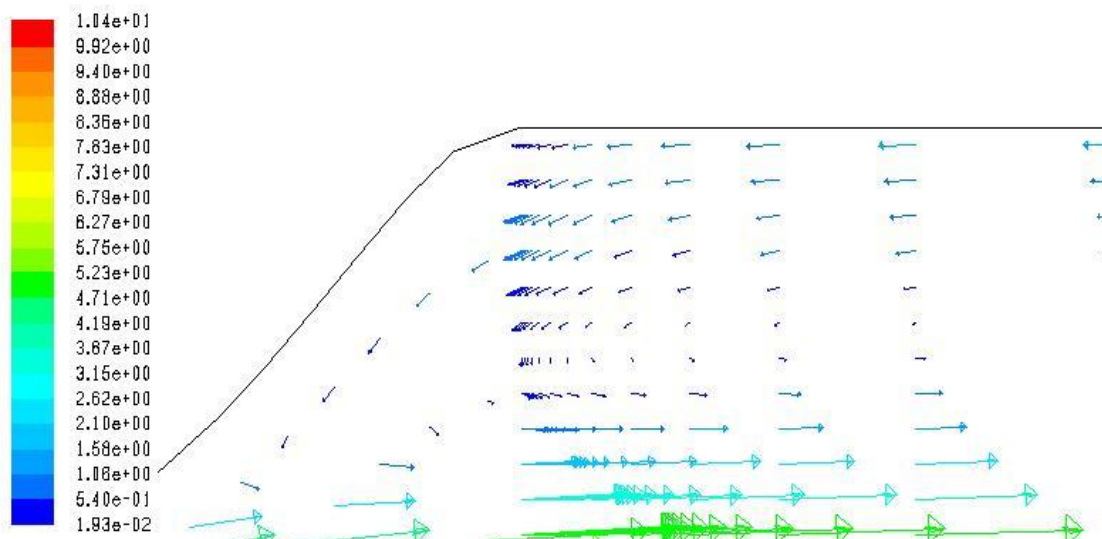
Στις προσομοιώσεις, εκτός των μοντέλων τύρβης που αναπαριστώνται νωρίτερα, χρησιμοποιήσαμε και το μοντέλο Mixture, Spallart-Allmaras. Στις προσομοιώσεις αυτές παρατηρήθηκαν αντιστροφές ροής και δεν ήταν εφικτή η σύγκλιση των αποτελεσμάτων που προέκυπταν από το λογισμικό πακέτο πεπερασμένων διαφορών FLUENT. Συνεπώς καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι δεν είναι εφικτή η εφαρμογή του συγκεκριμένου μοντέλου.

Από τα αποτελέσματα που εξάγαμε, κρίνουμε σημαντική την αναπαράσταση της αντιστροφής της ροής που παρατηρούμε στην έξοδο των στραγγαλιστικών μας οργάνων. Για το λόγο αυτό, παραθέτουμε τις παρακάτω φωτογραφίες που παρουσιάζουν με διανύσματα ταχύτητων το φαινόμενο αυτό.

A) Ακροφύσιο



B) Σωλήνα Venturi



Οι αντιστροφές ροής παρατηρούμε ότι έχουν μεγαλύτερη έκταση στο ακροφύσιο απ' ό τι στο σωλήνα Venturi. Αυτό συμβαίνει διότι ο σωλήνας Venturi είναι μια πιο κλειστή γεωμετρία σε σχέση με το ακροφύσιο και μπορεί να κατευθύνει τη ροή. Το ακροφύσιο είναι πιο ανοιχτό σαν γεωμετρία και έτσι το μίγμα έχει την ελευθερία να πραγματοποιεί τις αντιστροφές που φαίνονται στις παραπάνω φωτογραφίες.

Ανακεφαλαιώνοντας αναφέρεται ότι στην εργασία αρχικά γίνεται εισαγωγή του θέματος και έπειτα αναλύονται στοιχεία θεωρίας για τη ροή των ρευστών(στρωτή και τυρβώδης), τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούνται, τη διφασική ροή και τα στραγγαλιστικά όργανα. Έστερα, περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία κατασκευής του πλέγματος και η διαδικασία επίλυσής του στο FLUENT. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας και γίνεται αναλυτικός σχολιασμός τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [Using Computational Fluid Dynamics](#) book by C. T. Shaw
- [Numerical methods for 1D compressible flows](#) book by M. Manzini, A. Ticca, G. Zanetti
- [Solution Methods in Computational Fluid Dynamics](#) By Thomas H. Pulliam
- [CFD-Wiki](#) A wiki started in 2005. The content is free and is written collaboratively by visitors of CFD Online
- [CFD Vocabulary](#) A list of about 30 common CFD terms
- Gidaspow, D., 1994. [Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions](#). Academic Press, New York.
- ↑ Aris, R., Vectors, [Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics](#). Dover Publ. Inc., New York, 1962.
- ↑ Stokes, G.G., [On the Theories of Internal Friction of Fluids in Motion](#). Trans. Cambridge Phil. SOC., 8 (1845), pp. 287-305.
- ↑ Blazek, J., [Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications](#). ELSEVIER SCIENCE Ltd, 2001.
- ↑ Drew, D.A., Passman S.L., [Theory of multicomponent fluids](#). Springer-Verlag, New York Inc., 1999.
- ΜΑΡΓΑΡΗΣ Δ., «[Διφασική ροή σε αγωγούς και οριακά στρώματα](#)»,
- ΜΑΡΓΑΡΗΣ Δ., Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2005. << [Πειραματική Ρευστοδυναμική – Αεροδυναμική](#)», Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα
- ΠΑΠΑΝΙΚΑΣ, Δ. Γ., «[Εφαρμοσμένη Ρευστομηχανική](#)», Τόμος 1, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2005.
- Gambit 2.4.6 User's Guide
- Gambit 2.4.6 Tutorial Guide
- Fluent 6.3.26 User's Guide
- Fluent 6.3.26 Tutorial Guide
- <http://www.cfd-online.com>
- <http://en.wikipedia.org/wiki/>