

Εκτενής Περίληψη Εργασίας

Πίνακας Ορολογίας

Σύμβολο	Ιδιότητα	Μονάδες
V_{1Year}	Μείωση καυσίμου σ' ένα χρόνο	lt
R	Λόγος κόστους προς όγκο	\$/bbl
SC	Εξοικονόμηση χρήματος	\$
η	Θέση ουδέτερου άξονα	m
h	Πάχος φλάντζας	m
h_{eq}	Ισοδύναμο πάχος πλάκας	m
b	Πάχος κορμού	m
a	Μισό πλάτος της φλάντζας	m
I	Αρχική ροπή αδράνειας του ενισχυμένου κελύφους	m ⁴
I_{eq}	Ροπή αδράνειας ισοδύναμης πλάκας	m ⁴
ε_i	Παραμόρφωση στη διεύθυνση i	-
S_{ij}	Όροι μητρώου ενδοτικότητας	Pa
σ_j	Τάσεις στη διεύθυνση j	Pa
E_i	Μέτρο ελαστικότητας στη διεύθυνση i	Pa
ν_{ij}	Λόγοι Poisson στο επίπεδο ij	-
G_{ij}	Μέτρο διάτμησης στο επίπεδο ij	Pa
θ	Γωνία περιστροφής	°
T_σ	Stress transformation matrix	-
T_ε	Strain transformation matrix	-
Q_{ij}	Μητρώο ανοιγμένης δυσκαμψίας	Pa
n_{si}	Συντελεστής Chebytsen στο si επίπεδο	-
ε_i^0	Παραμόρφωση μέσου επιπέδου της λάμινας	-
k_i	Καμπυλότητα της στρώσης στη διεύθυνση i	-
N_i	Δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση i	N
M_j	Ροπή που ασκείται στη διεύθυνση j	N/m
A_{ij}	Μητρώο εκτατικής δυσκαμψίας	N/m
B_{ij}	Μητρώο σύζευξης	N
D_{ij}	Μητρώο καμπτικής δυσκαμψίας	Nm
z_k	Θέση της k στρώσης	m
$f_i(x)$	Συνάρτηση μεγιστοποίησης (η ελαχιστοποίησης)	-
$g_j(x)$	Συνάρτηση περιορισμών	-
ε_x	Νόρμα σφάλματος για σχεδιαστικές παράμετρους και συνάρτηση μεγιστοποίησης	-
ε_{max}	Μέγιστο υπόλοιπο	-
PRESS	Πρόβλεψη του αθροίσματος των τετραγώνων	-
ε_{RMS}	Ρίζα του τετραγώνου της μέσης τιμής	-
SPRESS	Τετραγωνική ρίζα της πρόβλεψης του αθροίσματος τετραγώνων	-
R^2	Συντελεστής πολλαπλών διευκρινίσεων	-
$R^2_{prediction}$	R^2 για πρόβλεψη	-
P	Αριθμός των σχεδιαστικών σημείων	-
y_i	Πραγματική τιμή απόκρισης (υπολογίστηκε)	-
h_{ii}	Διαγώνιοι όροι του H'	-
y_i'	Προβλεπόμενη απόκριση	-
$\bar{y}_i$	Μέση τιμή της πραγματικής απόκρισης	-
H	Πίνακας παρατηρήσεων	m
L	Μήκος του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
B	Πλάτος του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m

l_{flange}	Πλάτος φλάντζας του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
h_{web}	Ύψος κορμού του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
t_{skin}	Πάχος κελύφους του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
t_{flange}	Πάχος φλάντζας του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
t_{web}	Πάχος κορμού του ενισχυμένου κελύφους αναλυτικής σχεδίασης	m
τ_{xy}^i	Διατμητική τάση εντός επιπέδου xy της εσωτερικής πλάκας	Pa
τ_{xy}^o	Διατμητική τάση εντός επιπέδου xy της εξωτερικής πλάκας	Pa
$N_{xy}(x, y)$	Διατμητικό φορτίο-Επιφανειακή κατανομή	N
τ_{xz}^a	Διατμητική τάση εκτός επιπέδου xz της κόλλας	Pa
τ_{yz}^a	Διατμητική τάση εκτός επιπέδου yz της κόλλας	Pa
t_i	Πάχος εσωτερικής πλάκας	m
t_o	Πάχος εξωτερικής πλάκας	m
t_a	Πάχος κόλλας	m
G_a	Μέτρο διάτμησης της κόλλας	Pa
v_a	Μέτρο poisson της κόλλας	-
u_o	Μετατόπιση στον x άξονα της εξωτερικής πλάκας	m
u_i	Μετατόπιση στον x άξονα της εσωτερικής πλάκας	m
v_o	Μετατόπιση στον y άξονα της εξωτερικής πλάκας	m
v_i	Μετατόπιση στον y άξονα της εσωτερικής πλάκας	m
γ_{xz}^a	Διατμητική παραμόρφωση εκτός επιπέδου xz της κόλλας	-
γ_{yz}^a	Διατμητική παραμόρφωση εκτός επιπέδου yz της κόλλας	-
K_s^i	Σταθερά διατμητικού ελατηρίου στο επίπεδο xy και στη θέση i	N/m
K_p^i	Σταθερά διαμήκους ελατηρίου στις διευθύνσεις x, y, z και στη θέση i	N/m
V_{skin}	Όγκος εξωτερικού κελύφους	m^3
V_{flange}	Όγκος φλάντζας	m^3
A_{net}	Μειωμένη επιφάνεια	m^2
w	Πλάτος πλάκας	m
$2a$	Διάμετρος οπής	m
t	Πάχος πλάκας	m
F_{fail}	Όριο θραύσης στον εφελκυσμό με όρους δύναμης	N
σ_{tu}	Όριο θραύσης στον εφελκυσμό με όρους τάσης	Pa
k_t	Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεως για πεπερασμένη πλάκα	-
kt^∞	Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεως για άπειρη πλάκα	-
σ_θ	Τάση στη περιφέρεια της οπής	Pa
σ	Εφαρμοζόμενη τάση μακριά απ' τη περιοχή εξέτασης	Pa
SCF	Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων	-
$N_{experiments}$	Αριθμός πειραμάτων κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης	-

Κεφάλαιο 1:

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται λόγος γενικότερα για την εξέλιξη της κατασκευής της πτέρυγας του αεροπλάνου και επισημαίνονται οι λόγοι που οδήγησαν σ' αυτή. Μερικοί σημαντικοί παράγοντες είναι η χρήση συνθέτων υλικών, η υπολογιστική μηχανική και η χρήση λογισμικού για την εποπτεία της ακεραιότητας της κατασκευής. Για το τελευταίο έχει αναπτυχθεί η έννοια του ψηφιακού διδύμου. Σαφώς δεν παραλείπουμε την συνεισφορά της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος, σημαντικός λόγος είναι και η μελέτη της πτέρυγας από ρευστομηχανική σκοπιά, δηλαδή τη χρήση των πεπερασμένων όγκων. Τα δομικά στοιχεία που θα εξετασθούν είναι το ενισχυμένο κέλυφος (stiffened panel), οι δοκοί (beams) και οι πλάκες.

Όσον αφορά τα σύνθετα υλικά δίνονται τα χαρακτηριστικά τους και οι λόγοι καθιέρωσής τους στην αεροπορική βιομηχανία. Ουσιαστικά, εξετάζουμε την εξέλιξή τους και το ποσοστό χρήσης τους σε διάφορα αεροπλάνα, πολιτικά ή στρατιωτικά με το πέρασ του χρόνου. Μερικά πλεονεκτήματά τους είναι ότι, αφού το σύνθετο υλικό είναι η σύνθεση δύο υλικών για τη δημιουργία ενός νέου, καλύτερου υλικού τότε το σύνθετο υλικό έχει τις καλύτερες ιδιότητες από τα επιμέρους υλικά. Προσοχή θα πρέπει να δίνεται όμως στο γεγονός ότι υπάρχουν 2 κατηγορίες ιδιοτήτων των υλικών. Οι μηχανικές και οι μη μηχανικές ιδιότητες. Στην πρώτη κατηγορία υπάγονται οι ιδιότητες όπως η δυσκαμψία, η αντοχή και η σκληρότητα ενώ στη δεύτερη η πυκνότητα, οι συντελεστές θερμικής διαστολής κλπ. Επιγραμματικά άλλα πλεονεκτήματα είναι: μεγάλος λόγος αντοχής προς βάρος, αντίσταση σε διάβρωση, χαμηλό λειτουργικό κόστος, θερμική και ακουστική μόνωση, καλή ανακατανομή του φορτίου μετά την αστοχία, καλύτερη ανοχή στη βλάβη, δυνατότητα απόσβεσης, μεγάλη αντοχή σε κρούσεις και αποδοτικά αεροναυπηγικά σχήματα.

Απ' την άλλη πλευρά δεν γίνεται να μην υπάρχουν και μειονεκτήματα και μάλιστα δυσχεραίνουν τη χρήση τους. Ο βασικός λόγος που τα σύνθετα δεν έχουν καθιερωθεί πλήρως, είναι ότι οι μέθοδοι παρασκευής και επεξεργασίας δεν είναι πλήρως αναπτυγμένοι ενώ το αρχικό κόστος κατασκευής τους είναι αφόρητο. Ωστόσο, γίνεται μεγάλη προσπάθεια στο να εξαλειφθούν αυτοί οι παράγοντες και η χρήση των συνθέτων να είναι καθολική. Τέλος, τα σύνθετα επηρεάζονται πολύ από περιβαλλοντικές συνθήκες, όπως υδροθερμικά φαινόμενα και ακτινοβολία.

Για την απόδειξη της μείωσης του λειτουργικού κόστους στην αεροπορική βιομηχανία με τη χρήση συνθέτων υλικών, παρουσιάσαμε ένα παράδειγμα οικονομοτεχνικής σκοπιάς, όπου θεωρώντας ένα αεροπλάνο "Airbus A340" βρήκαμε την ετήσια εξοικονόμηση σε καύσιμο. Για τον πλήρη προσδιορισμό του προβλήματος, γνωρίζουμε ότι το συγκεκριμένο αεροπλάνο έχει «κερδίσει» 800 κιλά σε βάρος λόγω της χρήσης συνθέτων και ότι εξοικονόμηση ενός κιλού σε βάρος αντιστοιχεί περίπου σε μείωση των καυσίμων κατά 2900 λίτρα για το συγκεκριμένο αεροπλάνο. Συνυπολογίζοντας και την τιμή της κηροζίνης τον Φεβρουάριο του '21, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η εταιρεία εξοικονομεί τελικά 1,344,208 αμερικάνικα δολάρια ετησίως.

Στη συνέχεια, αφού έχουμε συζητήσει γενικές πληροφορίες των συνθέτων υλικών, επικεντρώναστε σε μία συγκεκριμένη κατηγορία υλικών, αυτά που έχουν ως ενίσχυση μακριές ίνες και πολυμερική μήτρα (Fiber Reinforced Polymers). Ειδι-

κότερα, στην αεροπορική βιομηχανία γίνεται κατά κόρον χρήση των συνθέτων με πολυμερική μήτρα, που έχουν ως ενίσχυση ίνες άνθρακα. Σ' ένα αεροπλάνο Airbus A320/A319 παρατηρεί κανείς την υπεροχή της χρήσης ινών άνθρακα (CFRP) σε σχέση με ίνες γυαλιού (GFRP), αραμιδής-kevlar (AFRP) και κεραμικές. Δεδομένου αυτού, αναλύουμε τα πλεονεκτήματα των ινών άνθρακα, όπως ότι έχουν το μεγαλύτερο λόγο αντοχής προς βάρος σε σχέση με τα υπόλοιπα είδη ινών αλλά και ελαφρών μετάλλων, όπως το αλουμίνιο. Αντιθέτως, στα μειονεκτήματα κατατάσσεται το γεγονός ότι ο άνθρακας ως ίνα είναι πολύ ακριβή πρώτη ύλη. Πάντως, η εταιρεία «Elixir», εν έτη 2010 κατασκεύασε εξ ολοκλήρου ένα υπερελαφρό αεροπλάνο με σύνθετα από ίνες άνθρακα. Τέλος, εκτός απ' αυτά δίνεται και επεξηγηματικός πίνακας με τις μηχανικές ιδιότητες των ινών και των περιοχών εφαρμογής.

Εφόσον λοιπόν έχουν εξετασθεί πλήρως οι ίνες που χρησιμοποιούνται σε σύνθετα στην αεροναυπηγική, δεν μένει παρά να κάνουμε και μια μικρή αναφορά στις πολυμερικές μήτρες. Αρχικά, γίνεται κατηγοριοποίηση των διαφόρων πολυμερών υλικών, σε πλαστικών και ελαστικών και μετέπειτα τα πλαστικά τα διακρίνουμε σε θερμοπλαστικά και θερμοσκληρυνόμενα. Για τα θερμοπλαστικά είναι γνωστό ότι αποτελούνται από μακρομόρια που απαρτίζονται από μονομερή και είναι ελατά υλικά. Έχουν υψηλή παραμόρφωση θραύσης και κατά την αποφόρτιση αναπτύσσουν πλαστικές παραμορφώσεις. Απ' την άλλη μεριά, τα θερμοσκληρυνόμενα, έχουν σταυροδεσμούς και έτσι δημιουργείται ένα κατασκευαστικό πλέγμα που δίδει σκληρότητα και άρα είναι ψαθυρά υλικά. Με την αύξηση της θερμοκρασίας στερεοποιούνται και δεν υπάρχει δυνατότητα επαναμορφοποίησης. Πίνακας με είδη θερμοσκληρυνόμενων και θερμοπλαστικών μαζί με κάποιες βασικές ιδιότητες, δίνεται επίσης. Για παράδειγμα γίνεται αναφορά σε εποξικές μήτρες, φαινολικές, πολυεστερικές κλπ. Επίσης, ιδιότητες όπως ποσοστό χρήσης, πυκνότητες, εύρος θερμοκρασιών λειτουργίας, δυνατότητα πολυμερισμού, απορρόφηση υγρασίας, αντοχή κλπ.

Με το συγκεκριμένο θεωρητικό υπόβαθρο ο εκάστοτε μηχανικός είναι ικανός να επιλέξει ποιος συνδυασμός ίνας μήτρας είναι ο καταλληλότερος για την εφαρμογή του. Αυτός είναι και ο λόγος που γίνεται αναφορά στη συγκεκριμένη διπλωματική, δηλαδή να αιτιολογηθεί αργότερα η χρήση των υλικών.

Επόμενο θέμα που εξετάζεται στο 1^ο κεφάλαιο, που αποτελεί και το θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας, είναι τα βασικά δομικά στοιχεία της πτέρυγας. Το σημαντικότερο απ' αυτά είναι το μακρύ ενισχυμένο κέλυφος «long-wing stiffened panel» που ουσιαστικά είναι μία λεπτότοιχη πλάκα που ενισχύεται με δοκούς. Παρόλο λοιπόν που ο τίτλος της διπλωματικής παραπέμπει σε σχεδιασμό ολόκληρης της πτέρυγας, αυτό σαφώς δεν είναι εφικτό να γίνει από ένα άτομο αποκλειστικά. Δηλαδή για την ορθότητα μιας τέτοιας ανάλυσης απαιτείται ομάδα μηχανικών και πολύπλευρος σχεδιασμός. Εμείς αρκούμαστε στην ανάλυση μερικών μερών, όπως το ενισχυμένο κέλυφος, ή το επικολλώμενο κέλυφος «bonded doubler» που θα μιλήσουμε αργότερα.

Πέρα απ' αυτά τα στοιχεία που είπαμε βέβαια, υπάρχουν και τα εξής επιγραμμικά: stringers, panel breakers, longerons, spars, ribs, fittings fairings και doors. Τα αναφέρουμε με την επίσημη ονομασία τους, καθώς δύσκολα μπορεί να βρεθεί μια ακριβής μετάφραση.

Εστιάζοντας λοιπόν στο «stiffened panel», διακρίνουμε διάφορους τρόπους σχεδιασμού και μοντελοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία. Συγκεκριμένα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αρχικά την θεωρία της ισοδύναμης πλάκας, όπου ευρίσκουμε ένα ισοδύναμο πάχος για να απαλείψουμε την ύπαρξη της δοκού. Οπότε, με δισδιάστατα στοιχεία κελύφους είμαστε πλήρως καλυμμένοι «2D Shell-Smeared Properties». Έπειτα, άλλο ένα σχεδιαστικό τρικ είναι να σχεδιάσουμε τη πλάκα ως δισδιάστατα στοιχεία κελύφους, και τη δοκό να την ενσωματώσουμε στη γεωμετρία με μονοδιάστατα στοιχεία δοκού «2D Shell+1D Beam». Τρίτη μέθοδος είναι να χρησιμοποιήσουμε δισδιάστατα στοιχεία κελύφους και για τη πλάκα αλλά και για τη δοκό «2D Shell+2D Shell». Τέλος, ακριβέστερη αλλά πιο χρονοβόρα μέθοδος είναι η χρήση τρισδιάστατων στοιχείων στερεού για όλη τη κατασκευή «3D Solid + 3D Solid». Πάνω σ' αυτή τη μεθοδολογία βασίζεται αρκετά το Κεφάλαιο 4, όπου γίνεται σύγκριση των μεθόδων στην εύρεση της μετατόπισης και της τάσης κατά «Von Mises» και εξάγεται συμπέρασμα για τις περιπτώσεις χρήσης της κάθε μεθόδου.

Η 1^η τεχνική που περιεγράφηκε, ήταν αυτή της ισοδύναμης πλάκας. Με λίγα λόγια, προσπαθούμε να βρούμε ένα ισοδύναμο, σαφώς μεγαλύτερο, πάχος για το κέλυφος το οποίο θα έχει ενσωματωμένο την δυσκαμψία που προσφέρει η ενίσχυση της δοκού. Η υποθέσεις που έχουν γίνει είναι ότι η δοκός υποχρεούται να ακολουθήσει την συμπεριφορά της πλάκας, με τη διαφορά ότι αυξάνουν τη δυσκαμψία. Η αλλαγή στη συνολική δυσκαμψία εκφράζεται με όρους ίσης ροπής αδράνειας μεταξύ του αρχικού ενισχυμένου κελύφους και της ισοδύναμης πλάκας. Για δοκό σχήματος «Τ» και γνωρίζοντας την θέση του ουδέτερου άξονα, εξισώνουμε τις δύο σχέσεις για τη ροπή αδράνειας και προκύπτει το ισοδύναμο πάχος. Είναι μια γρήγορη και απλή μέθοδος, που συμβαδίζει καλά με τα πειράματα, αλλά προϋποθέτει η φόρτιση να είναι μόνο κάμψη. Υπάρχουν και άλλες θεωρίες για γενικότερα προβλήματα φόρτισης, αλλά ξεφεύγουν απ' το σκοπό της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 2:

Δεδομένου ότι στην εργασία αυτή λαμβάνουν χώρα πολλές υπολογιστικές και αναλυτικές προσεγγίσεις των προβλημάτων μηχανικής δομικών στοιχείων με σύνθετα υλικά, είναι αναγκαίο να γίνει μία μικρή αναφορά σε μηχανική συμπεριφορά αυτών των υλικών, που διαφέρει αρκετά, απ' τις ήδη γνωστές μηχανικές συμπεριφορές μεταλλικών-ισότροπων υλικών. Το κεφάλαιο 2 είναι αφιερωμένο λοιπόν στην διερεύνηση της μηχανικής των συνθέτων υλικών και στο πως απ' ένα σύνθετο υλικό μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για ένα ισοδύναμο ομογενές υλικό, με ιδιότητες που προκύπτουν απ' το συνονθύλευμα υλικών. Ουσιαστικά, εξετάζουμε πολύστρωτες πλάκες που αποτελούνται από στρώσεις διαφόρων υλικών και προσανατολισμού και επιτυγχάνουμε εύρεση ιδιοτήτων της συνολικής πολύστρωτης που θα χρησιμοποιήσουμε στη πλειονότητα των αναλύσεών μας.

Για την εξέταση της μηχανικής συμπεριφοράς των συνθέτων υλικών, έχουν γίνει κάποιες σημαντικές θεωρήσεις. Αρχικά, τα σύνθετα που εξετάζουμε αποτελούνται από πολύ λεπτές στρώσεις από πλαστικό πολυμερές, ενισχυμένο με μακριές και συνεχείς ίνες. Η κάθε στρώση έχει πάχος περίπου 100-600 μm . Έπειτα, η στρώση θε-

ωρείται μακροσκοπικά ως ομογενές ανισότροπο υλικό ενώ όσον αφορά τη σχέση μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων, έχουμε θεωρήσει ότι το σύνθετο ενισχυμένο με μακριές ίνες, είναι γραμμικά ελαστικό μέχρι το σημείο αστοχίας του.

Το πρώτο βήμα στην ανάλυση είναι να δοθούν οι συμμετρίες ελαστικότητας, όπως η ανισοτροπία με τις 21 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές του μητρώου ενδόσεως και ελαστικότητας, το ορθότροπο μέσο με 9 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές, το εγκάρσιως ισότροπο με 5 και τέλος το ισότροπο με 2 σταθερές. Το μητρώο ενδόσεως ουσιαστικά συνδέει τις τάσεις με τις παραμορφώσεις σ' ένα σύστημα υλικού και ουσιαστικά αποτελεί τον γενικευμένο Νόμο του Hooke.

Μια εξαιρετικά σημαντική ποσότητα, η οποία αφορά τις πειραματικές μεθόδους προσδιορισμού των ιδιοτήτων των συνθέτων υλικών είναι οι τεχνικές ελαστικές σταθερές. Αυτές προσδιορίζονται από πειράματα εφελκυσμού, θλίψης και στρέψης και περιγράφουν την ελαστικότητα του υλικού (μητρώο ενδόσεως και δυσκαμψίας). Μαζί μ' αυτές τις σταθερές, καλό είναι να γίνει διερεύνηση και της αλλαγής του συστήματος συντεταγμένων. Δηλαδή, η στρώση του σύνθετου υλικού είναι πιθανό να έχει διαφορετικό φυσικό σύστημα συντεταγμένων και διαφορετικό κύριο σύστημα. Αυτό σημαίνει πως η γεωμετρία του υλικού δεν συμβαδίζει με την διεύθυνση των ινών και έτσι ο νόμος του Hooke, ισχύει στο κύριο σύστημα κατά τη διεύθυνση των ινών. Για να μπορέσουμε όμως να έχουμε ένα κοινό σύστημα αναφοράς για όλες τις στρώσεις, θα πρέπει να χρησιμοποιείται το φυσικό σύστημα της γεωμετρίας της πλάκας. Έτσι, διερευνάται η περιστροφή συστήματος συντεταγμένων και ο τρόπος που μετατρέπουμε τους ελαστικούς πίνακες στο κοινό σύστημα αναφοράς.

Στον βωμό της απλοποίησης των αναλύσεων και της εύρεσης μιας προσιτής λύσης στη μηχανική των συνθέτων είναι να θεωρήσουμε επίπεδη εντατική κατάσταση, όπου η φόρτιση επιτυγχάνεται μόνο στο επίπεδο 1-2 του κύριου συστήματος ή x-y του φυσικού συστήματος. Τα δύο επίπεδα αυτά σαφώς ταυτίζονται. Με τη συγκεκριμένη θεώρηση, αυτομάτως το 6x6 σύστημα εξισώσεων μειώνεται σ' ένα 3x3 σύστημα, όπου ο πίνακας της δυσκαμψίας λέγεται πλέον πίνακας μειωμένης δυσκαμψίας. Όπως και πριν, έτσι και σ' αυτή τη περίπτωση διερευνάμε την μετάβαση απ' το κύριο σύστημα της εκάστοτε στρώσης στο φυσικό σύστημα ολόκληρης της πλάκας. Παρατηρώντας το πόσο μας διευκολύνει αυτή η σύμβαση, καταλήγουμε στον πίνακα ενδόσεως μιας στρώσης με διεύθυνση ινών διαφορετική των 0 μοιρών και συζητάμε την εισαγωγή μιας καινούργιας έννοιας που είναι ο συντελεστής Chebyshev και συνδέει τις ορθές παραμορφώσεις σε μια διεύθυνση με την ύπαρξη διατμητικής τάσης.

Επόμενο κομμάτι της μηχανικής συνθέτων υλικών και το πιο σημαντικό είναι η εξέταση της συμπεριφοράς της πολύστρωτης πλάκας ως ομογενής οντότητας. Για να επιτευχθεί αυτό, θα πρέπει να αναπτυχθεί μια θεωρία που θα λαμβάνει υπόψιν τη συνεισφορά όλων των επιμέρους στρώσεων. Αρχικά, γίνονται κάποιες υποθέσεις όπως ότι οι μετατοπίσεις στις 3 κύριες διευθύνσεις είναι σημαντικά μικρότερες απ' το πάχος της πλάκας ή ότι οι εντός επιπέδου παραμορφώσεις είναι πολύ μικρότερες της μονάδας. Συγκεντρώνοντας όλες τις υποθέσεις και χρησιμοποιώντας τον νόμο του Hooke, προκύπτει η σχέση μεταξύ των τάσεων της κάθε στρώσης, των παραμορφώσεων του μέσου επιπέδου της πλάκας και της καμπυλότητας.

Με βάση την ανωτέρω σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε όλες τις τάσεις και παραμορφώσεις, αρκεί να γνωρίζουμε τις παραμορφώσεις του μέσου επιπέδου. Είναι μεγάλη ανάγκη όμως να μπορέσουμε να συσχετίσουμε τα εξωτερικά εφαρμοζόμενα φορτία με τις τάσεις και παραμορφώσεις. Για να επιτευχθεί αυτό, έχει ευρεθεί μία σχέση που αναφέρεται ως καταστατική εξίσωση, και συνδέει τα εξωτερικά φορτία με τις παραμορφώσεις του μέσου επιπέδου και την καμπυλότητα. Για να γίνει η συσχέτιση έχει χρησιμοποιηθεί ένας πίνακας με όρους που προκύπτουν απ' τα χαρακτηριστικά της κάθε στρώσης. Για παράδειγμα ο 1^{ος} υπο-πίνακας ονομάζεται εκτατικός πίνακας δυσκαμψίας, συνδέει τις δυνάμεις με τις παραμορφώσεις μέσου επιπέδου και ευρίσκεται μέσω του αθροίσματος του μητρώου ανηγμένης δυσκαμψίας κάθε στρώσης επί την διαφορά των αποστάσεων της προηγούμενης από τη συγκεκριμένη στρώση από το μέσο επίπεδο. Ομοίως έχουν οριστεί και οι άλλοι δύο πίνακες. Να τονίσουμε ότι η συμπεριφορά της ανισότροπης πολύστρωτης πλάκας διαφέρει αρκετά απ' τις συμπεριφορές απλών μεταλλικών ισότροπων υλικών, καθώς έχουμε συζεύξεις μεταξύ κάμψης και στρέψης, μεταξύ ορθών δυνάμεων και στρεπτικών παραμορφώσεων κλπ. Επίσης, πολύ σημαντικό ρόλο παίζει και η επιλογή της στοίβας.

Τέλος, αυτό που μας ενδιαφέρει πιο πολύ απ' τη συγκεκριμένη θεωρία είναι οι ισοδύναμες τεχνικές ελαστικές σταθερές της πολύστρωτης πλάκας. Εννοούμε ότι γνωρίζοντας από πειραματικές διαδικασίες τις τεχνικές ελαστικές σταθερές μίας στρώσης σε συγκεκριμένη διεύθυνση, μπορούμε μέσω των προηγούμενων να βρούμε σταθερές για την πλάκα ως σύνολο. Η σχέση αυτή προκύπτει από την καταστατική εξίσωση και είναι αρκετά σημαντική καθώς θα χρησιμοποιηθεί στις αναλύσεις αυτής της διπλωματικής, όπως το «bonded doubler» και ο σχεδιασμός με ανοχή στη βλάβη, του ενισχυμένου κελύφους.

Κεφάλαιο 3:

Το συγκεκριμένο κεφάλαιο πραγματεύεται την επιστήμη της βελτιστοποίησης στον τομέα της μηχανικής και των βιομηχανιών. Αρχικά, προσεγγίζουμε το συγκεκριμένο πεδίο με μια πιο φιλοσοφική ματιά και γενικεύουμε τη χρήση της βελτιστοποίησης σε πολλές πτυχές της ζωής με βασικότερες τη βιολογία και την εξέλιξη των ειδών. Το συγκεκριμένο επιστημονικό πεδίο, παρόλο που φαίνεται να υπήρχε έκτοτε καθώς είναι μια φυσική διαδικασία, «δαμάστηκε» απ' τους ανθρώπους και χρησιμοποιήθηκε για την επιστήμη τα τελευταία χρόνια, ειδικά με την ανάπτυξη των παρεμφερών επιστημών των μαθηματικών και της πληροφορικής. Ουσιαστικά, η βελτιστοποίηση είναι ένα δύσκολο και περίπλοκο μαθηματικό πρόβλημα όπου χρειάζεται υπολογιστική δύναμη για επίλυση και κατάλληλους αλγορίθμους.

Ειδικότερα, στον τομέα της μηχανικής η βελτιστοποίηση βασίζεται σε ήδη υπάρχουσες υπολογιστικές αναλύσεις, όπως αυτές των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό λέγεται «Surrogate Based Optimization». Δηλαδή, έστω ότι ο σκοπός μας είναι να σχεδιάσουμε ένα δομικό στοιχείο αεροπλάνου. Η διαδικασία του σχεδιασμού όπως γνωρίζουμε περιλαμβάνει πολλά στάδια. Απ' τον προκαταρκτικό σχεδιασμό, τον ανα-σχεδιασμό, το πείραμα και το τελικό σχεδιασμό. Η βελτιστοποίηση καθιερώθηκε για την μείωση αυτών των βημάτων στο ελάχιστο καθώς με αλγορίθμους εμπνευσμένους

τις περισσότερες φορές από φυσικά φαινόμενα και τη φυσική εξέλιξη των ειδών, βρίσκουμε την τέλεια λύση. Οπότε ένα απλό διάγραμμα ροής σχεδιασμού έχει ως εξής: Προκαταρκτικός Σχεδιασμός → Υπολογιστική Προσομοίωση ↔ Βελτιστοποίηση → Πείραμα. Η υπολογιστική προσομοίωση και η βελτιστοποίηση είναι άρρηκτα συνδεδεμένες καθώς η βελτιστοποίηση είναι ουσιαστικά ένας βρόγχος πολλών επαναλήψεων με αποτέλεσμα των υπολογιστικών προσομοιώσεων. Τα αποτελέσματα αυτά συγκεντρώνονται και επιλέγεται η καλύτερη λύση. Ωστόσο, αυτή η λύση μπορεί να προβλεφθεί σε πολύ καλό βαθμό με τους αλγορίθμους.

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία είναι το «Ls-Opt», ένα αυτόνομο γραφικό περιβάλλον βελτιστοποίησης, που είναι συμβατό με πάρα πολλά προγράμματα αναλύσεων όπως το Matlab, Nastran, Excel κλπ. Το πιο δύσκολο κομμάτι ήταν η προσπάθεια σύνδεσης του πακέτου πεπερασμένων στοιχείων Nastran με το πρόγραμμα βελτιστοποίησης και χρειάστηκε να δημιουργηθούν και συνδυαστικά scripts σε διάφορες γλώσσες προγραμματισμού όπως σε «batch» και «perl». Το αρχείο εισόδου «bdf» του πακέτου πεπερασμένων τροποποιήθηκε έτσι ώστε να περιλαμβάνει παραμέτρους και όχι συγκεκριμένες τιμές, και έπειτα απ' το γραφικό περιβάλλον του Ls-Opt προγραμματίστηκαν «genex files» όπου αναζητούσαμε τις τιμές των αποτελεσμάτων (τάση, μετατόπιση) στο αρχείο εξόδου «f06». Αυτή η διαδικασία καταγραφής των αποτελεσμάτων έπρεπε να αυτοματοποιηθεί έτσι ώστε να λαμβάνουμε αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη.

Δεδομένου της χρήσης του συγκεκριμένου προγράμματος, πολλές σελίδες αφιερώθηκαν στην θεωρία βελτιστοποίησης που υπάρχει «πίσω» απ' το συγκεκριμένο πρόγραμμα. Δηλαδή, πως ορίζει μαθηματικά το πρόβλημα της βελτιστοποίησης, τι αλγορίθμους χρησιμοποιεί, σε ποιους τομείς της βιομηχανίας χρησιμοποιείται, μεθόδους βελτιστοποίησης όπως Gradient, Metamodel και Direct, και λίγα πράγματα για την κάθε μέθοδο. Για παράδειγμα, στην εργασία χρησιμοποιήθηκε κατά κόρων η μέθοδος Metamodel ή Response Surface, όπου ο σχεδιασμός προσομοιάζεται από μια υπερ-επιφάνεια, της οποίας οι διαστάσεις εξαρτώνται απ' τον αριθμό των σχεδιαστικών μεταβλητών. Η επιφάνεια αυτή μπορεί να προσεγγιστεί με πολυωνυμικές συναρτήσεις ή με νευρωνικά δίκτυα. Σαφώς η δεύτερη είναι ακριβέστερη αλλά πιο χρονοβόρα και με υψηλή απαίτηση σε υπολογιστική δύναμη. Αναλόγως το είδος αποτελέσματος που θέλουμε διαλέγουμε κατάλληλα τη μέθοδο. Ένα άλλο σημαντικό κομμάτι της συγκεκριμένης μεθόδου είναι η κατάλληλη επιλογή σημείων (πρόβλεψη) στο σχεδιαστικό χώρο, που ουσιαστικά είναι τα σημεία στα οποία εμπεριέχεται η επιφάνεια της βελτιστοποίησης. Τέλος, αναφορά γίνεται στα κριτήρια σύγκλισης της λύσης, και την ανάλυση του σφάλματος.

Πολλές φορές αναφερθήκαμε στους αλγορίθμους που προβλέπουν τη λύση, μειώνουν το υπολογιστικό κόστος καθώς δεν χρειάζεται διερεύνηση όλων των περιπτώσεων και συνήθως είναι εμπνευσμένοι απ' τη φύση. Η διάκριση αυτών γίνεται με βάση αν εξαρτώνται από τη χρήση της παραγωγού απ' τα μαθηματικά ή αν είναι εμπνευσμένοι από κάποια φυσική διαδικασία (Derivative Based, Derivative Free, Metaheuristic). Εντύπωση μεγάλη κάνει σαφώς η τρίτη κατηγορία με αλγορίθμους εμπνευσμένους από το σχηματισμό κίνησης των ψαριών και των πουλιών (Particle Swarm Optimization), τη διαδικασία επιλογής γνωστού ή άγνωστου μουσικού κομματιού απ' έναν μουσικό (Harmony Search), τη συμπεριφορά των πυγολαμπίδων και το

μοτίβο λάμψης τους (Firefly). Ο πιο σημαντικός και διαδεδομένος αλγόριθμος είναι ο γενετικός (GA). Ο αλγόριθμος αυτός βασίζεται στη φυσική εξέλιξη των ειδών, δηλαδή στις αλλαγές που επιτεύχθηκαν σε ζωντανούς οργανισμούς εξαιτίας διαφόρων συμπεριφορών που άλλαξαν ή εξαλείφθηκαν. Για παράδειγμα, η στένωση του ράμφους διαφόρων πουλιών λόγω της αλλαγής των τροφικών τους συνηθειών, όπως αναφέρεται στο βιβλίο του «Δαρβίνου» για την εξέλιξη των ειδών. Τέλος, επισημαίνεται μια πολύ σημαντική εφαρμογή βελτιστοποίησης με γενετικό αλγόριθμο απ' την «NASA». Ειδικότερα, η αποστολή «ST5» το 2006, όπου σχεδιάστηκαν τρεις μικροί δορυφόροι για την καταγραφή της επιρροής της ηλιακής ακτινοβολίας στην μαγνητόσφαιρα της γης. Κάθε δορυφόρος αποτελούταν από 2 κεραίες των οποίων το σχήμα βρέθηκε μέσω γενετικού αλγορίθμου. Παρόλο τη «περίεργη» γεωμετρία τους, οι κεραίες πληρούσαν όλες τις προδιαγραφές και επέφεραν το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα.

Το τελευταίο κομμάτι του κεφαλαίου, περιλαμβάνει ένα σχεδιαστικό παράδειγμα «surrogate based optimization», σε δομικό στοιχείο δοκού. Πιο συγκεκριμένα, μια δοκός τετραγωνικής διατομής υπόκειται σε κάμψη τριών σημείων και μέσω των πακέτων «Matlab» και «Nastran» καταγράφουμε τη μετατόπιση, κλίση και τάση κατά Von Mises για διάφορες αναλυτικές θεωρίες και μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, όπως «Euler», «Timoshenko», «1D beam elements», «2D shell elements». Αυτές οι διάφορες θεωρίες και τα αποτελέσματά τους συγκροτούν το πρώτο πρόβλημα σύγκλισης (benchmark problem). Οι λύσεις συγκλίνουν τέλεια εκτός από τη τάση της μεθόδου πεπερασμένων «1D Beam element» κατά τη διεύθυνση X. Γι' αυτό αργότερα στη βελτιστοποίηση χρησιμοποιούμε μόνο τη τάση κατά «Von Mises».

Όσον αφορά τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας της διατομής (πλάτος, ύψος) της συγκεκριμένης δοκού, επειδή επρόκειτο για ένα εύκολο πρόβλημα μηχανικής, από μαθηματική σκοπιά, είχαμε τη δυνατότητα αναλυτικής βελτιστοποίησής και διερεύνησης. Δηλαδή, μέσω των αναλυτικών σχέσεων για τη μέγιστη τάση στο μέσο της δοκού, γνωρίζουμε την συνάρτηση στόχου (Objective Function) μιας μεταβλητής που συνδέει το εμβαδόν της διατομής με τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά. Θέτοντας τους περιορισμούς και τα εύρη των μεταβλητών, εύκολα καταλήγουμε στη βέλτιστη λύση. Εκτός από απλή εύρεση παραγώγου έχουμε τη δυνατότητα χρήσης έτοιμων αλγορίθμων μέσω του Matlab (GA, Particle Swarm, Pattern Search) και το προγραμματισμό ενός script σε γλώσσα perl όπου λύνεται αναλυτικά το πρόβλημα της δοκού και βελτιστοποιείται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας απ' το γραφικό περιβάλλον Ls-Opt. Επόμενο βήμα ήταν η βελτιστοποίηση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με δισδιάστατη δοκό από στοιχεία κελύφους (2D Shell Elements). Η παράμετρος που μπορεί να παραμετροποιηθεί είναι το ύψος της διατομής (Pshell), με περιορισμό στη μέγιστη τάση και βέλος κάμψης. Κάθε βελτιστοποίηση είχε διαφορετικό αποτέλεσμα, καθώς ο σκοπός δεν ήταν η σύγκριση αλλά η παρουσίαση διαφόρων τρόπων που μπορεί να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση.

Κεφάλαιο 4:

Σ' αυτό το κεφάλαιο λαμβάνουν χώρα υπολογιστικές αναλύσεις και σχεδιασμός με διάφορες τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων. Το δομικό στοιχείο το οποίο εξετάζεται εκτενώς είναι το ενισχυμένο κέλυφος (stiffened panel). Στο 1^ο μέρος επιτυγχάνεται ένα «benchmark problem», μεταξύ τεσσάρων μεθόδων για την μοντελοποίηση του ενισχυμένου κελύφους. Αρχικά, χρησιμοποιούμε την μέθοδο ισοδύναμης πλάκας (equivalent plate-smeared properties), όπου η δυσκαμψία της ενισχυτικής δοκού ενσωματώνεται στο ισοδύναμο πάχος μιας πλάκας, που δεν έχει πλέον δοκό και έτσι μοντελοποιείται πιο εύκολα. Έπειτα, χρησιμοποιούμε διαφόρους συνδυασμούς πεπερασμένων στοιχείων για τη μοντελοποίηση του κελύφους και της δοκού. Συγκεκριμένα έχουμε τους εξής συνδυασμούς: 2D Shell-1D Beam, 2D Shell-2D Shell, 3D Solid-3D Solid.

Η γεωμετρία είναι σχετικά απλή λόγω του σχεδιασμού ενός μακρόστενου κελύφους με μία δοκό (long wing stiffened panel), το υλικό είναι αλουμίνιο. Για τις συνοριακές συνθήκες έχουμε πάκτωση στο αριστερό άκρο, απλή στήριξη στο δεξί και ελεύθερα τα υπόλοιπα άκρα, ενώ η φόρτιση είναι 10 kN, φορτίο εκτός επιπέδου, για την δημιουργία καμπτικής ροπής. Εξετάζουμε τη κάμψη εδώ, καθώς είναι η μόνη φόρτιση που μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία ισοδύναμης πλάκας που παρουσιάστηκε.

Απ' τα αποτελέσματα παρατηρούμε πως η πιο γρήγορη αλλά και χονδρική μέθοδος είναι της ισοδύναμης πλάκας, κάτι που περιμέναμε. Αντιθέτως η πιο ακριβής και χρονοβόρα ως προς την ανάπτυξη και εκτέλεσή της είναι η χρήση τρισδιάστατων στερεών πεπερασμένων στοιχείων. Συντηρητικές μέθοδοι είναι αυτές της ισοδύναμης πλάκας και της μεθόδου με μονοδιάστατα στοιχεία δοκού, ενώ η καμπύλη του βέλους κάμψης στην τελευταία, είναι λίγο μετατοπισμένη προς τη πλευρά της πάκτωσης. Δηλαδή, το μέγιστο εμφανίζεται στην αριστερή πλευρά.

Στο 2^ο μέρος του συγκεκριμένου κεφαλαίου, αναπτύσσεται ένα πιο πολύπλοκο υπολογιστικό μοντέλο ενισχυμένου κελύφους, όπου μεταξύ κελύφους και δοκού θα χρησιμοποιηθεί κόλλα (adhesive modeling). Συγκεκριμένα, το κέλυφος και η δοκός θα μοντελοποιηθούν ως δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους, για να έχουμε δυνατότητα να ορίσουμε τα σύνθετα υλικά. Μεταξύ των δισδιάστατων στοιχείων κελύφους όμως πλέον θα υπάρχει μία ζώνη ισότροπου υλικού με τρισδιάστατα στοιχεία στερεού, που θα παριστάνει τη κόλλα. Το θέμα που προκύπτει εδώ είναι η συσχέτιση των βαθμών ελευθερίας μεταξύ των δισδιάστατων στοιχείων κελύφους (6 βαθμοί ελευθερίας) και των τρισδιάστατων στοιχείων στερεού (3 βαθμοί ελευθερίας). Αυτό, γίνεται αυτόματα απ' το πακέτο πεπερασμένων στοιχείων, εισάγοντας την έννοια του «Contact Analysis», και του «Contact Table», όπου ορίζουμε τις επιφάνειες που επρόκειτο να έρθουν σε επαφή.

Η κόλλα που επιλέχθηκε είναι η «Redux k6», η οποία ήταν απ' τις πρώτες που εφαρμόστηκαν στην αεροναυπηγική απ' τη δεκαετία του 50'. Συγκαταλέγεται στις εποξικές κόλλες και απαρτίζεται κυρίως από φαινόλες, φορμαλδεΰδες και πολυβινύλια. Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση της γεωμετρίας, των ιδιοτήτων των πολυστρωτών πλακών και το υλικό κάθε στρώσης που είναι η εποξική ταινία IM/8552, και ανήκει στην κατηγορία των συνθέτων με ίνες άνθρακα και πολυμερή μήτρα (CFRP). Η

στοίβα του εξωτερικού κελύφους «skin» είναι συμμετρική με 8 στρώσεις, της φλάντζας «flange» ασύμμετρη με 6 στρώσεις και τέλος του κορμού της δοκού «web», είναι συμμετρική με 12 στρώσεις. Στο κέλυφος ασκείται ταυτόχρονα φορτίο πίεσης, αλλά και αξονικό θλιπτικό φορτίο, ενώ έχουμε τις ίδιες συνοριακές συνθήκες με το πρώτο πρόβλημα του κεφαλαίου.

Αφού παρουσιάσουμε και τις ιδιότητες του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, τρέχουμε 2 αναλύσεις, μια στατική και μία δυναμική. Στη στατική ανάλυση προκύπτει πεδίο μετατοπίσεων και τάσεων ενώ στα δυναμικά αποτελέσματα συμπεραίνουμε για τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές της κατασκευής. Η δυναμική ανάλυση δεν χρειάζεται φορτία, διότι προκύπτει καθαρά απ' τη γεωμετρία του πάνελ. Τα αποτελέσματα είναι συμμετρικά και λογικά και έτσι συμπεραίνουμε για την ορθότητα της μοντελοποίησης. Ως προς το μοντέλο της κόλλας μπορεί να υπάρξει και καλύτερη έκδοση με χρήση μοντέλου ελατηρίων, το οποίο θα δείχνεται στην ανάλυση ενός «bonded doubler» στο κεφάλαιο 5.

Κεφάλαιο 5:

Σ' αυτή την ενότητα θα εστιάσουμε στις συνδέσεις με κόλλα και πως αυτές μπορούν να μοντελοποιηθούν με πεπερασμένα στοιχεία. Εκτός απ' αυτό όμως θα επιτευχθεί και βελτιστοποίηση στις ιδιότητες των πολύστρωτων πλακών για ελαχιστοποίηση των διατμητικών τάσεων της σύνδεσης. Απ' τις διάφορες συνδέσεις που υπάρχουν και από τα διάφορα αναλυτικά μοντέλα, επιλέχθηκε ένα πολύπλοκο και πιο σπάνιο μοντέλο σύνδεσης, που είναι το «bonded doubler». Η σύνδεση αυτή χρησιμοποιείται κυρίως για 2 λόγους, είτε για προσκόλληση μετρητικών στοιχείων και κεραίων πάνω στο εξωτερικό κέλυφος του αεροπλάνου, είτε για ενισχυτικούς λόγους σε μια προκαταρκτική επιδιόρθωση αστοχιών σε δομικά στοιχεία του αεροπλάνου.

Αρχικά, γίνεται συζήτηση επί των συνδέσεων και πως διερευνάται η καταστατική μερική διαφορική εξίσωση που περιγράφει τις συνδέσεις με κόλλα. Για να είναι εφικτό αυτό, παρουσιάζουμε τις έννοιες και τα μεγέθη που υπάρχουν σε μία σύνδεση, όπως το εξωτερικά επιβαλλόμενο διατμητικό φορτίο, οι εντός επιπέδου τάσεις των 2 πλακών (adherends), οι εκτός επιπέδου τάσεις της στρώσης της κόλλας κ.α. Συνοπτικά, οι υποθέσεις που γίνονται σ' αυτή την ανάλυση είναι ότι, θεωρούμε σταθερό πάχος κατά μήκος και πλάτος τόσο των πλακών όσο και της στρώσης, ομοιόμορφη κατανομή της διατμητικής παραμόρφωσης κατά το πάχος της κόλλας, οι πλάκες λαμβάνουν μόνο τάσεις εντός επιπέδου ενώ η κόλλα λαμβάνει τάσεις εκτός επιπέδου.

Εφόσον, έχει αποδειχτεί η καταστατική εξίσωση της σύνδεσης, λόγω της γεωμετρίας ενός «bonded doubler», υποθέτουμε πεπερασμένη λύση κλειστής μορφής και με τις συνοριακές συνθήκες προκύπτει λύση με διπλή σειρά «Fourier». Η συγκεκριμένη ανάλυση περιλαμβάνει χρήση ανωτέρων μαθηματικών, όπως διπλές σειρές, διπλές ολοκληρώσεις και χρήση πολλών επαναλήψεων όταν μιλάμε για εύρεση της λύσης. Η αναλυτική λύση θα βρεθεί αργότερα με τη βοήθεια του λογισμικού «Matlab».

Δεδομένης της θεωρίας και της αναλυτικής λύσης, καταστρώνουμε τα δεδομένα της σύνδεσης, που είναι ίδια με τη σύνδεση εξωτερικού κελύφους και φλάντζας,

απ' το ενισχυμένο κέλυφος του 4^{ου} κεφαλαίου. Ουσιαστικά, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η σύνδεση φλάντζας και εξωτερικού κελύφους είναι ένα «bonded doubler». Δηλαδή, υλικά, ιδιότητες πολύστρωτων και κόλλα είναι ακριβώς ίδια. Για την εφαρμογή της λύσης κλειστής μορφής, χρειαζόμαστε τις ισοδύναμες τεχνικές ελαστικές σταθερές των 2 πολύστρωτων πλακών. Αυτό γίνεται με τη μέθοδο που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2, αφιερωμένο στη μηχανική των συνθέτων υλικών. Έτσι, προκύπτουν τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης που συμφωνούν πλήρως με το άρθρο απ' όπου αντλήθηκαν οι συγκεκριμένες πληροφορίες. Λόγω της ύπαρξης διπλής σειράς «Fourier», είναι επιτακτική ανάγκη να εφαρμόσουμε τεχνική σύγκλισης για την εύρεση του κατάλληλου αριθμού επαναλήψεων. Καταγράφουμε και την ταλαντωτική συμπεριφορά της λύσης για κάθε αριθμό επαναλήψεων και συμπεραίνουμε για την καταλληλότητα και τα χαρακτηριστικά των 2 αυτών μεταβλητών. Για παράδειγμα, με αύξηση της πρώτης μεταβλητής, έχουμε αύξηση της κατανομής γενικά, ενώ με αύξηση της δεύτερης έχουμε μείωση του πλάτους της ταλάντωσης.

Επιπρόσθετα, εκτός απ' την αναλυτική λύση δημιουργήθηκαν δύο υπολογιστικά μοντέλα. Στο πρώτο μοντέλο, οι 2 πλάκες κλασικά σχεδιάζονται ως δισδιάστατα στοιχεία κελύφους, με ιδιότητες πολύστρωτης. Όσον αφορά όμως την κόλλα, αφήνουμε τη περιοχή της στρώσης κενής, αλλά έχουμε φροντίσει οι 2 πλάκες να έχουν αντικριστούς κόμβους. Τότε, δημιουργούμε άλλη μία σειρά διπλών (duplicate) κόμβων στο κέντρο του κενού (Overlap). Μεταξύ των κόμβων στις πλάκες και των 2 κόμβων στο κέντρο ορίζουμε «Multipoint Constraint», για «Rigid Body Element» (PBE2). Άρα, οι 2 μεσαίοι κόμβοι έχουν ενωθεί με τις πλάκες, αλλά όχι μεταξύ τους. Για την μεταξύ τους σύνδεση χρησιμοποιούμε 1 μονοδιάστατο διαμήκες ελατήριο (UZ) και 2 μονοδιάστατα διατμητικά (εγκάρσια UX,UY). Για τη προσέγγιση της κόλλας με ελατήρια, υπάρχουν συγκεκριμένες σχέσεις που ανάγουν τις ιδιότητες της κόλλας (E, ν, ρ, G, t) σε σταθερές ελατηρίων, οι οποίες διαφέρουν αναλόγως της θέσης του στο πλέγμα. Οι θέσεις κατηγοριοποιούνται σε εσωτερικό πλέγμα, τα 4 άκρα, και τα υπόλοιπα άκρα. Αφού γίνει η αναγωγή και επιλυθεί το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, απ' τα αποτελέσματα των ελατηρίων (μετατόπιση στους 3 άξονες, δυνάμεις) μετασχηματίζουμε σε τάσεις και παραμορφώσεις για την κόλλα. Ως αποτελέσματα καταγράφουμε την το πεδίο μετατοπίσεων όλης της σύνδεσης και την διατμητική τάση εντός επιπέδου xy για την εξωτερική πλάκα (φλάντζα).

Το 2^ο μοντέλο βασίζεται στη μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε και στο εξωτερικό κέλυφος του κεφαλαίου 4. Συγκεκριμένα, οι πολύστρωτες μοντελοποιούνται ξανά ως δισδιάστατα στοιχεία κελύφους, ενώ η κόλλα ως ισότροπο υλικό με τρισδιάστατα στοιχεία στερεού. Για την συμβατότητα των βαθμών ελευθερίας των διαφορετικών στοιχείων χρησιμοποιούμε το «contact table». Καταγράφουμε επίσης τα αποτελέσματα.

Για την σύγκριση των 3^{ων} μοντέλων (Αναλυτική, Μοντέλο Ελατηρίων, «Contact Analysis»), σχεδιάζουμε τις καμπύλες διατμητικών τάσεων εκτός επιπέδου xz και yz της κόλλας κατά μήκος του άξονα y και x αντίστοιχα και στο μέσο της σύνδεσης, ενώ για την εξωτερική πλάκα συγκρίνουμε την διατμητική τάση εντός επιπέδου xy κατά τον άξονα y και στο μέσο. Παρατηρούμε πως η αναλυτική λύση παρουσιάζει έντονη ταλαντωτική συμπεριφορά, ειδικά στην τάση της κόλλας xz. Η σύ-

γκριση είναι πολύ καλή για την τάση της κόλλας yz, ενώ η αναλυτική έχει μεγάλη απόκλιση στη τάση της εξωτερικής πλάκας xy. Εκτός απ' αυτά όμως παρατηρούμε πως τα 2 υπολογιστικά μοντέλα είναι σε πολύ καλή συμφωνία μεταξύ τους. Για την πάταξη των αποκλίσεων μπορούν να επιτευχθούν τα παρακάτω, επιγραμματικά: χρήση πυκνότερου πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων στα υπολογιστικά μοντέλα, χρήση ανώτερης διατμητικής θεωρίας για την εύρεση των ισοδύναμων τεχνικών ελαστικών σταθερών των πολύστρωτων πλακών και τέλος χρήση πολύ υψηλότερου αριθμού επαναλήψεων στην επίλυση της διπλής σειράς «Fourier», της αναλυτικής λύσης.

Το τελευταίο μέρος του κεφαλαίου είναι η υπολογιστική βελτιστοποίηση του μοντέλου ελατηρίων για εύρεση ενός βέλτιστου σχεδιασμού. Λαμβάνουν χώρα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης, όπου στο 1^ο έχουμε ελαχιστοποίηση του βάρους ως στόχο, με διερεύνηση του πάχους κάθε στρώσης των 2 πολύστρωτων, και περιορισμό στη μέγιστη διατμητική τάση της φλάντζας, να μην ξεπεράσει δηλαδή την αρχική τιμή που καταγράφηκε. Ο σχεδιασμός που καταλήξαμε είχε μείωση βάρους κατά 28.46%, αλλά και μείωση της μέγιστης αρχικά τάσης κατά 96.9%. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι γραμμική πολυωνυμική επιφάνεια απόκρισης με επιλογή σημείων «D-Optimal». Το πάχος της στρώσης διερευνάται μεταξύ 0.001 και 0.004m.

Στο 2ο πρόβλημα βελτιστοποίησης ο στόχος είναι η μείωση της μέγιστης τάσης στη φλάντζα, χωρίς κάποιον περιορισμό και με διερεύνηση της διεύθυνσης των στρώσεων και των 2 πλακών. Λόγω, βιομηχανικών περιορισμών, η μεταβλητή διεύθυνσης στρώσης είναι διακριτή με τιμές -45,0,45, 90. Βρίσκουμε πολλούς συνδυασμούς πλακών που μας δίνουν βελτιστοποίηση κατά 46.89%. Ωστόσο, μπορούμε να επιτύχουμε και βελτιστοποίηση μόνο της στοίβας της φλάντζας και να επιτευχθεί μείωση της τάσης μέχρι και 92.73%, εάν χρησιμοποιηθεί η στοίβα [90/-45/90/-90/45/90]_T. Η στοίβα του εξωτερικού κελύφους σ' αυτή τη περίπτωση δεν αλλάζει.

Κεφάλαιο 6:

Ο σχεδιασμός με ανοχή στη βλάβη είναι πλέον αναπόσπαστο κομμάτι των αναλύσεων δομικών στοιχείων και αποτελεί την τελευταία φάση στη διαδικασία του σχεδιασμού, αν εξαιρέσουμε τον ανασχεδιασμό. Έτσι και σ' αυτή την εργασία το τελευταίο κομμάτι των αναλύσεων αφορά διερεύνηση ανοικτής οπής σε εφελκυσμό για τα δομικά στοιχεία κελύφους «skin» και ενισχυμένου κελύφους «stiffened panel».

Στις αεροναυπηγικές κατασκευές και γενικότερα, η βλάβη είναι αναμενόμενη είτε κατά τη διάρκεια της κατασκευής τους (πτώση εργαλείων, ασυνέχειες υλικών) είτε κατά τη διάρκεια λειτουργίας τους (χαλάζι, απομεινάρια στο διάδρομο προσγείωσης, κρούση πουλιών). Οι πιο συχνές μορφές βλάβης στα σύνθετα υλικά είναι οι ρωγμές, οι οπές, η αποκόλληση στρώσεων και κάθε μία απ' αυτές πρέπει να εξετάζεται ξεχωριστά εξαιτίας της πολυπλοκότητας τους. Εδώ θα αναλυθούν μόνο οι οπές, οι οποίες είναι οι πιο συχνές καθώς η ύπαρξή τους δεν οφείλεται μόνο σε βλάβη αλλά υπάρχουν και εξ αρχής για σχεδιαστικούς λόγους. Τέτοια παραδείγματα, είναι σαφώς οι οπές λόγω σύνδεσης με «fasteners» (κοχλίες, ηλώσεις) που είναι πολύ συχνές, οπές που έχουν προκύψει από «Topology Optimization» με σκοπό τη μείωση βάρους, οπές για την διάβαση καλωδίων, ηλεκτρικών και υδραυλικών στοιχείων, συστημάτων αυτομάτου ελέγχου κλπ.

Αρχικά, γίνεται διαχωρισμός των υλικών με βάση τη συμπεριφορά τους σε ανοιχτή οπή, δηλαδή αν είναι «notch sensitive» όπως τα σύνθετα υλικά όπου παρουσιάζουν μια περιοχή βλάβης γύρω απ' την οπή όπου λαμβάνουν χώρα ρωγμές και αποκολλήσεις στρώσεων. Ακόμα, παρουσιάζουν ανακατανομή τάσεων στη περιοχή αυτή και κρατούν τη τιμή μιας συγκεκριμένης τάσης μέχρι την αστοχία. Ουσιαστικά, παρόλο που η τάση είναι σταθερή, η παραμόρφωση αυξάνεται ραγδαία μέχρι το υλικό να μην μπορεί να δεχτεί περεταίρω ενέργεια παραμόρφωσης. Απ' την άλλη μεριά υπάρχουν τα «Notch Insensitive» υλικά, όπως τα μέταλλα, όπου έχουμε γραμμικά ελαστική φόρτιση αλλά και ύπαρξη συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων στα άκρα της οπής. Όταν η εφαρμοζόμενη τάση ξεπεράσει το όριο διαρροής, το φαινόμενο συγκέντρωσης τάσεων αναιρείται και τη φόρτιση την παραλαμβάνει η διατομή της πλάκας. Το υλικό αστοχεί όταν η εφαρμοζόμενη τάση ξεπεράσει το όριο θραύσης.

Όσον αφορά τις οπές, μοντελοποιούνται ως κυκλικές, ελλειπτικές ή με ακανόνιστο σχήμα, ενώ τα πειράματα που γίνονται διακρίνονται σε 2 κατηγορίες, για το αν η οπή είναι ανοιχτή ή περιλαμβάνει κάποιο στοιχείο και αν έχουμε εφελκυσμό ή θλίψη. Δυσμενέστερες περιπτώσεις είναι έχουμε εφελκυσμό με ανοικτή οπή ή θλίψη σε οπή με στοιχείο. Η μοντελοποίηση κλειστής οπής από υπολογιστική άποψη είναι πολύπλοκη και ξεφεύγει απ' το σκοπό της παρούσας εργασίας, και γι' αυτό επιλέγουμε το πείραμα «OHT Tension».

Πριν την περιγραφή της ανάλυσης παρουσιάζουμε ακόμα παραδείγματα από αεροπορικά δυστυχήματα με επίκεντρο αυτό του «De Havilland Comet», όπου η ύπαρξη οπών (παράθυρα, πόρτες, συνδέσεις) δεν λήφθηκε υπόψιν στο σχεδιασμό με αποτέλεσμα να «πέσουν» αρκετά αεροπλάνα. Έπειτα από χρόνια ερευνών αποδείχθηκε πως η «αχίλλειος φτέρνα» του συγκεκριμένου τύπου αεροπλάνων, ήταν η συγκέντρωση τάσης στις γωνίες των ορθογωνικών παραθύρων και σε οπές ηλώσεων στην άτρακτο κοντά στα παράθυρα. Το συγκεκριμένο παράδειγμα αποδεικνύει τη σημαντικότητα της ανάλυσης με οπές και γενικότερα του σχεδιασμού με ανοχή στη βλάβη.

Όσον αφορά το κομμάτι των αναλύσεων, αρχικά παρουσιάζουμε το αναλυτικό μοντέλο για την εύρεση και διερεύνηση του συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων γύρω απ' την οπή για την περίπτωση άπειρης η πεπερασμένης πλάκας (μέγεθος οπής σε σχέση με πλάτος της πλάκας). Μέσω της συγκεκριμένης θεωρίας είμαστε ικανοί να υπολογίζουμε την περιφερειακή τάση γύρω απ' την οπή και την αξονική τάση κατά το πάχος της πλάκας, εκεί που έχουμε μέγιστη περιφερειακή τάση (και συντελεστή συγκέντρωσης), δηλαδή στις 90° . Για την πληρότητα της θεωρίας παρουσιάζουμε και διάγραμμα όπου φαίνεται η εξάρτηση του συντελεστή συγκέντρωσης τάσης σε σχέση με την επιλογή των διευθύνσεων των στρώσεων. Για παράδειγμα, μέγιστο συντελεστή τάσεων στις 90 μοίρες παρουσιάζουν τα σύνθετα που περιλαμβάνουν μόνο στρώσεις 0° .

Καταstrώνουμε τα δεδομένα για τη γεωμετρία, τα υλικά και τη φόρτιση και εξάγουμε τα διαγράμματα των τάσεων για την αναλυτική λύση. Για άλλη μια φορά γίνεται εύρεση και χρήση των ισοδύναμων ελαστικών σταθερών των πολύστρωτων πλακών με θεωρία «Love-Kirchhoff». Έπειτα, σχεδιάζουμε το κλασικό μοντέλο ενισχυμένου κελύφους όπως στο Κεφάλαιο 4 με τη μόνη διαφορά την ύπαρξη της οπής

και τη χρήση υβριδικού πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων για το εξωτερικό κέλυφος «skin» που περιλαμβάνει την οπή. Το υβριδικό πλέγμα προτείνεται για ύπαρξη οπής καθώς πυκνώνει γύρω απ' αυτή και γύρω απ' τα πιθανώς εντατικά σημεία όπως θεωρεί το πρόγραμμα. Λόγω της ασυμβατότητας του πλέγματος μεταξύ των δομικών στοιχείων, καθώς η φλάντζα έχει ορθογωνικό πλέγμα, επιβάλλεται η χρήση ξανά του «contact analysis».

Λόγω της απλότητας του υβριδικού μοντέλου, φτιάχνουμε επίσης ένα μοντέλο μόνο με το εξωτερικό κέλυφος και την οπή, χρησιμοποιώντας πολύ μεγάλη πυκνότητα ορθογωνικού πλέγματος. Τα αποτελέσματα και των 2 μεθόδων συμβαδίζουν αρκετά με την αναλυτική θεωρία, ενώ το μοντέλο του ενισχυμένου κελύφους προσεγγίζει πιο πολύ την αναλυτική λύση.

Τέλος, για την βελτιστοποίηση προσπαθούμε να επιτύχουμε μείωση τη μέγιστη τάση κατά Von Mises γύρω απ' την οπή με διερεύνηση της διεύθυνσης των στρώσεων του εξωτερικού κελύφους. Η βελτιστοποίηση δεν έχει περιορισμούς και γίνεται με παρεμβολή γραμμικής επιφάνειας απόκρισης. Με τη συγκεκριμένη μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο μόνο με το εξωτερικό κέλυφος καταλήγουμε σε μείωση της μέγιστης μέσης τάσης των 8 στρώσεων του εξωτερικού κελύφους της τάξεως 32.98%. Η αρχική στοίβα είναι [45/-45/0/90]_S και προκύπτει βέλτιστη [90/-45/-45/-45/-45/90/-45]_T. Η βελτιστοποίηση είναι επιτυχής αλλά και δυσχερής όσον αφορά το χρόνο και την ισχύ που απαιτεί εξαιτίας του πυκνού πλέγματος. Γι' αυτό δημιουργούμε ένα τελευταίο 3^ο μοντέλο μόνο για το «skin» με πολύ αραιό πλέγμα για ελαφρύτερη ανάλυση. Η διαδικασία είναι ακριβώς ίδια, με τη μόνη διαφορά πως αυτή τη φορά έχουμε τη δυνατότητα χρήσης περισσότερων επαναλήψεων (7) και ανώτερης τάξης πολυωνυμικών επιφανειών απόκρισης (quadratic). Με τη συγκεκριμένη μέθοδο προκύπτει μείωση στη μέγιστη μέση τάση των στρώσεων κατά Von Mises με ποσοστό 26.34%. Η βέλτιστη λάμινα προκύπτει ως: [90₇/0]_T. Να τονιστεί ότι σ' όλα τα παραδείγματα βελτιστοποίησης υπήρχε περιορισμός στην υπολογιστική ισχύ και γι' αυτό δεν έχουμε τη βέλτιστη λύση, αλλά μία πολύ καλή προσέγγιση.