



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΕΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΜΗΧΑΝΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**"Διάγνωση βλάβης περιστρεφόμενων συστημάτων με χρήση μεθοδολογιών
μεγάλου όγκου δεδομένων"**

ΛΟΥΚΑΣ ΠΑΠΑΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ

1047337

ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Διπλωματική εργασία υποβληθείσα στο Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών του
Πανεπιστημίου Πατρών

ΠΑΤΡΑ, 10/2021

Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών
Λουκάς Παπαχαράλαμπος

© 2021 – Με την επιφύλαξη παντός δικαιώματος

δεδομένων

Λουκάς Παπαχαράλαμπος



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΕΩΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

ΜΗΧΑΝΩΝ

Η παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε

από τον

Λουκά Παπαχαράλαμπο

1047337

την Τετάρτη 20/10/2021

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας δεν υποδηλοί την αποδοχή των γνώμών του συγγραφέα.

Κατά τη συγγραφή τηρήθηκαν οι αρχές της ακαδημαϊκής δεοντολογίας.

Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών – Κατασκευαστικός Τομέας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Διάγνωση βλάβης περιστρεφόμενων συστημάτων με χρήση μεθοδολογιών μεγάλου

όγκου δεδομένων

Λουκάς Παπαχαράλαμπος

Ένα από τα πιο σημαντικά ζητήματα που αφορούσε πάντα τους μηχανικούς, είναι αυτό της μελέτης των ταλαντώσεων και της σταθερότητας μιας κατασκευής. Τα περιστρεφόμενα συστήματα και ιδιαίτερα οι άξονες που υπάρχουν σε μία μεγάλη γκάμα εφαρμογών, όπως κινητήρες, στρόβιλοι, συμπιεστές, αντλίες και όχι μόνο, αποτελούν συστήματα στα οποία μία ανεξέλεγκτη ταλάντωση μπορεί να οδηγήσει σε καταστρεπτικές συνέπειες για τη λειτουργία τους, αλλά ακόμα και για την ανθρώπινη ακεραιότητα και ασφάλεια. Για τον λόγο αυτό αξίζει να μελετηθούν, ώστε να αναλυθεί η συμπεριφορά τους σε διάφορες καταστάσεις με σκοπό την αποφυγή μιας βλάβης ή και ενός ατυχήματος. Στην εργασία αυτή μελετάμε την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου διάγνωσης βλάβης σε έδρανα κύλισης. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε πειραματικά δεδομένα, από πείραμα που διεξάχθηκε από το NSF I/UCR Center for Intelligent Maintenance Systems (IMS – www.imscenter.net), τα οποία και χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση ενός μοντέλου στο MATLAB. Το μοντέλο κάνει διάγνωση βλάβης σε κυλινδρικά έδρανα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο SVM.

Λέξεις κλειδιά

SVM, EMD, Ανάλυση μεγάλου όγκου δεδομένων, Διάγνωση βλάβης, Κυλινδρικά έδρανα κύλισης, Περιστρεφόμενα συστήματα.

ABSTRACT

Fault diagnosis on rotating systems with Big Data Analytics

Loukas Papacharalampos

One of the most important issues that engineers have always been concerned of is the study of oscillations and the stability of a structure. Rotating systems and especially shafts exist in a wide range of applications, such as motors, turbines, compressors, pumps and more. In these systems an uncontrolled oscillation can lead to resonance, which may result in devastating consequences for the machine, but also for human safety. So, it has been made clear that it is important to analyze the behavior of rotating systems, in many situations, so to predict an error and especially avoid an accident. In this study, we developed a fault diagnosis algorithm on roller bearings. For this reason, we used experimental data, from an experiment that had been conducted by NSF I/UCR Center for Intelligent Maintenance Systems (IMS – www.imscenter.net), which we used to train a model in MATLAB. This model can diagnose a fault in roller bearings with the usage of the SVM method.

Keywords

SVM, EMD, Big Data Analytics, Fault diagnosis, Roller bearings, Rotating systems.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1 Κατάταξη του σημείου Α στις κλάσεις του παραδείγματος στην εικόνα 2.30.	75
Πίνακας 2 Στοιχεία για το 1ο σετ δεδομένων - 1ο Πείραμα.	88
Πίνακας 3 Στοιχεία για το 2ο σετ δεδομένων - 2ο Πείραμα.	89
Πίνακας 4 Στοιχεία για το 3ο σετ δεδομένων - 3ο Πείραμα.	89
Πίνακας 5 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά τη μέση τιμή της ενέργειας του σήματος.	129
Πίνακας 6 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος.	129
Πίνακας 7 Οι διατάξεις με τους αριθμούς των ημερών που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση κάθε μοντέλου, για τα μοντέλα 1-40.	136
Πίνακας 8 Οι διατάξεις με τους αριθμούς των ημερών που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση κάθε μοντέλου για τα μοντέλα 41-68.	137

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 2.1 Ρότορες Jeffcott σε ισορροπία. Στην εικόνα (a), ο ρότορας αποτελείται από μία σημειακή μάζα κολλημένη σε ένα εύκαμπτο άξονα με άκαμπτα ρουλεμάν. Στην εικόνα (b), ο άξονας είναι άκαμπτος ενώ τα ρουλεμάν είναι εύκαμπτα. Στην εικόνα (c), ο άξονας και τα ρουλεμάν θεωρούνται παραμορφώσιμα σώματα. (Genta, 2005)	6
Εικόνα 2.2 Ρότορας Jeffcott με αζυγοσταθμία m·ε. (a) Σχήμα του συστήματος, (b) κατάσταση στο επίπεδο xy. (Genta, 2005)	7
Εικόνα 2.3 Απόκριση του ρότορα Jeffcott σε ελεύθερη ταλάντωση. (a) Αναπαράσταση της τροχιάς του σημείου C σε πραγματικές (με μεταβλητές x, y) και σε σύνθετες (με $r = x + yi$) συντεταγμένες, (b) και (c) αναπαράσταση των συντεταγμένων x(t) και y(t) του σημείου C στα διανυσματικά επίπεδα, σαν προβολές των περιστρεφόμενων διανυσμάτων $A \rightarrow$ και $B \rightarrow$ στους άξονες x και y. (Genta, 2005)	12
Εικόνα 2.4 Εύρος και φάση σε απόκριση αζυγοσταθμίας ρότορα Jeffcott χωρίς απόσβεση. (Genta, 2005)	16
Εικόνα 2.5 Απόκριση αζυγοσταθμίας σε ρότορα Jeffcott χωρίς απόσβεση: Απεικόνιση στο επίπεδο x-y για (a) σύστημα με ταχύτητα μικρότερη της κρίσιμης (b) σύστημα με ταχύτητα μεγαλύτερη της κρίσιμης. (Genta, 2005)	18
Εικόνα 2.6 (α) Έδρανα ολίσθησης, (β) Έδρανα κύλισης	21
Εικόνα 2.7 Ένσφαιρα έδρανα βαθιάς αυλάκωσης (SKF, 2020)	24
Εικόνα 2.8 Γωνία επαφής σε ένσφαιρο έδρανο γωνιακής επαφής. (SKF, 2020)	25
Εικόνα 2.9 Αυτοευθυγραμμιζόμενα ένσφαιρα έδρανα. (SKF, 2020)	26
Εικόνα 2.10 Ένσφαιρο έδρανο ώθησης μίας διεύθυνσης. (SKF, 2020)	27
Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών – Κατασκευαστικός Τομέας	viii

Εικόνα 2.11 Ένσφαιρο έδρανο ώθησης δύο διευθύνσεων. (SKF, 2020)	27
Εικόνα 2.12 Έδρανα με απλούς κυλίνδρους. (SKF, 2020).....	29
Εικόνα 2.13 Έδρανα με σφαιροειδής κυλίνδρους. (SKF, 2020)	30
Εικόνα 2.14 Κωνικά έδρανα με κυλίνδρους. (SKF, 2020).....	30
Εικόνα 2.15 Βελονοειδή έδρανα με κυλίνδρους. (SKF, 2020).....	31
Εικόνα 2.16 Τυχαίο σύνολο σημείων δύο κλάσεων και τυχαίο σημείο προς κατάταξη. (Καλαθάκης, 2010)	42
Εικόνα 2.17 Διαχωρισμός τυχαίων κλάσεων και κατάταξη τυχαίου σημείου. (Καλαθάκης, 2010)	43
Εικόνα 2.18 Πολλαπλός διαχωρισμός τυχαίων κλάσεων και κατάταξη σημείου. (Καλαθάκης, 2010)	44
Εικόνα 2.19 Δυνατοί διαχωρισμοί τριών σημείων στο επίπεδο (Καλαθάκης, 2010).....	48
Εικόνα 2.20 Παρουσίαση των εννοιών της μεθόδου. (Καλαθάκης, 2010)	52
Εικόνα 2.21 Δισδιάστατο σύνολο εκπαίδευσης μη πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμων. (Καλαθάκης, 2010)	58
Εικόνα 2.22 Διαχωρισμός μη πλήρους γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων. (Καλαθάκης, 2010). 60	
Εικόνα 2.23 Γραμμικά μη διαχωρίσιμες κλάσεις. (Καλαθάκης, 2010).....	62
Εικόνα 2.24 Απόσταση μεταξύ των σημείων X_1 και X_2	66
Εικόνα 2.25 Η τιμή Kernel αυξάνεται όσο η τιμή της απόστασης μικραίνει.	67
Εικόνα 2.26 RBF Kernel για $\sigma = 1$	68
Εικόνα 2.27 RBF Kernel για $\sigma = 0.1$	69
Εικόνα 2.28 RBF Kernel για $\sigma = 10$	70

Εικόνα 2.29 Διαχωρισμός τριών κλάσεων με τη μέθοδο one-against-all. (Καλαθάκης, 2010) ...	72
Εικόνα 2.30 Διαχωρισμός τριών κλάσεων με τη μέθοδο one-against-all. (Καλαθάκης, 2010) ...	73
Εικόνα 2.31 Δισδιάστατο πρόβλημα τριών κλάσεων που διαχωρίζονται με τη μέθοδο. (Καλαθάκης, 2010)	75
Εικόνα 2.32 Περιοχή αλληλοεπικάλυψης (tie region) και η ευθεία αντικατάστασης. (Καλαθάκης, 2010)	76
Εικόνα 2.33 Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου EMD. (Maheshwari & Kumar, 2014)	83
Εικόνα 2.34 Απεικόνιση της αποσύνθεσης ενός πραγματικού σήματος σε IMF και residue με την χρήση EMD. (Maheshwari & Kumar, 2014).....	84
Εικόνα 3.1 Πειραματική διάταξη άξονα, ρουλεμάν και αισθητηρίων. (Qiua, et al., 2005)	87
Εικόνα 3.2 Χρονική απόκριση για τα τέσσερα έδρανα από το πείραμα 2.	90
Εικόνα 3.3 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 1η ημέρα καταγραφής. ...	92
Εικόνα 3.4 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 2η ημέρα καταγραφής. ...	92
Εικόνα 3.5 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 3η ημέρα καταγραφής. ...	93
Εικόνα 3.6 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 4η ημέρα καταγραφής. ...	93
Εικόνα 3.7 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 5η ημέρα καταγραφής. ...	94
Εικόνα 3.8 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 6η ημέρα καταγραφής. ...	94
Εικόνα 3.9 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 7η ημέρα καταγραφής. ...	95
Εικόνα 3.10 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 8η ημέρα καταγραφής. .	95
Εικόνα 3.11 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 1ης ημέρας.	98
Εικόνα 3.12 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 2ης ημέρας.	98
Εικόνα 3.13 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 3ης ημέρας.	99

Εικόνα 3.14 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 4ης ημέρας.	99
Εικόνα 3.15 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 5ης ημέρας.	100
Εικόνα 3.16 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 6ης ημέρας.	100
Εικόνα 3.17 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 7ης ημέρας.	101
Εικόνα 3.18 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 8ης ημέρας.	101
Εικόνα 3.19 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	103
Εικόνα 3.20 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	103
Εικόνα 3.21 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	104
Εικόνα 3.22 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	104
Εικόνα 3.23 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	105
Εικόνα 3.24 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	105
Εικόνα 3.25 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	106
Εικόνα 3.26 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	106

Εικόνα 3.27 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	107
Εικόνα 3.28 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	107
Εικόνα 3.29 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	108
Εικόνα 3.30 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	108
Εικόνα 3.31 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	109
Εικόνα 3.32 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	109
Εικόνα 3.33 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	110
Εικόνα 3.34 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	110
Εικόνα 3.35 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	111
Εικόνα 3.36 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	111
Εικόνα 3.37 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	112

Εικόνα 3.38 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	112
Εικόνα 3.39 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	113
Εικόνα 3.40 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	113
Εικόνα 3.41 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	114
Εικόνα 3.42 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	114
Εικόνα 3.43 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	115
Εικόνα 3.44 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	115
Εικόνα 3.45 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	116
Εικόνα 3.46 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	116
Εικόνα 3.47 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	117
Εικόνα 3.48 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	117

Εικόνα 3.49 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	118
Εικόνα 3.50 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	118
Εικόνα 3.51 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	119
Εικόνα 3.52 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	119
Εικόνα 3.53 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	120
Εικόνα 3.54 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	120
Εικόνα 3.55 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	121
Εικόνα 3.56 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	121
Εικόνα 3.57 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	122
Εικόνα 3.58 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	122
Εικόνα 3.59 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	123

Εικόνα 3.60 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	123
Εικόνα 3.61 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	124
Εικόνα 3.62 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	124
Εικόνα 3.63 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	125
Εικόνα 3.64 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	125
Εικόνα 3.65 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	126
Εικόνα 3.66 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).	126
Εικόνα 3.67 Εκπαίδευση μοντέλου SVM με το σύστημα διατάξεων.	131

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Διάγραμμα 4.1 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 1-10.....	133
Διάγραμμα 4.2 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 11-20.....	133
Διάγραμμα 4.3 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 21-30.....	134
Διάγραμμα 4.4 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 31-40.....	134
Διάγραμμα 4.5 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 41-50.....	135
Διάγραμμα 4.6 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 51-60.....	135
Διάγραμμα 4.7 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 61-68.....	136
Διάγραμμα 4.8 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 1-10.	138
Διάγραμμα 4.9 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 11-20. ..	138
Διάγραμμα 4.10 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 21-30.	139
Διάγραμμα 4.11 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 31-40.	139
Διάγραμμα 4.12 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 41-50.	140
Διάγραμμα 4.13 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 51-60.	140
Διάγραμμα 4.14 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 61-68.	141
Διάγραμμα 5.1 Συνολικό ποσοστό επιτυχίας συναρτήσει του αριθμού ημερών καταγραφής που χρησιμοποιήθηκαν στην εκπαίδευση του μοντέλου.	144
Διάγραμμα 5.2 Ποσοστά (%) των συχνотήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (Raw data).....	145

Διάγραμμα 5.3 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 1).....	146
Διάγραμμα 5.4 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 2).....	146
Διάγραμμα 5.5 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 3).....	147
Διάγραμμα 5.6 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 4).....	147
Διάγραμμα 5.7 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 5).....	148
Διάγραμμα 5.8 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (Raw signal).....	149
Διάγραμμα 5.9 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 1).....	149
Διάγραμμα 5.10 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 2).....	150
Διάγραμμα 5.11 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 3).....	150
Διάγραμμα 5.12 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 4).....	151
Διάγραμμα 5.13 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 5).....	151

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

m	Μάζα
θ	Περιστροφή
ω	Ταχύτητα στροβιλισμού (whirl speed)
ω_n	Φυσική συχνότητα
Ω	Ταχύτητα περιστροφής (rotational speed)
Ω_{cr}	Κρίσιμη ταχύτητα
t	Χρόνος
ϵ	Εκκεντρότητα
r	Ακτίνα, μιγαδική συντεταγμένη
C_i	Σταθερές
i	Φυσική συχνότητα
T	Κινητική ενέργεια
U	Δυναμική ενέργεια
$0xyz$	Σύστημα συντεταγμένων
u_x, u_y, u_z	Μετατοπίσεις στους x, y, z
$\mathcal{L}$	Εξίσωση Lagrange
q_i	i Συντεταγμένη Lagrange
$\dot{q}_i$	Πρώτη χρονική παράγωγος q_i
Q_i	i Γενικευμένη δύναμη
k	Σταθερά ελατηρίου
χ	Μετατόπιση σημείου στον άξονα χ
$\dot{\chi}$	Πρώτη χρονική παράγωγος μετατόπισης χ
$\ddot{\chi}$	Δεύτερη χρονική παράγωγος μετατόπισης χ
y	Μετατόπιση σημείου στον άξονα y
$\dot{y}$	Πρώτη χρονική παράγωγος μετατόπισης y
$\ddot{y}$	Δεύτερη χρονική παράγωγος μετατόπισης y
Φ_χ	Περιστροφή γύρω από τον άξονα χ
Φ_y	Περιστροφή γύρω από τον άξονα y

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	V
ABSTRACT.....	VI
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ	VII
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ	VIII
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ.....	XVI
ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ	XIX
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	XX
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	1
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	2
2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ.....	5
2.1 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΡΟΤΟΡΑ.....	5
2.1.1 Ρότορας Jeffcott χωρίς απόσβεση	5
2.1.2 Εξισώσεις κίνησης.....	7
2.1.3 Ελεύθερη περιστροφή	10
2.1.4 Απόκριση αζυγοσταθμίας	15
2.1.5 Διαγράμματα Campbell	19
2.2 ΕΔΡΑΝΑ ΚΑΙ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΕΔΡΑΝΩΝ	20
2.2.1 Είδη εδράνων κύλισης.....	21
2.2.2 Σφαιροειδή έδρανα	22
2.2.3 Έδρανα με κυλίνδρους	27

2.2.4	Λίπανση Εδράνων.....	32
2.2.5	Σφάλματα ρουλεμάν	32
2.3	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER	36
2.4	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ HILBERT	40
2.5	ΜΗΧΑΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ (SUPPORT VECTOR MACHINES - SVM).....	41
2.5.1	Σφάλμα και Αβεβαιότητα	44
2.5.2	Χωρητικότητα οικογένειας συναρτήσεων (VC-Dimension).....	47
2.5.3	Ελαχιστοποίηση Κατασκευαστικού Ρίσκου (SRM)	49
2.5.4	Γενικές περιπτώσεις προβλημάτων.....	50
2.5.5	Συνάρτηση κελύφους (kernel function).....	64
2.5.6	Η περίπτωση των πολλών κλάσεων (multiclassification)	71
2.5.7	Μία κλάση εναντίων όλων (One-against-all)	71
2.5.8	Όλες οι κλάσεις μαζί (All-together).....	73
2.5.9	Η μία κλάση εναντίον της άλλης (One-against-one).....	74
2.5.10	DAGSVM	77
2.5.11	Αξιολόγηση των μεθόδων	78
2.5.12	Εφαρμογές Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης.....	78
2.6	EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION (EMD).....	80
2.6.1	Αρχή λειτουργίας του EMD	81
2.6.2	Ο αλγόριθμος του EMD	81
3	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	86

3.1	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ	86
3.2	ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (DATA STRUCTURE)	88
3.3	ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ	90
3.4	ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗ ΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ EMD (EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION).....	97
3.5	ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ ΜΕΣΩ SVM	128
4	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	132
5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	143
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	153

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο του Προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τμήματος Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών και σηματοδοτεί την επικείμενη ολοκλήρωση της φοίτησης μου. Θα ήθελα στο πλαίσιο αυτό, να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους εκείνους που με την συνεισφορά τους βοήθησαν στην ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τον αδερφό μου, για την στήριξη που μου παρέχουν τόσα χρόνια, σε όλους τους τομείς που επιλέγω να ακολουθήσω.

Εν συνεχεία, επιθυμώ να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Παντελή Νικολακόπουλο για τις γνώσεις, τις συμβουλές, καθώς και για την εμπιστοσύνη, που μου έδειξε για την επιτυχή εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, ιδιαίτερες ευχαριστίες εκφράζω σε όλους όσους με στήριξαν καθ' όλη την διάρκεια της φοιτητικής μου πορείας, τους φίλους μου, που μου έδιναν κουράγιο και μου προσέφεραν υποστήριξη σε όλο αυτό το δύσκολο αλλά πολύ ευχάριστο ταξίδι.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μελέτη των περιστρεφόμενων συστημάτων σε επιστημονικό επίπεδο ξεκινάει ήδη από τα μέσα του 19ου αιώνα. Τα συστήματα αυτά βρίσκονται στις περισσότερες τεχνολογικές κατασκευές, συνεπώς η μελέτη της συμπεριφοράς τους σε διάφορες καταστάσεις κρίνεται αναγκαία για την αποτελεσματικότητα κάθε μηχανής. Η ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς των περιστρεφόμενων συστημάτων είναι ένα ζήτημα που κέντρισε το ενδιαφέρον πολλών επιστημόνων, κατά την ανάπτυξη και ευρεία χρήση των πρώτων μηχανών. Ζητήματα όπως οι ταλαντώσεις και οι αζυγοσταθμίες γίνονταν όλο και πιο φανερά, με την ανάπτυξη μηχανών που λειτουργούν σε μεγαλύτερες ταχύτητες. Συνεπώς, έπρεπε να αναπτυχθούν μέθοδοι μοντελοποίησης και μελέτης σε επιστημονικό επίπεδο των συστημάτων αυτών (Genta, 2005).

Στις μέρες μας οι εφαρμογές των περιστρεφόμενων συστημάτων αφορούν τους περισσότερους τομείς της ζωής του ανθρώπου, όπως οι μεταφορές (μηχανές εσωτερικής καύσης, turbojets κλπ.), η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας (αεριοστρόβιλοι, υδροστρόβιλοι, γεννήτριες) αλλά και οι οικιακές συσκευές (ηλεκτρικές σκούπες, πλυντήριο ρούχων κλπ.).

Ένα πάρα πολύ σημαντικό κομμάτι για τα περιστρεφόμενα συστήματα, είναι αυτό της έδρασης τους. Η έδραση των αξόνων γίνεται με έδρανα κύλισης και έδρανα ολίσθησης. Τα έδρανα κύλισης είναι αυτά που θα μας απασχολήσουν στην παρούσα εργασία καθώς αναφερόμαστε κυρίως σε ταχύστροφα συστήματα. Ως μηχανολογικά στοιχεία, τα έδρανα κύλισης απαιτούν μελέτη για να οριστούν τα χαρακτηριστικά τους, όπως η αντοχή και η διάβρωση. Η συμπεριφορά τους μπορεί να θεωρηθεί γραμμική σε ένα απλοποιημένο μοντέλο, αλλά για μεγαλύτερη ακρίβεια προσέγγισης

της πραγματικότητας αξίζει να συμπεριληφθούν και οι μη γραμμικότητες στην ανάλυση τους. Μια τέτοια μελέτη είναι αυτή των Dong-Soo Lee και Dong-Hoon Choi, (Dong-Soo Lee, 1997) οι οποίοι μελετούν την συμπεριφορά εδράνων κύλισης, ως στοιχεία στήριξης πολυβάθμιου άξονα, για τις περιπτώσεις γραμμικού και μη γραμμικού συντελεστή δυσκαμψίας των εδράνων.

Για να θεωρηθεί άρτια η λειτουργία μίας μηχανής, και να φέρει εις πέρας τις λειτουργίες που επιτελεί, πρέπει να τηρούνται κάποια πρότυπα, τα οποία ορίζουν την λειτουργικότητα και ακεραιότητα του μηχανικού συστήματος. Μία μηχανή μπορεί να χάσει την λειτουργικότητά της λόγω βλαβών που σχετίζονται με τα μηχανικά της μέρη. Οι βλάβες προκύπτουν ως απόρροια της τριβής, των περιβαλλοντικών συνθηκών και της κόπωσης των υλικών, μετά από κάποιο διάστημα λειτουργίας. Έτσι λοιπόν μπορούμε να πούμε πως είναι άξια μελέτης μία έρευνα που να αναλύει και να ταυτοποιεί τα χαρακτηριστικά εκείνα, μίας μηχανής ή ενός εξαρτήματος, τα οποία δηλώνουν μία ενδεχόμενη αστοχία και συνεπώς βλάβη στο σύστημα. Αυτό το αντικείμενο μελετάται στην εργασία των Guanqiu Qi, Zhiqin Zhua, Ke Erqinhuc, Yinong Chenb, Yi Chai και Jian Sun (Qi, et al., 2017) οι οποίοι αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο για διάγνωση και πρόβλεψη βλάβης σε παλινδρομικό συμπιεστή που βρίσκεται σε θαλάσσια πλατφόρμα άντλησης πετρελαίου. Πιο συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή γίνεται ανάλυση μεγάλου όγκου δεδομένων, τα οποία συλλέγονταν επί πέντε χρόνια από τον συμπιεστή που μελετάται. Στα δεδομένα αυτά πρώτα έγινε μία προεργασία ώστε να έρθουν σε μορφή κατάλληλη για μελέτη και έπειτα ταξινομήθηκαν με Γκαουσιανή κατανομή σε σημαντικά και μη, ώστε να γίνει η διάγνωση βλαβών. Στην διάγνωση της αστοχίας χρησιμοποιήθηκε και η μέθοδος SVM για την αναγνώριση των δεδομένων που υποδήλωναν βλάβη. Η μελέτη αυτή είχε πολύ αξιόλογα αποτελέσματα, επιτυγχάνοντας 80% ακρίβεια στις προβλέψεις της, ακόμα και στο real time signal processing.

2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

2.1 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΡΟΤΟΡΑ

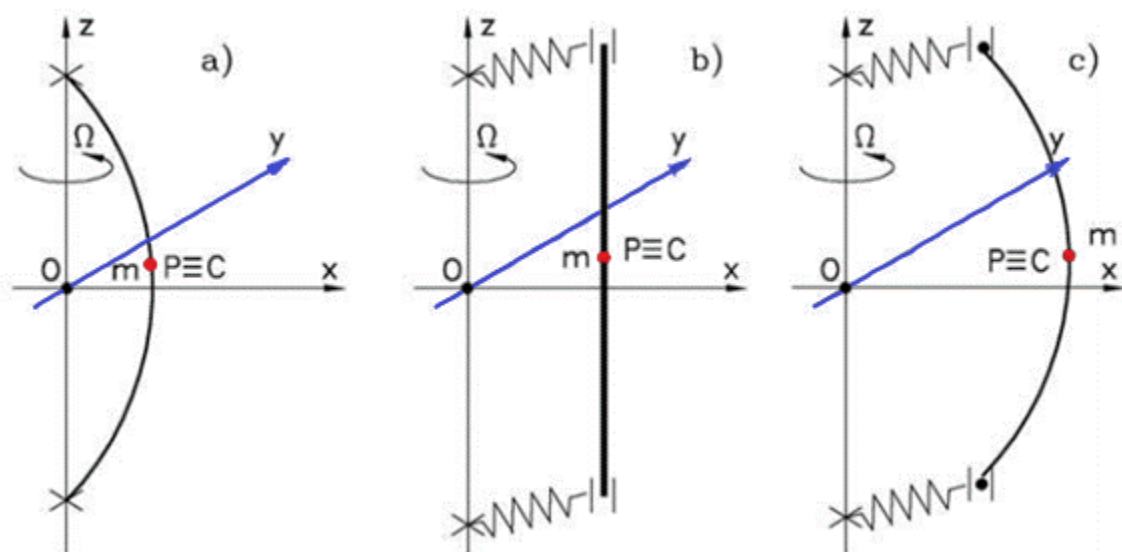
Ρότορας Jeffcott: Το πιο απλό μοντέλο για να μελετήσουμε την καμπτική συμπεριφορά ενός ρότορα, που αποτελείται από μία σημειακή μάζα κολλημένη πάνω σε έναν αβαρή άξονα. (Genta, 2005)

2.1.1 Ρότορας Jeffcott χωρίς απόσβεση

Τα τρία παρακάτω σχήματα στην εικόνα 2.1 οδηγούν στα ίδια αποτελέσματα με την προϋπόθεση ότι το σύστημα είναι:

- Χωρίς απόσβεση τόσο στα ελατήρια όσο και στον άξονα,
- Συμμετρικό ως προς τον άξονα.

Η ολική δυσκαμψία k που προκαλεί την δύναμη επαναφοράς, μπορεί να θεωρηθεί η δυσκαμψία του άξονα, η υποστηρικτική δομή, ή και συνδυασμός των δύο αυτών.

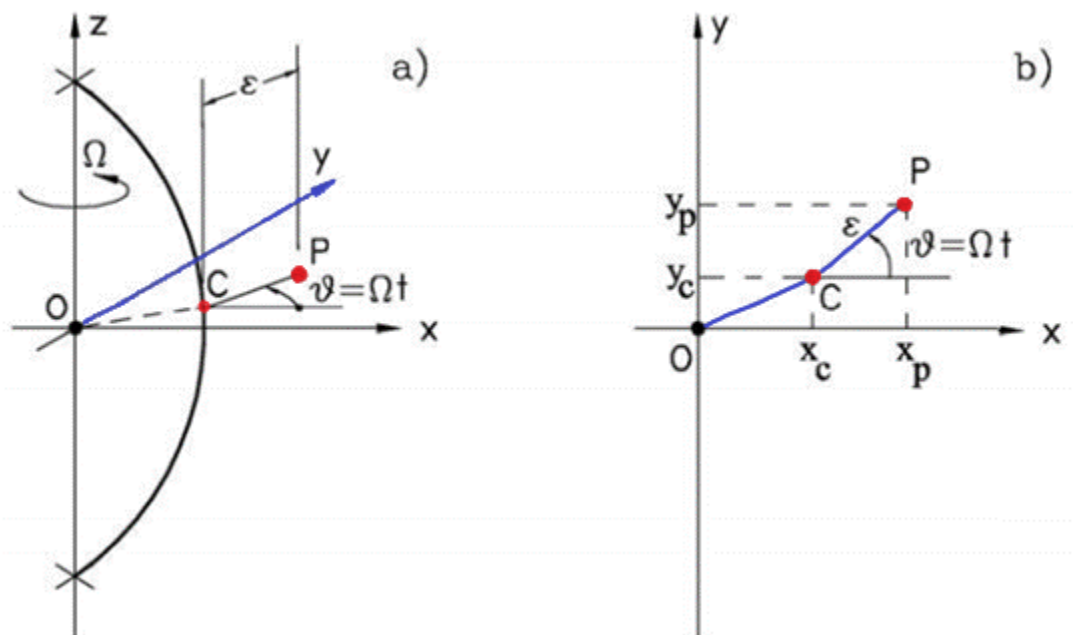


Εικόνα 2.1 Ρότορες Jeffcott σε ισορροπία. Στην εικόνα (a), ο ρότορας αποτελείται από μία σημειακή μάζα κολλημένη σε ένα εύκαμπτο άξονα με άκαμπτα ρουλεμάν. Στην εικόνα (b), ο άξονας είναι άκαμπτος ενώ τα ρουλεμάν είναι εύκαμπτα. Στην εικόνα (c), ο άξονας και τα ρο ρουλεμάν θεωρούνται παραμορφώσιμα σώματα. (Genta, 2005)

Το σημείο P, στο οποίο είναι τοποθετημένη (σταθερά) η μάζα m, περιέχεται πάντα στο επίπεδο xy. Αυτό δικαιολογείται από την ανεξαρτητοποίηση μεταξύ αξονικών και ακτινικών κινήσεων και βασίζεται στις υποθέσεις μικρών μετατοπίσεων που αποτελούν την γραμμική δομική ανάλυση. Στην μελέτη της καμπτικής συμπεριφοράς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο μόνο δύο βαθμών ελευθερίας.

Τα προαναφερθέντα σχήματα ωστόσο είναι πολύ εξιδανικευμένα: Στην πράξη ποτέ δεν συμβαίνει το σημείο P, στο οποίο η βρίσκεται η μάζα m, να συμπίπτει ακριβώς με το ελαστικό κέντρο C της τομής του άξονα, στην ουσία δηλαδή στο σημείο όπου δρα η ελαστική αντίδραση. Ωστόσο όσο μικρή κι αν είναι η απόσταση των σημείων C και P, εμφανίζεται μία εκκεντρότητα ϵ , όπως φαίνεται στην εικόνα 2.2, η οποία προκαλεί στατική αζυγοσταθμία με που μπορεί να επηρεάσει έντονα τη συμπεριφορά του συστήματος.

Όπως και στην στοιχειώδη δυναμική, η γωνιακή ταχύτητα Ω του συστήματος θεωρείται σταθερή, θεωρούμε αρχή του χρόνου $t=0$ τη στιγμή που το διάνυσμα PC είναι παράλληλο με τον άξονα x , και που η γωνία μεταξύ PC και του άξονα x είναι $\theta = \Omega \cdot t$. (Genta, 2005)



Εικόνα 2.2 Ρότορας Jeffcott με αζυγοσταθμία $m \cdot c$. (a) Σχήμα του συστήματος, (b) κατάσταση στο επίπεδο xy . (Genta, 2005)

2.1.2 Εξισώσεις κίνησης

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δύο είδη γενικευμένων συντεταγμένων: είτε συντεταγμένες x_c και y_c του σημείου C , ουσιαστικά το γεωμετρικό ή ελαστικό κέντρο του άξονα ή τις συντεταγμένες x_p και y_p του σημείου P , ουσιαστικά το κέντρο μάζας.

Χρησιμοποιώντας την πρώτη εναλλακτική, η οποία είναι και η πιο συνηθισμένη, η θέση και η ταχύτητα του P μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\overline{P-O} = r_P(t) = \begin{Bmatrix} x_P(t) \\ y_P(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_C(t) + \epsilon \cos(\Omega t) \\ y_C(t) + \epsilon \sin(\Omega t) \end{Bmatrix}, \quad (2.1)$$

$$\dot{r}_P(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_P(t) \\ \dot{y}_P(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_C(t) - \epsilon \Omega \sin(\Omega t) \\ \dot{y}_C(t) + \epsilon \Omega \cos(\Omega t) \end{Bmatrix}. \quad (2.2)$$

Η κινητική ενέργεια T και η δυναμική ενέργεια U είναι αντίστοιχα,

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2) = \frac{1}{2} m \{ \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \epsilon^2 \Omega^2 + 2\epsilon \Omega [-\dot{x}_C \sin(\Omega t) + \dot{y}_C \cos(\Omega t)] \},$$

$$u = \frac{1}{2} k (x_C^2 + y_C^2). \quad (2.3)$$

Η εξίσωση Lagrange μπορεί να γραφτεί στη μορφή:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T-u)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial(T-u)}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.4)$$

Όπου q_i είναι οι συντεταγμένες Lagrange, εδώ x_C και y_C .

Υποθέτοντας ότι οι εξωτερικές δυνάμεις δρουν πάνω στο σημείο P στο επίπεδο xy (π.χ. το βάρος του ρότορα στην περίπτωση όπου ο άξονας περιστροφής ήταν οριζόντιος), οι δυνάμεις Q_i μπορούν να βρεθούν θεωρώντας θεωρητική μετατόπιση του C $[\delta x_C, \delta y_C]^T$. Όσο η γωνιακή ταχύτητα επιβάλλεται από το σύστημα (driving system) (π.χ. η γωνία $\theta = \Omega t$ δεν εξαρτάται από τις γενικευμένες συντεταγμένες), η θεωρητική μετατόπιση του σημείου P είναι $[\delta x_C, \delta y_C]^T$ και το θεωρητικό έργο δL της δύναμης F με συνιστώσες F_x και F_y να δρουν στο σημείο P είναι:

$$\delta L = F_x \delta x_C + F_y \delta y_C. \quad (2.5)$$

Οι γενικευμένες δυνάμεις μπορούν να υπολογιστούν ως εξής $Q_i = \partial \delta L / \partial q_i$.

Υπολογίζοντας τις παραγώγους και θεωρώντας την γωνιακή ταχύτητα Ω σταθερή, όπως προαναφέραμε, προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C(t) + kx_C(t) = m\epsilon\Omega^2 \cos(\Omega t) + F_x(t), \\ m\ddot{y}_C(t) + ky_C(t) = m\epsilon\Omega^2 \sin(\Omega t) + F_y(t), \end{cases} \quad (2.6)$$

Όπου οι δυνάμεις $F_x(t)$ και $F_y(t)$ θεωρούνται γενικές χρονικές συναρτήσεις όπου οι δυνάμεις αζυγοσταθμίας έχουν το ίδιο πλάτος αλλά σε τετραγωνισμένο χρόνο.

Ως συνήθως, η γενική λύση της εξίσωσης 2.6 μπορεί να βρεθεί από την γενική λύση ομογενούς διαφορικής εξίσωσης στο συγκεκριμένο ολοκλήρωμα ολόκληρης της εξίσωσης.

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C(t) + kx_C(t) = 0, \\ m\ddot{y}_C(t) + ky_C(t) = 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

Από τις εξισώσεις 2.7 προκύπτει η περιγραφή της ελεύθερης κίνησης του τέλεια ζυγοσταθμισμένου ρότορα Jeffcott, ενώ από τις εξισώσεις 2.6 προκύπτει η απόκριση στην στατική αζυγοσταθμία $m\epsilon$ και η απόκριση της δράσης των εξωτερικών δυνάμεων, στο επίπεδο xy . Ας σημειωθεί ότι, χάρη στην γραμμικότητα, μπορούμε να μελετήσουμε ξεχωριστά την απόκριση της αζυγοσταθμίας και την απόκριση μια στατικής δύναμης.

Όπως προαναφέρθηκε, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις συντεταγμένες x_p και y_p του σημείου P (κέντρο βάρους) σαν γενικευμένες συντεταγμένες. Σε αυτήν την περίπτωση, η θέση του σημείου C θα εκφραζόταν ως εξής:

$$\overline{C-O} = \begin{Bmatrix} x_C(t) \\ y_C(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_P(t) - \epsilon \cos(\Omega t) \\ y_P(t) - \epsilon \sin(\Omega t) \end{Bmatrix}. \quad (2.8)$$

Η κινητική και η δυναμική ενέργεια θα ήταν:

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2), \quad (2.9)$$

$$u = \frac{1}{2}k(x_P^2 + y_P^2 + \epsilon^2 - 2\epsilon[x_P \cos(\Omega t) + y_P \sin(\Omega t)]). \quad (2.10)$$

Εφαρμόζονται την εξίσωση Lagrange οι γενικευμένες δυνάμεις F_x και F_y σε αυτήν, σχηματίζονται οι εξισώσεις κίνησης του σημείου P (Genta, 2005):

$$\begin{cases} m\ddot{x}_P(t) + kx_P(t) = k\epsilon\Omega^2 \cos(\Omega t) + F_x(t), \\ m\ddot{y}_P(t) + ky_P(t) = k\epsilon\Omega^2 \sin(\Omega t) + F_y(t). \end{cases} \quad (2.11)$$

2.1.3 Ελεύθερη περιστροφή

Οι εξισώσεις κίνησης του σύστημα συμπίπτουν με τις εξισώσεις ελεύθερης κίνησης ενός συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας. Μία καθαρά μαθηματική προσέγγιση για τη λύση την εξισώσεων 2.7 είναι αυτή της υπόθεσης εκθετικής λύσης:

$$\begin{cases} x_C(t) = x_{C_0} e^{st}, \\ y_C(t) = y_{C_0} e^{st}, \end{cases} \quad (2.12)$$

Λύνοντας για $s \in \mathbb{C}$

$$\begin{cases} (ms^2 x_{C_0} + kx_{C_0})e^{st} = 0, \\ (ms^2 y_{C_0} + ky_{C_0})e^{st} = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Για να αποφύγουμε μία την τετριμμένη λύση θεωρούμε:

$$e^{st} \neq 0, x_{C_0} \neq 0 \text{ και } y_{C_0} \neq 0,$$

Έτσι,

$$\begin{cases} ms^2 + k = 0, \\ ms^2 + k = 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Η απόλυτη τιμή του s που ικανοποιεί την εξίσωση 2.14 συμπίπτει με την φυσική συχνότητα του μη περιστρεφόμενου συστήματος

$$\omega_n = \sqrt{k/m},$$

και οι τέσσερις λύσεις $\pm i\omega_n$ (ουσιαστικά είναι δύο ρίζες με πολλαπλότητα 2) είναι φανταστικές, λόγω της συντηρητικής φύσης του συστήματος.

Λόγω της συμμετρίας του συστήματος ως προς τους άξονες x και y , η κίνηση του σημείου C δίνεται σαν συνδυασμός δύο αρμονικών κινήσεων που λαμβάνουν χώρα πάνω στους άξονες x και y με την συχνότητα ω_n να συμπίπτει με την φυσική συχνότητα του μη περιστρεφόμενου άξονα

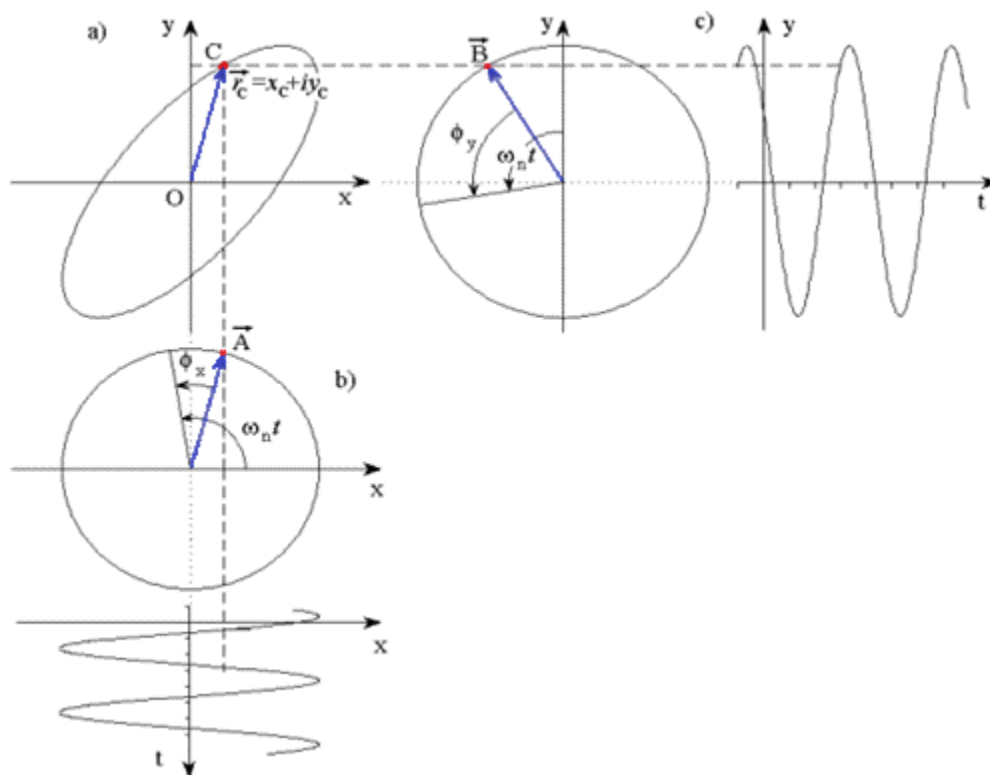
$$\begin{cases} x_C(t) = X_1 e^{i\omega_n t} + X_2 e^{-i\omega_n t}, \\ y_C(t) = Y_1 e^{i\omega_n t} + Y_2 e^{-i\omega_n t}. \end{cases} \quad (2.15)$$

Οι σταθερές X_1 , X_2 , Y_1 και Y_2 μπορούν να υπολογιστούν από τις αρχικές συνθήκες στις θέσεις $x_C(0)$ και $y_C(0)$, και στις ταχύτητες $\dot{x}_C(0)$ και $\dot{y}_C(0)$

$$\begin{aligned} x_C(0) &= X_1 + X_2, & \dot{x}_C(0) &= i(X_1 - X_2)\omega_n, \\ y_C(0) &= Y_1 + Y_2, & \dot{y}_C(0) &= i(Y_1 - Y_2)\omega_n. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση 2.15 παίρνουμε την λύση σε όρους των αρχικών συνθηκών

$$\begin{cases} x_C(t) = x_C(0) \cos(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \dot{x}_C(0) \sin(\omega_n t) \\ y_C(t) = y_C(0) \cos(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \dot{y}_C(0) \sin(\omega_n t) \end{cases} \quad (2.17)$$



Εικόνα 2.3 Απόκριση του ρότορα Jeffcott σε ελεύθερη ταλάντωση. (a) Αναπαράσταση της τροχιάς του σημείου C σε πραγματικές (με μεταβλητές x, y) και σε σύνθετες (με $r = x + yi$) συντεταγμένες, (b) και (c) αναπαράσταση των συντεταγμένων $x(t)$ και $y(t)$ του σημείου C στα διανυσματικά επίπεδα, σαν προβολές των περιστρεφόμενων διανυσμάτων $\vec{A}$ και $\vec{B}$ στους άξονες x και y . (Genta, 2005)

Το οποίο συμπίπτει με την απόκριση των δύο ανεξάρτητων αρμονικών ταλαντωτών. Ως συνήθως, η λύση μπορεί επίσης να εκφραστεί και με τα πλάτη της ταλάντωσης και την φάση

$$\begin{cases} x_c(t) = X \cos(\omega_n t - \Phi_x), \\ y_c(t) = Y \cos(\omega_n t - \Phi_y), \end{cases} \quad (2.18)$$

Όπου

$$\begin{aligned} x_c(0) &= X \cos \Phi_x, & \dot{x}_c(0) &= \omega_n X \sin \Phi_x, \\ y_c(0) &= Y \cos \Phi_y, & \dot{y}_c(0) &= \omega_n Y \sin \Phi_y. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Η εξίσωσης κίνησης όπως εκφράζονται στην εξίσωση 2.18 μπορεί να αναπαρασταθεί και σε γραφική μορφή όπως δείχνεται στην εικόνα 2.3. Η τροχιά του σημείου C περιγράφεται από το διάνυσμα $r_c(t)$, που οι συντεταγμένες τους είναι $x_c(t)$ και $y_c(t)$ την στιγμή t δίνονται από τις αρμονικές συναρτήσεις 2.18 των ευρών X και Y , και από τις φάσεις Φ_x και Φ_y . Μπορούν να θεωρηθούν και ως η προβολή των περιστρεφόμενων διανυσμάτων A και B στους βοηθητικούς άξονες x και y της εικόνας 2.3. (Genta, 2005)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 1

Αξίζει να σημειωθεί πως παρά το ότι το σημείο C κινείται στο φυσικό επίπεδο xy , τα διανύσματα A και B περιστρέφονται στο βοηθητικό διανυσματικό επίπεδο όπου μόνο μία διάσταση έχει φυσική σημασία. Αυτή η διάσταση φαίνεται στην εικόνα 2.3 από μία συνεχή γραμμή, και η άλλη διάσταση είναι βοηθητική και παρουσιάζεται από μια γραμμή με κουκίδες.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 2

Η τροχιά του σημείου C μπορεί να είναι κυκλική, ελλειπτική, ή ευθύγραμμη σε οποιαδήποτε κατεύθυνση στο επίπεδο xy , με βάσει τις αρχικές συνθήκες. Ωστόσο, τα διανυσματικά επίπεδα (εικόνα 2.3b και 2.3c) και τα περιστρεφόμενα διανύσματα A και B περιστρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_n , στο φυσικό επίπεδο xy το διάνυσμα OC περιστρέφεται με μη σταθερή γωνιακή ταχύτητα αλλά με περίοδο ίση με $2\pi/\omega_n$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 3

Εκτιμάται ότι, εάν οι αρχικές συνθήκες είναι τέτοιες ώστε η τροχιά να είναι κυκλική, ο κεντροβαρικός άξονας περιστρέφεται έχοντας καμφθεί αλλά δεν ταλαντώνεται στο επίπεδο συμπεριλαμβάνοντας τον άξονα περιστροφής. Με αυτή τη λογική, η δυναμική απόκριση είναι

στροβιλισμός αντί για ταλάντωση. Εάν προστεθεί και ο σύγχρονος στροβιλισμός στο σύστημα, τότε κανένα σημείο του άξονα δεν θα ταλαντώνεται.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 4

Η φυσική συχνότητα του ρότορα Jeffcott είναι ω_n και ανεξάρτητη της ταχύτητας περιστροφής Ω . Η κρίσιμη ταχύτητα κάμψης, δηλαδή η ταχύτητα όπου η συχνότητα περιστροφής είναι ίδια με την φυσική συχνότητα, συμπίπτει με την φυσική συχνότητα του μη περιστρεφόμενου συστήματος:

$$\Omega_{cr} = \omega_n = \sqrt{k/m}. \quad (2.20)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 5

Στην παρούσα κατάσταση, η φυσική συχνότητα του ρότορα (π.χ. η ταχύτητα στροβιλισμού) δεν εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής Ω : Τότε το διάγραμμα Campbell ενός ρότορα Jeffcott αποτελείται από οριζόντιες ευθείες γραμμές. Όπως αναφέρθηκε και πριν, η κρίσιμη ταχύτητα κάμψης, ορίζεται σαν τη ταχύτητα στην οποία η φυσική συχνότητα του συστήματος είναι ίδια με την συχνότητα περιστροφής, συμπίπτει με την φυσική συχνότητα του μη περιστρεφόμενου συστήματος, π.χ. εξίσωση 2.20. (Genta, 2005)

Μορφή του πίνακα και Πίνακας λάμδα

Το ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να επιτευχθεί αναδιαμορφώνοντας το σύστημα εξισώσεων 2.7 σε μορφή πίνακα,

$$r_c(t) = \begin{Bmatrix} x_c(t) \\ y_c(t) \end{Bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \ddot{r}_c(t) + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} r_c(t) = 0, \quad (2.21)$$

Και χρησιμοποιώντας την γενική θεωρία για να λύσουμε τις εξισώσεις κίνησης

$$\det \begin{bmatrix} ms^2 + k & 0 \\ 0 & ms^2 + k \end{bmatrix} = 0, \quad (2.22)$$

$$m^2 s^4 + 2kms^2 + k^2 = 0. \quad (2.23)$$

Έτσι προκύπτει μία τετραγωνική εξίσωση στο s^2 . Λύνοντάς της καταλήγουμε σε διπλή λύση $s^2 = -k/m$, υπολογίζοντας και τις τέσσερις λύσεις με πολλαπλότητα 2 που είναι επίσης ιδιοτιμές που σχετίζονται με το πρόβλημα. Σχετικά με τα ιδιοδιανύσματα, το σύστημα αποτελείται ξεκάθαρα από δύο ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας και γι' αυτό και τα ιδιοδιανύσματα επιλεγθούν ενιαία και με ορθογωνιότητα.

$$r_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad r_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (2.24)$$

και έτσι προκύπτει η λύση συναρτήσει του χρόνου

$$r_c(t) = \sum_{i=1}^2 r_i (C_i e^{s_i t} + C_i^* e^{s_i^* t}) \quad (2.25)$$

2.1.4 Απόκριση αζυγοσταθμίας

Σύμφωνα με την εξίσωση κίνησης 2.6, θεωρώντας αμελητέες τις εξωτερικές δυνάμεις, οι δυνάμεις αζυγοσταθμίας αντιπροσωπεύονται ως περιοδικές δυνάμεις σε τετραγωνισμό και με συχνότητα ίση με την ταχύτητα περιστροφής. Η μερική λύση, π.χ. η λύση σε σταθερή κατάσταση, περιγράφεται με την μορφή διαφορικών εξισώσεων,

$$\begin{cases} x_c(t) = x_{c_0} \cos(\Omega t), \\ y_c(t) = y_{c_0} \sin(\Omega t) = y_{c_0} \cos\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (2.26)$$

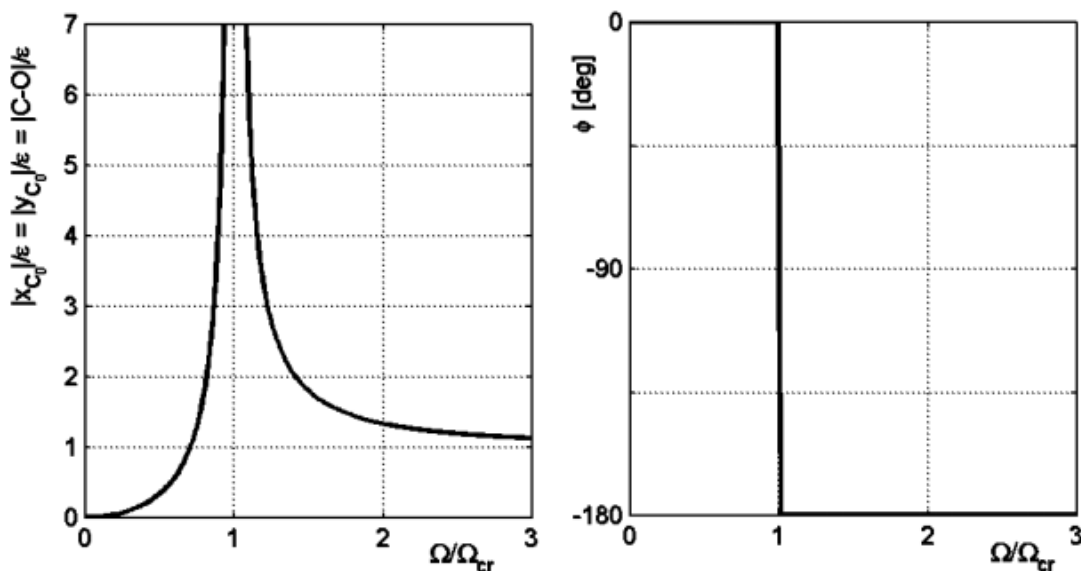
Εισάγοντας την παραπάνω εξίσωση στην εξίσωση κίνησης προκύπτει η παρακάτω αλγεβρική εξίσωση

$$\begin{cases} (k - m\Omega^2)x_{C_0} = m\epsilon\Omega^2, \\ (k - m\Omega^2)y_{C_0} = m\epsilon\Omega^2, \end{cases} \quad (2.27)$$

Άρα,

$$x_{C_0} = y_{C_0} = \epsilon \frac{m\Omega^2}{k - m\Omega^2} = \epsilon \frac{\Omega^2}{\Omega_{cr}^2 - \Omega^2} = \epsilon \frac{\frac{\Omega^2}{\Omega_{cr}^2}}{1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{cr}^2}}, \quad (2.28)$$

Όπου Ω_{cr} είναι η κρίσιμη ταχύτητα που ορίζεται από την εξίσωση (2.20).



Εικόνα 2.4 Εύρος και φάση σε απόκριση αζυγοσταθμίας ρότορα Jeffcott χωρίς απόσβεση. (Genta, 2005)

Τα εύρη των δύο αρμονικών κινήσεων στο xz και yz επίπεδο είναι ίσα και είναι εκτός της φάσης 90° : Η απόκριση τότε είναι ένας κυκλικός στροβιλισμός σε ταχύτητα Ω , δηλαδή ένας σύγχρονος κυκλικός στροβιλισμός. Το διάνυσμα $\overline{C - O}$ περιστρέφεται με ταχύτητα Ω στο επίπεδο XY παραμένοντας σε ευθεία γραμμή με το διάνυσμα $\overline{P - C}$. Η τιμή της ταχύτητας Ω , που

μηδενίζει τον παρονομαστή στη σχέση 2.28, και συνεπώς οδηγεί το εύρος στο άπειρο, συμπίπτει με την κρίσιμη ταχύτητα του ρότορα.

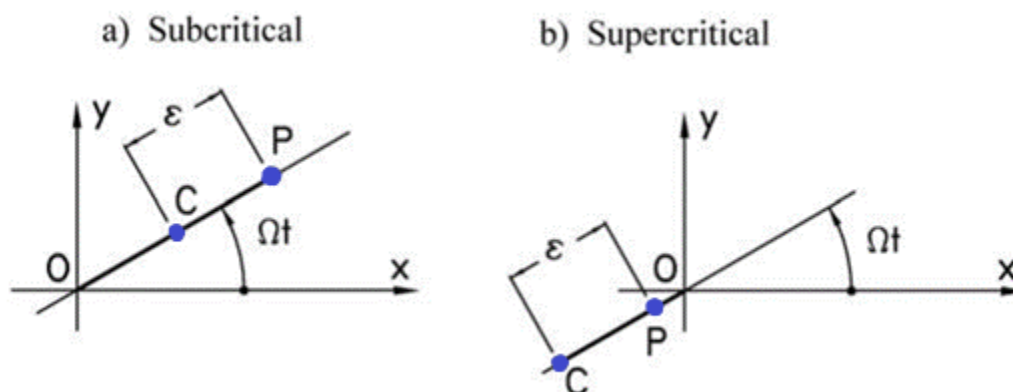
Το εύρος της κυκλικής τροχιάς του σημείου C που δημιουργείται από την παρουσία αζυγοσταθμίας $m\epsilon$, ή αλλιώς η απόκριση της αζυγοσταθμίας, συμπίπτει με το x_{C_0} ή το y_{C_0} , ανάλογα την περίπτωση. Αυτό μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση της ταχύτητας σε αδιάστατη μορφή, που προκύπτει από την εξίσωση 2.28, και φαίνεται στο διάγραμμα 2.4.

$$\frac{|\overline{C}-O|}{\epsilon} = \frac{\sqrt{(x_{C_0} \cos \Omega t)^2 + (y_{C_0} \sin \Omega t)^2}}{\epsilon} = \quad (2.29)$$

$$= \frac{x_{C_0}}{\epsilon} = \frac{y_{C_0}}{\epsilon} = \frac{\frac{\Omega^2}{\Omega_{cr}^2}}{1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{cr}^2}} \quad (2.30)$$

Στο εύρος ταχυτήτων όπου ισχύει $\Omega < \Omega_{cr}$, το εύρος κατά την περιστροφή αυξάνεται από το μηδέν και τείνει προς το άπειρο καθώς το Ω προσεγγίζει το Ω_{cr} . Τα x_{C_0} και y_{C_0} παραμένουν θετικά. Έτσι παρατηρούμε ότι η φάση της απόκρισης συναρτήσει της διέγερσης είναι μηδέν, δηλαδή τα σημεία O, C και P είναι ευθυγραμμισμένα με αυτή τη σειρά (Εικόνα 2.5(a)).

Στο εύρος ταχυτήτων όπου $\Omega > \Omega_{cr}$ οι τιμές των x_{C_0} και y_{C_0} είναι αρνητικές, ενώ οι απόλυτες τιμές τους μειώνονται μονότονα μαζί με την ταχύτητα. Όταν η ταχύτητα τείνει στο άπειρο, το εύρος τείνει στο ϵ . Η απόκριση είναι εκτός της φάσης των 180° συναρτήσει της διέγερσης, και τα σημεία O, C, και P είναι ευθυγραμμισμένα με την εξής σειρά OPC (Εικόνα 2.5(b)). Όταν η ταχύτητα τείνει στο άπειρο, το σημείο P τείνει προς το σημείο O. Αυτό το φαινόμενο συνήθως ονομάζεται self-centering και σηματοδοτεί ότι ο ρότορας τείνει να περιστραφεί γύρω από το κέντρο μάζας του αντί γύρω του γεωμετρικού του κέντρου. (Genta, 2005)



Εικόνα 2.5 Απόκριση αζυγοσταθμίας σε ρότορα Jeffcott χωρίς απόσβεση: Απεικόνιση στο επίπεδο x-y για (a) σύστημα με ταχύτητα μικρότερη της κρίσιμης (b) σύστημα με ταχύτητα μεγαλύτερη της κρίσιμης.

(Genta, 2005)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 6

Το γεγονός ότι η κρίσιμη ταχύτητα που υπολογίστηκε από την ελεύθερη περιστροφή ή από την απόκριση αζυγοσταθμίας του συστήματος, συμπίπτει με την φυσική συχνότητα του μη περιστρεφόμενου συστήματος, αποτελεί ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του μοντέλου του Jeffcott και γενικότερα όλων των περιστρεφόμενων αξόνων στους οποίους η φυσική συχνότητα δεν εξαρτάται από την ταχύτητα. Δεν θεωρείται όμως γενικός κανόνας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 7

Όταν η στιβαρότητα του άξονα υπερνικά την δυναμική του συμπεριφορά, όπως συμβαίνει και στην περιοχή όπου $\Omega < \Omega_{cr}$, η περιστροφή του άξονα γίνεται γύρω από ένα σημείο κοντά στο γεωμετρικό κέντρο του, ενώ όταν η δυναμική συμπεριφορά υπερνικήσει την αδράνεια του άξονα, όπως συμβαίνει και όταν $\Omega > \Omega_{cr}$, το σύστημα τότε περιστρέφεται γύρω από το κέντρο μάζας του.

(Genta, 2005)

2.1.5 Διαγράμματα Campbell

Στο διάγραμμα Campbell στον x άξονα τοποθετούμε τη γωνιακή ταχύτητα του ρότορα και στον άξονα y τοποθετούμε τις συχνότητες των ιδιομορφών. Οι ιδιομορφές απεικονίζονται για διάφορες γωνιακές ταχύτητες. Οι ιδιομορφές δεν είναι σταθερές σε όλο το εύρος των ταχυτήτων καθώς οι περισσότερες μεταβάλλονται για υψηλότερες γωνιακές ταχύτητες. Οι μεταβολές των ιδιομορφών, για αύξηση της γωνιακής ταχύτητας, είναι οι ακόλουθες:

- Ομόρροπος στροβιλισμός (στροβιλισμός με κατεύθυνση ίδια με της γωνιακής ταχύτητας) (forward whirling) αυξάνεται
- Αντίρροπος στροβιλισμός (backward whirling) μειώνεται
- Εγκάρσιες και διαμήκεις ιδιομορφές παραμένουν σταθερές

Οι εγκάρσιες και οι διαμήκεις ιδιομορφές παραμένουν σταθερές καθώς δεν επηρεάζονται από τα γυροσκοπικά φαινόμενα, από το έδρανο ή από το στάτορα. Στο διάγραμμα Campbell υπάρχει και η καμπύλη διέγερσης η οποία τέμνει τις καμπύλες ιδιομορφών σε διάφορες γωνιακές συχνότητες, οι οποίες αποτελούν τις κρίσιμες ταχύτητες για κάθε ιδιομορφή. Η καμπύλη διέγερσης οφείλεται σε φυσική διέγερση, σε κάποια εξωτερική δύναμη, ή σε αζυγοσταθμίες του ρότορα. Οπότε η πληροφορία που προκύπτει από το διάγραμμα Campbell είναι ο αριθμός των ιδιομορφών καθώς και η τιμή που αντιστοιχεί στην κρίσιμη ταχύτητα για κάθε ιδιομορφή. (Genta, 2005)

2.2 ΕΔΡΑΝΑ ΚΑΙ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΕΔΡΑΝΩΝ

Έδρανο είναι το μηχανολογικό στοιχείο πάνω στο οποίο εδράζεται ένας άξονας μεταβιβάζοντας έτσι προς το έδαφος ή προς άλλες κατασκευές του φορτίου που εφαρμόζεται σε αυτόν. Σκοπός των εδράνων, πέραν της έδρασης, είναι ο περιορισμός της τριβής μεταξύ των κινούμενων μερών του μηχανισμού στον οποίο βρίσκονται, αλλά και ο περιορισμός των βαθμών ελευθερίας του εξαρτήματος στο οποίο υπάρχει το ρουλεμάν, ώστε να πραγματοποιείται η επιθυμητή κίνηση. Για να είναι λειτουργικά τα έδρανα και να πετυχαίνουν μείωση των απωλειών τριβής και θερμοκρασιών λιπαίνονται. Η τριβή στα έδρανα εμφανίζεται με δύο μορφές: α) σαν τριβή κίνησης, με κατεύθυνση αντίθετη αυτής της κίνησης και β) σαν στατική τριβή, όπου αποτελεί εμπόδιο στο ξεκίνημα της κίνησης.

Υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες εδράνων:

- Έδρανα ολίσθησης είναι τα έδρανα στα οποία οι επιφάνειες είτε ολισθαίνουν η μία πάνω στην άλλη, είτε χωρίζονται από ένα φιλμ λιπαντικού (Εικόνα 2.6,α)
- Έδρανα κύλισης είναι τα έδρανα στα οποία τα στοιχεία που δέχονται τη φόρτιση είναι κυλιόμενα σώματα. (Εικόνα 2.6,β)



Εικόνα 2.6 (α) Έδρανα ολίσθησης, (β) Έδρανα κύλισης

Στην εργασία αυτή θα μας απασχολήσουν τα έδρανα κύλισης.

2.2.1 Είδη εδράνων κύλισης

Στα έδρανα αυτά βασικό χαρακτηριστικό είναι ότι η τριβή ολισθήσεως αντικαθίσταται με την τριβή κυλίσεως. Αυτό επιτυγχάνεται με αλλαγή του γνωστού μας τριβέως. Δηλαδή ο τριβέας εδώ αποτελείται από δύο δακτυλίους, τον εξωτερικό και τον εσωτερικό, που ανάμεσα τους μπαίνουν σφαίρες, κύλινδροι, βαρελοειδής κύλινδροι, κόλουροι κώνοι, βαρελοειδής κόλουροι κώνοι, με τη βοήθεια των οποίων δημιουργείται η τριβή κυλίσεως. Τα σώματα αυτά συγκρατούνται σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους, μέσα στις τροχιές που υπάρχουν στο εσωτερικό των δακτυλίων, με τη βοήθεια ενός κλωβού, που σε περίπτωση σφαιρικών σωμάτων κυλίσεως ονομάζεται και σφαιροθήκη.

Η τριβή κινήσεως είναι πολύ μικρότερη από την τριβή ολισθήσεως (σχεδόν το 1/10), γι' αυτό προτιμάται, όπου είναι εφικτό, να έχουμε τριβές κύλισης και όχι ολίσθησης.

Στα έδρανα αυτά το ένα από τα δύο δακτυλίδια του τριβέα μένει σταθερό, ενώ το άλλο περιστρέφεται. Με την περιστροφή του παρασύρει τις σφαίρες που παρεμβάλλονται και που αρχίζουν έτσι να κυλίνουν επάνω στην εσωτερική επιφάνεια του σταθερού δακτυλίου. Επομένως, όταν χρησιμοποιούμε ρουλεμάν, πετυχαίνουμε λιγότερες φθορές και λιγότερες ενεργειακές απώλειες από τριβή, και τα μηχανήματα μας έτσι εργάζονται με μεγαλύτερη απόδοση.

2.2.2 Σφαιροειδή έδρανα

Είναι τύπος εδράνου που χρησιμοποιείται στις περισσότερες εφαρμογές. Οι σφαίρες είναι τα κυλιόμενα σώματα αυτών των εδράνων και βρίσκονται μεταξύ των δύο δακτυλίων. Το τμήμα των δακτυλίων που έρχεται σε επαφή με την σφαίρα φέρει χαραγμένη την τροχιά που θα ακολουθούν οι σφαίρες κατά την κίνηση. Επίσης, ο εσωτερικός δακτύλιος είναι ελεύθερος να περιστραφεί ενώ ο εξωτερικός παραμένει ακίνητος. Αυτή η κατηγορία εδράνων παρουσιάζει πολύ χαμηλά επίπεδα τριβής και τα την κύλιση, αλλά έχει περιορισμένη δυνατότητα παραλαβής φορτίου. Αυτό συμβαίνει λόγω της μικρής επιφάνειας επαφής μεταξύ των σφαιρών και των δακτυλίων. Εκτός των ακτινικών φορτίων μπορούν να παραλάβουν και αξονικά φορτία σε δύο διευθύνσεις. Τα σφαιροειδή έδρανα χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν τις ταλαντώσεις σε περιστρεφόμενα συστήματα.

δεδομένων

Λουκάς Παπαχαράλαμπος

Πλεονεκτήματα των ένσφαιρων εδράνων κύλισης:

- Καλή αντίσταση στην φθορά.
- Δεν χρειάζονται λίπανση.
- Έχουμε μικρές ενεργειακές απώλειες, λόγω του μικρού συντελεστή τριβής.
- Μακρά διάρκεια ζωής.
- Εύκολη αντικατάσταση.
- Μικρές διαστάσεις.
- Είναι σχετικά φθηνά.
- Δυνατότητα παραλαβής φορτίων ώσης (thrust).

Μειονεκτήματα των ένσφαιρων εδράνων κύλισης:

- Μικρή ανθεκτικότητα σε κρούσεις.
- Παραγωγή θορύβου.
- Δεν μπορούν να παραλάβουν μεγάλα φορτία βάρους.

Ανάλογα φυσικά με την εφαρμογή υπάρχουν και διαφορετικά είδη ένσφαιρων εδράνων.

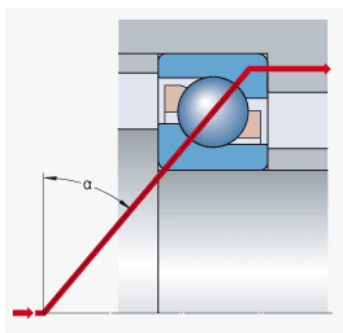
Κάποια από αυτά είναι:

1. Ένσφαιρα έδρανα βαθιάς αυλάκωσης: Αυτό το είδος ένσφαιρων εδράνων είναι το πιο συνηθισμένο. Οι σφαίρες συγκρατούνται από τον κλωβό ή και σφαιροθήκη (retainer). Τα ρουλεμάν αυτά είναι κατάλληλα για εφαρμογές όπου αναπτύσσονται υψηλές ταχύτητες καθώς δεν παράγουν πολύ θόρυβο, και δεν εμφανίζουν μεγάλες ταλαντώσεις. Δεν απαιτούν ιδιαίτερη συντήρηση, απλώς πρέπει να δοθεί προσοχή κατά την τοποθέτηση ώστε να μην παραμορφωθούν οι αυλακώσεις. Για εφαρμογές όπου απαιτείται μεγαλύτερη ικανότητα παραλαβής φορτίου, υπάρχουν έδρανα βαθιάς αυλάκωσης με διπλή αυλάκωση, για δύο τροχιές σφαιρών. (SKF, 2020)



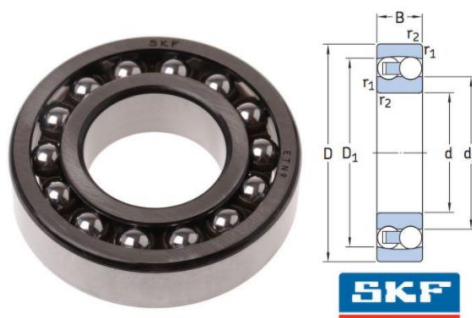
Εικόνα 2.7 Ένσφαιρα έδρανα βαθιάς αυλάκωσης (SKF, 2020)

2. Ένσφαιρα έδρανα γωνιακής επαφής: Σε αυτή την κατηγορία εδράνων, η εσωτερική και η εξωτερική αυλάκωση, κατά μήκος την τροχιάς κίνησης, είναι μετακινημένες και σχηματίζουν γωνία, σύμφωνα με τον άξονα του ρουλεμάν. Αυτή η κατηγορία ρουλεμάν μπορεί να παραλάβει μεγαλύτερη ποσότητα αξονικού φορτίου και στις δύο κατευθύνσεις, πέραν του ακτινικού φορτίου. Πιο συγκεκριμένα, όσο μεγαλώνει η γωνία επαφής μεταξύ σφαιρών και αυλάκωσης τόσο αυξάνεται και η ικανότητα του ρουλεμάν, για παραλαβή αξονικού φορτίου. Η γωνία επαφής ορίζεται ως η γωνία μεταξύ της γραμμής που περνά από τα δύο κέντρα επαφής, στον εσωτερικό και στον εξωτερικό δακτύλιο, στο ακτινικό επίπεδο και της ευθείας κάθετα στον άξονα του ρουλεμάν. Τα ρουλεμάν αυτά χρησιμοποιούνται σε μηχανήματα γεωργικού εξοπλισμού, αυτοκίνητα, κιβώτια ταχυτήτων, αντλίες, και άλλες εφαρμογές υψηλών ταχυτήτων. Για εφαρμογές όπου απαιτείται μεγαλύτερη ικανότητα παραλαβής φορτίου, υπάρχουν έδρανα βαθιάς αυλάκωσης με διπλή αυλάκωση, για δύο τροχιές σφαιρών. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.8 Γωνία επαφής σε ένσφαιρο έδρανο γωνιακής επαφής. (SKF, 2020)

3. Αυτοευθυγραμμιζόμενα ένσφαιρα έδρανα: Αυτού του είδους τα έδρανα δεν «μπορούν» να υποστούν κακή ευθυγράμμιση, λόγω της κατασκευής τους. Πιο συγκεκριμένα, ανάμεσα στο εξωτερικό και το εσωτερικό δαχτυλίδι υπάρχουν δύο σειρές από σφαίρες. Στο εξωτερικό δαχτυλίδι υπάρχει μία ενιαία αυλάκωση και για τις δύο σειρές σφαιρών, ενώ στον εσωτερικό δακτύλιο υπάρχουν δυο διαφορετικές αυλακώσεις, μία και την κάθε σειρά σφαιρών. Με αυτόν τον τρόπο, το έδρανο μπορεί να «προσαρμόζεται» στην κατεύθυνση ενός μη ευθυγραμμισμένου άξονα. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.9 Αυτοευθυγραμμιζόμενα ένσφαιρα έδρανα. (SKF, 2020)

4. Ένσφαιρα έδρανα ώθησης(Thrust Ball Bearings): Τα έδρανα αυτά χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές για να παραλαμβάνουν μόνο αξονικά φορτία και ποτέ ακτινικά. Μερικά χαρακτηριστικά τους είναι η παραγωγή χαμηλού θορύβου και το ότι μπορούν να λειτουργήσουν σε πολύ υψηλές στροφές. Επίσης μπορούν να λειτουργήσουν με μία ή και δύο κατευθύνσεις, ανάλογα τις απαιτήσεις της κάθε κατασκευής. **(SKF, 2020)**



Εικόνα 2.10 Ένσφαιρο έδρανο ώθησης μίας διεύθυνσης. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.11 Ένσφαιρο έδρανο ώθησης δύο διευθύνσεων. (SKF, 2020)

2.2.3 Έδρανα με κυλίνδρους

Τα έδρανα αυτά έχουν κυλινδρικά σώματα σαν στοιχείο κύλισης και παραλαβής φορτίου. Ένα στοιχείο θεωρείται κυλινδρικό εάν το μήκος του είναι μεγαλύτερο από τη διάμετρό του. Τα έδρανα αυτής της κατηγορίας μπορούν να φέρουν μεγαλύτερο φορτίο καθώς η επαφή των

δεδομένων

Λουκάς Παπαχαράλαμπος

κυλιόμενων σωμάτων με τον εσωτερικό και τον εξωτερικό δακτύλιο είναι γραμμική και όχι σημειακή όπως στα ένσφαιρα έδρανα.

Πλεονεκτήματα των εδράνων με κυλίνδρους:

- Εύκολη συντήρηση.
- Χαμηλά επίπεδα τριβής.
- Μπορούν να φέρουν υψηλά ακτινικά φορτία.
- Τα κωνικά έδρανα με κυλίνδρους μπορούν να φέρουν υψηλά αξονικά φορτία.
- Υψηλή ακρίβεια.
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συστήματα που έχουν υποστεί αξονική μετατόπιση.
- Δημιουργία μικρών ταλαντώσεων.

Μειονεκτήματα των εδράνων με κυλίνδρους:

- Παράγουν θόρυβο σε υψηλά επίπεδα.
- Έχουν σχετικά υψηλό κόστος.

Ανάλογα φυσικά με την εφαρμογή υπάρχουν και διαφορετικά είδη εδράνων με κυλίνδρους. Κάποια από αυτά είναι:

1. Έδρανα με απλούς κυλίνδρους: Είναι τα πιο απλά έδρανα σε αυτή την κατηγορία.

Χαρακτηριστικό τους είναι η αντοχή σε υψηλά ακτινικά φορτία και υψηλές ταχύτητες. Επίσης παρουσιάζουν εξαιρετική δυσκαμαψία (stiffness), μετάδοση αξονικών φορτίων, χαμηλά επίπεδα τριβής και μακρά διάρκεια ζωής. Σε αυτή την κατηγορία υπάρχουν έδρανα με μία, δύο ή και τέσσερις σειρές από κυλίνδρους. Τα έδρανα αυτά κατασκευάζονται και με δύο ή τέσσερις σειρές κυλίνδρων, με παράλληλες τροχιές, για μεγαλύτερες απαιτήσεις φόρτισης.

(SKF, 2020)



Εικόνα 2.12 Έδρανα με απλούς κυλίνδρους. (SKF, 2020)

2. Έδρανα με σφαιροειδής κυλίνδρους: Μπορούν να παραλάβουν μεγάλα αξονικά και ακτινικά φορτία ακόμα και σε άξονες που δεν είναι ευθυγραμμισμένοι καλά. Αυτό μειώνει το κόστος συντήρησης και καθιστά τα έδρανα αυτά πιο λειτουργικά. Χρησιμοποιούνται σε μεγάλο εύρος εφαρμογών υπάρχουν υψηλές ταχύτητες και αλλά πιθανότητα μη ευθυγραμμισμένου άξονα. Τέτοιες εφαρμογές μπορεί να είναι οχήματα για ανώμαλο οδόστρωμα, αντλίες, ανεμιστήρες μηχανολογικών εγκαταστάσεων, αεριοστροβίλοι και κιβώτια ταχυτήτων. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.13 Έδρανα με σφαιροειδής κυλίνδρους. (SKF, 2020)

3. Κωνικά έδρανα με κυλίνδρους: Τα έδρανα αυτά έχουν αυξημένη αντοχή στην παραλαβή αξονικού και ακτινικού φορτίου. Τα κυλιόμενα στοιχεία σε αυτή την κατηγορία εδράνων είναι κόλουροι κώνοι και όχι κύλινδροι. Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία του κώνου τόσο μεγαλύτερη είναι και η αντοχή του ρουλεμάν σε αξονικό φορτίο. Τα έδρανα αυτά κατασκευάζονται και με δύο ή τέσσερις σειρές κυλίνδρων, με παράλληλες τροχιές, για μεγαλύτερες απαιτήσεις φόρτισης. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.14 Κωνικά έδρανα με κυλίνδρους. (SKF, 2020)

4. Βελονοειδή έδρανα με κυλίνδρους: Είναι ένα ιδιαίτερο είδος εδράνου με κυλίνδρου που μοιάζουν με βελόνες λόγω της μικρής τους διαμέτρου. Παρά το γεγονός ότι στα έδρανα με κυλίνδρους το μήκος και η διάμετρος των κυλίνδρων είναι αρκετά κοντά σαν μεγέθη, στην κατηγορία των βελονοειδών εδράνων το μήκος των κυλίνδρων ξεπερνά κατά τέσσερεις φορές τουλάχιστον την διάμετρό τους. Σε αυτή την κατηγορία εδράνων χρησιμοποιούνται περισσότεροι κύλινδροι για να καλύψουν την απαιτούμενη επιφάνεια πάνω στο έδρανο, λόγω λοιπόν της μικρής διαμέτρου των κυλίνδρων. Αυτό οδηγεί στο να γίνεται καλύτερη κατανομή των φορτίων καθώς αυξάνεται η επιφάνεια επαφής. Τέλος, αυτά του είδους τα έδρανα είναι πολύ χρήσιμα σε εφαρμογές όπου δεν υπάρχει μεγάλο περιθώριο χώρου μεταξύ άξονα και έδρασης. (SKF, 2020)



Εικόνα 2.15 Βελονοειδή έδρανα με κυλίνδρους. (SKF, 2020)

2.2.4 Λίπανση Εδράνων

Η λίπανση των εδράνων είναι ένα σημείο που πρέπει να δοθεί προσοχή. Όσο πιο συστηματικά γίνεται, τόσο περισσότερο ελαττώνονται οι φορές τον τριβέων, αποφεύγονται άσκοπα σταματήματα των μηχανών και προλαμβάνονται οι επισκευές. Η λίπανση μπορεί να γίνει είτε με λίπος γράσο για την ορυκτέλαιο. Τα έδρανα ολίσθησης λιπαίνονται με ορυκτέλαιο έπρεπε να κύλισης με γράσο.

2.2.5 Σφάλματα ρουλεμάν

Τα έδρανα κύλισης, όπως είναι γνωστό, έχουν πολλές εφαρμογές, από απλές μηχανές που αποτελούνται από λίγα εξαρτήματα, έως και σε συστήματα σύνθετα όπου η ορθή, χωρίς διακοπές, λειτουργία τους, αποτελεί ζήτημα ζωτικής σημασίας. Παρά το γεγονός ότι τα ρουλεμάν φαίνονται σαν απλές κατασκευές, καταλαβαίνουμε από τις δυνατότητές τους πως η φιλοσοφία πίσω από την επιλυμένη λειτουργία τους, μόνο απλοϊκή δεν είναι. Έτσι λοιπόν, τα έδρανα κύλισης έχουν φτιαχτεί για να δουλεύουν ακατάπαυστα, χωρίς διακοπές, μέχρι το τέλος της διάρκειας ζωής τους, ανάλογα βέβαια και με τις συνθήκες λειτουργίας (Kotzalas & Harris, 2006).

Συνεπώς, η ομαλή λειτουργία των ρουλεμάν μπορεί να ανασταλεί και να οδηγηθεί σε πρόωρη αστοχία, αν οι συνθήκες στις οποίες λειτουργεί δεν είναι οι κατάλληλες. Καταστάσεις όπως πολύ υψηλές ταχύτητες η επιταχύνσεις, ακραίες θερμοκρασίες (πολύ χαμηλές ή πολύ υψηλές) και κακή συναρμολόγηση της μηχανής, είναι μερικές από τις αιτίες που οδηγούν στην κόπωση και πρόωρη αστοχία των εδράνων κύλισης. Υπερβολικές παραμορφώσεις, ταλαντώσεις,

θόρυβος, υψηλά επίπεδα τριβής, αύξηση θερμοκρασίας ακόμα και λιώσιμο (melting) των στοιχείων του εδράνου, αποτελούν κάποια στοιχεία που δηλώνουν την αστοχία ομαλής λειτουργίας ενός εδράνου κύλισης. (Kotzalas & Harris, 2006)

Παρακάτω παρουσιάζονται οι διάφορες περιπτώσεις αστοχίας ενός εδράνου κύλισης:

1. Απώλεια ή μη επάρκεια λίπανσης: Οι περισσότερες περιπτώσεις αστοχίας των ρουλεμάν οφείλονται στη διακοπή παροχής λιπαντικού, ή στην μη επαρκή λίπανση για συνεχόμενο χρόνο. Αυτή η κατάσταση οδηγεί σε αύξηση της θερμοκρασίας λειτουργίας του εδράνου, λόγω τριβής. Η αυξημένη θερμοκρασία προκαλεί οξείδωση του λιπαντικού, μειώνοντας έτσι την αποτελεσματικότητά του, ενώ παράλληλα η σκληρότητα του υλικού μειώνεται. Σαν αποτέλεσμα προκύπτει η πλαστική παραμόρφωση του υλικού και τελικά η αστοχία του.
2. Θραύση του εδράνου από διάβρωση τύπου fretting: Αρχικά, στην περίπτωση που έχουμε περιστρεφόμενο άξονα, η ενσωμάτωση του πάνω στο έδρανο, γίνεται με είτε με τη μέθοδο πρεσαρίσματος (press-fitting) είτε με την μέθοδο συρρίκνωσης (shrink-fitted), ώστε να μειωθεί η πιθανότητα σχετικής κίνησης μεταξύ του άξονα και του εσωτερικού δακτυλίου του εδράνου. Για την περίπτωση όπου έχουμε κίνηση του εξωτερικού δακτυλίου, όπως σε έναν τροχό αυτοκινήτου, η ενσωμάτωση του εσωτερικού δακτυλίου πάνω στην στήριξη (housing) γίνεται με την μέθοδο interference fit, πάλι για την αποφυγή σχετικής κίνησης μεταξύ στήριξης και εξωτερικού δακτυλίου. Εάν, υπάρξει κενός χώρος σε κάποια από τις δύο προαναφερθείσες περιπτώσεις, η σχετική κίνηση που θέλουμε να αποφευχθεί, τελικά υφίσταται. Αυτή λοιπόν η διακοπτόμενη κίνηση, μεταξύ των επιφανειών, προκαλεί το φαινόμενο του fretting, το οποίο προσβάλλει την χημικά την επιφάνεια του εδράνου, προκαλώντας φθορά και διάβρωση. Έτσι, το έδρανο καταλήγει να μην είναι πλέον λειτουργικό.

3. Αστοχία του εδράνου λόγω παραλαβής μεγάλου φορτίου: Φόρτιση του εδράνου πάνω από το επιτρεπτό όριο μπορεί να οδηγήσει τις σφαίρες στο να περάσουν πάνω από το δακτυλίδι, εκτός της τροχιάς του. Σταδιακά συσσωρεύεται κόπωση στο έδρανο και τελικά αστοχεί.
4. Αστοχία του εδράνου λόγω θραύσης της σφαιροθήκης: Κατά την τοποθέτηση του εδράνου πάνω σε άξονα που θα περιστρέφεται, μπορεί λόγω αυξημένης πίεση να χαθεί η ανοχή (clearance) μεταξύ της σφαίρας και τροχιάς που υπάρχει πάνω στους δακτυλίους. Αυτό μπορεί να συμβεί και στην περίπτωση όπου η ο εσωτερικός δακτύλιος έχει αποκτήσει μεγαλύτερη θερμοκρασία από τον εξωτερικό. Με την απώλεια αυτής της ανοχής, αυξάνεται ραγδαία η φόρτιση του εδράνου και οδηγούμαστε στην θραύση της σφαιροθήκης. Οι συνέπειες μια τέτοια περίπτωση είναι καταστρεπτικές για το έδρανο καθώς θραύσματα από την σφαιροθήκη μπαίνουν ανάμεσα στις σφαίρες, και αυξάνεται έτσι η τριβή και η θερμοκρασία στο έδρανο, οδηγώντας το στην αστοχία. Θραύση της σφαιροθήκης μπορεί να συμβεί και λόγω κακής ευθυγράμμισης του άξονα.
5. Αστοχία του εδράνου λόγω δημιουργίας λάκκων ή αυλάκωσης στις επιφάνειες επαφής των κυλιόμενων σωμάτων: Η δημιουργία μικρών λάκκων στις επιφάνειες κύλισης του εδράνου μπορεί να δημιουργηθεί είτε από διάβρωση, αν για παράδειγμα διεισδύσει υγρασία στο λιπαντικό, είτε στην περίπτωση όπου το έδρανο δεν είναι καλά μονωμένο και διαπερνάτε από ηλεκτρικό ρεύμα (σε ηλεκτρικούς κινητήρες). Βαθουλώματα στις επιφάνειες κύλισης μπορούν να δημιουργηθούν και αν εισέλθουν μεταξύ των σφαιρών και των δακτυλίων ξένα, σκληρά σωματίδια, τα οποία κατά την περιστροφή του εδράνου αφήνουν το αποτύπωμά τους στην επιφάνειες περιστροφής. Σε αυτή την κατηγορία αστοχίας ανήκουν και οι περιπτώσεις του true brinnelling και false brinnelling, δηλαδή η δημιουργία πλαστικών παραμορφώσεων στις

επιφάνειες επαφής, λόγω κάποιου κρουστικού φορτίου όταν το έδρανο δεν περιστρέφεται (true brinnelling), και λόγω μεταβαλλόμενου φορτίου ταλάντωσης (false brinnelling).

6. Αστοχία του εδράνου λόγω φθοράς: Φθορά ορίζεται ως η αποβολή υλικού από την επιφάνεια ενός εξαρτήματος, με την μορφή σωματιδίων, όταν αυτή ασκούνται ισχυρές ελκτικές δυνάμεις λόγω τραχύτητας. Η φθορά είναι ο βασικότερος παράγοντας που κάνει ένα έδρανο μη λειτουργικό. Με την φθορά εμφανίζεται αυξημένη τριβή στο έδρανο και επομένως έχουμε αύξηση θερμοκρασίας και έντονες ταλαντώσεις. Είναι δυνατό να αποφευχθεί ή να καθυστερήσει η φθορά με σωστό σχεδιασμό, ορθή συντήρηση, της επαρκή λίπανση και αποκλεισμό της εισόδου στο εσωτερικό του εδράνου, τρίτων στοιχείων.
7. Αστοχία από κόπωση της επιφάνειας των κυλιόμενων μερών του εδράνου: Η συνεχόμενη κυκλική φόρτιση του εδράνου μπορεί να οδηγήσει σε κόπωση της επιφάνειας των κυλιόμενων μερών του και συνεπώς σε δημιουργία ρωγμής. Η ρωγμή αυτή συνεχίζεται μέχρι την στιγμή όπου αποκολλάται ένα κομμάτι υλικού και δημιουργείται ένας μικρού βάθους λάκκος. Η κόπωση και δημιουργία ρωγμής μπορεί να ξεκινήσει και κάτω από την επιφάνεια του υλικού.

2.3 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

Ένα σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν από τους παρακάτω ισοδύναμους τρόπους:

- Ως χρονικά μεταβαλλόμενη τάση (κυματομορφή) $x(t)$ (αναπαράσταση στο πεδίο του χρόνου).
- Ως συνάρτηση της συχνότητας $X(f)$ (φασματική αναπαράσταση ή αναπαράσταση στο πεδίο της συχνότητας).

Η σπουδαιότητα της φασματικής αναπαράστασης έγκειται στο γεγονός ότι η $X(f)$ παρέχει πληροφορίες για το συχνοτικό περιεχόμενο του σήματος και, συνεπώς, διευκολύνει τη μελέτη της διέλευσης και επεξεργασίας του σήματος από τηλεπικοινωνιακές διατάξεις και συστήματα. Επιπλέον, η μελέτη της διέλευσης σημάτων μέσα από συστήματα είναι μαθηματικά απλούστερη στο πεδίο της συχνότητας από ότι στο πεδίο του χρόνου.

Η αναπαράσταση ενός σήματος $x(t)$ στο πεδίο της συχνότητας πραγματοποιείται μέσω της φασματικής ανάλυσης ή ανάλυσης Fourier. Η ανάλυση αυτή στηρίζεται στο γνωστό θεώρημα Fourier, σύμφωνα με το οποίο μια περιοδική κυματομορφή $x(t)$ (με περίοδο T) μπορεί να παρασταθεί ως άθροισμα άπειρων ημιτονικών και συνημιτονικών όρων, οι συχνότητες των οποίων είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους συχνότητας $f_o = \frac{1}{T}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι, παρ' όλο που το θεώρημα Fourier αναφέρεται στα περιοδικά σήματα, χρησιμοποιείται ως βάση για την ανάλυση και μη περιοδικών σημάτων.

Στην πράξη, αντί για τους ημιτονικούς-συνημιτονικούς όρους, χρησιμοποιούνται ισοδύναμοι μιγαδικοί εκθετικοί όροι. Επίσης, αν και το θεώρημα Fourier αφορά μόνο στις

περιοδικές κυματομορφές, η βασική του ιδέα μπορεί να επεκταθεί ώστε να καλύψει και τα μη περιοδικά σήματα.

Συνοψίζοντας, οι βασικές δυνατότητες της φασματικής ανάλυσης είναι οι παρακάτω:

- Ένα περιοδικό σήμα $x(t)$, περιόδου T μπορεί να παρασταθεί ως άθροισμα είτε άπειρων πραγματικών ημιτονικών και συνημιτονικών όρων (τριγωνομετρική σειρά Fourier) είτε άπειρων μιγαδικών εκθετικών όρων (εκθετική σειρά Fourier). Καθένας από αυτούς τους όρους αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη συχνότητα (αρμονική) που είναι πολλαπλάσιο της θεμελιώδους συχνότητας (αρμονικής) $f_0 = \frac{1}{T}$.
- Οποιοδήποτε σήμα (περιοδικό ή μη περιοδικό) μπορεί να παρασταθεί ως ολοκλήρωμα Fourier (δηλαδή ως συνάρτηση $X(f)$). Στην περίπτωση των περιοδικών σημάτων, το ολοκλήρωμα Fourier εκπίπτει σε μία σειρά που, αν και η μορφή της δεν είναι εκθετική, η φυσική της σημασία είναι ισοδύναμη με αυτήν της εκθετικής σειράς Fourier.

Μετασχηματισμός Fourier

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειώσουμε τον διαχωρισμό στην χρήση των σειρών Fourier και του μετασχηματισμού Fourier. Πιο συγκεκριμένα, η εφαρμογή των σειρών Fourier γίνεται σε περιοδικά σήματα ενώ η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier (ολοκλήρωμα Fourier) βρίσκει εφαρμογή τόσο στα περιοδικά όσο και στα μη περιοδικά σήματα.

Όπως προαναφέρθηκε, το πλεονέκτημα της ανάλυσης με τον μετασχηματισμό Fourier είναι η μετάβαση της ανάλυσης από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο συχνοτήτων. Με τον τρόπο αυτό η μελέτη του σήματος γίνεται μέσω του συχνοτικού του περιεχομένου, εφόσον αναδεικνύεται, μέσω της ανάλυσης, η συνεισφορά κάθε συχνότητας.

Έτσι λοιπόν η φασματική αναπαράσταση οποιουδήποτε σήματος (περιοδικού ή μη) καθίσταται δυνατή μέσω του μετασχηματισμού Fourier. Συνεπώς, ο υπολογισμός για το ολοκλήρωμα Fourier ενός σήματος $x(t)$ οδηγεί σε μια συνάρτηση $X(f)$ που αναδεικνύει το «συχνотικό περιεχόμενο» του εν λόγω σήματος. Γενικά ισχύουν τα παρακάτω:

- Ο μετασχηματισμός Fourier $X(f)$, αποτελεί μια μιγαδική συνάρτηση της συχνότητας f με το μέτρο της να είναι $|X(f)|$ και τη φάση της $\phi(f)$. Πιο συγκεκριμένα, το μέτρο $|X(f)|$ εκφράζει την κατανομή της ισχύος του σήματος (power spectrum) $x(t)$ στο εύρος των συχνοτήτων που παρουσιάζονται στο σήμα.
- Σε περιοδικά σήματα, ο μετασχηματισμός Fourier αποτελεί μια διακριτή μιγαδική συνάρτηση της συχνότητας. Για περιοδικά σήματα, οι γραφικές παραστάσεις $|X(f)|$ και $\phi(f)$ είναι διακριτές και μοιάζουν με αυτές των όρων X_n και ϕ_n της μιγαδικής σειράς Fourier για το ίδιο σήμα.
- Σε μη περιοδικά σήματα, ο μετασχηματισμός Fourier $X(f)$ αποτελεί μια συνεχή μιγαδική συνάρτηση της συχνότητας.

Εάν θεωρήσουμε ένα μη περιοδικό σήμα $x(t)$ ως περιοδικό, με περίοδο $T \rightarrow \infty$, τότε ο μετασχηματισμός Fourier προκύπτει από τη μιγαδική σειρά Fourier. Έτσι καταλήγουμε στα εξής:

- Η απόσταση $f_0 \equiv \frac{1}{T}$ μεταξύ των αρμονικών τείνει στο 0 ($f_0 \equiv \frac{1}{T} \rightarrow 0$).
- Από την παραπάνω πρόταση προκύπτει πως οι διακριτοί μιγαδικοί συντελεστές Fourier X_n «πυκνώνουν» και πρακτικά μετατρέπονται σε μια συνεχή μιγαδική συνάρτηση $X(f)$.
- Η μιγαδική σειρά Fourier μετεξελίσσεται σε ολοκλήρωμα. Ουσιαστικά, οι συντελεστές X_n της σειράς Fourier υποκαθίστανται από τον όρο $X(f).df$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ένα μη περιοδικό σήμα $x(t)$ θα εκφραστεί ως εξής

$$x(t) = \int X(f) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df$$

η δε μιγαδική συνάρτηση $X(f)$ ορίζεται ως το ολοκλήρωμα ή ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος $x(t)$. Έτσι αποδεικνύεται πως η $X(f)$ περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση

$$X(f) = \int x(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi f \cdot t} dt$$

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και οι συναρτήσεις $x(t)$ και $X(f)$ χαρακτηρίζονται ως ζεύγος Fourier ή συζυγείς συναρτήσεις. Έτσι έχουμε,

$$x(t) \leftrightarrow X(f)$$

Το πεδίο του χρόνου λοιπόν και το πεδίο των συχνοτήτων συνδέονται μέσω του θεωρήματος Parseval που για όλα τα σήματα (περιοδικά και μη), εκφράζεται ως εξής:

$$\text{Θεώρημα Parseval:} \quad \int x^2(t) dt = \int |X(f)|^2 df$$

Προϋπόθεση για τις δύο παραπάνω σχέσεις είναι τα ολοκληρώματα $\int x^2(t) dt$ και $\int |X(f)|^2 df$ να παραμένουν πεπερασμένα.

Fast Fourier Transform (FFT)

Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier (fast Fourier transform, FFT) αποτελεί έναν αλγόριθμο που υπολογίζει τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) και τον αντίστροφό του (IDFT) με μεγαλύτερη απόδοση και σε πιο σύντομο χρόνο. Πρακτικά υπάρχουν πολύ αλγόριθμοι που πραγματοποιούν τον σκοπό αυτό. Η σημαντικότητα του FFT βρίσκεται στο ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε πλήθος εφαρμογών, ενώ χρησιμοποιείται κυρίως στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος.

2.4 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ HILBERT

Ο μετασχηματισμός Hilbert προσθέτει φάση $\pi/2$ στις θετικές συχνότητες ενός δοθέντος σήματος, ενώ αφαιρεί τη φάση αυτή από τις αρνητικές.

Ο μετασχηματισμός Hilbert δεν αλλάζει το φασματικό εύρος του σήματος αλλά την φάση του φάσματος. Μπορούμε να διαφοροποιήσουμε τον μετασχηματισμό Hilbert από άλλους μετασχηματισμούς (Fourier, Laplace, Fourier διακριτού χρόνου, μετασχηματισμός z), καθώς στον μετασχηματισμό Hilbert δεν έχουμε αλλαγή τομέα(domain). Για παράδειγμα, αν έχουμε ένα σήμα $x(t)$ στον πεδίου του χρόνου, και εφαρμόσουμε σε αυτό τον μετασχηματισμό Hilbert, τότε το αποτέλεσμα που θα πάρουμε θα βρίσκεται ακόμα στο πεδίο του χρόνου. Κάτι που δεν ισχύει στους υπόλοιπους μετασχηματισμούς.

Πιο συγκεκριμένα, ο μετασχηματισμός Hilbert $\hat{x}(t)$ ενός σήματος $x(t)$ ορίζεται ως η συνέλιξη του $x(t)$ με το $\frac{1}{\pi \cdot t}$. Σχέση μετασχηματισμού Hilbert,

$$\hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi \cdot t} \rightarrow \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t-T)}{T} dT$$

Ο μετασχηματισμός Hilbert είναι μία γραμμική διαδικασία και μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε σήμα στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί ο μετασχηματισμός Fourier.

2.5 ΜΗΧΑΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ (SUPPORT VECTOR MACHINES - SVM)

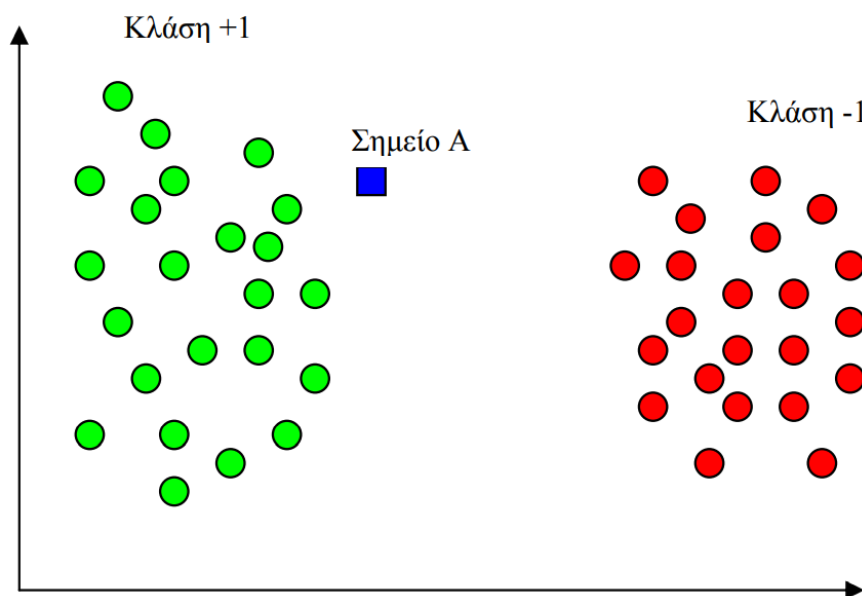
Σύμφωνα με τον (Καλαθάκης, 2010) οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (Support Vector Machines - SVMs) αποτελούν μια τεχνική που κατηγοριοποιείται στην ομάδα των μηχανών εκμάθησης (learning machines). Η χρήση της αφορά την επεξεργασία δεδομένων και συγκεκριμένα εφαρμόζεται σε προβλήματα ταξινόμησης και στην προσέγγιση της μορφής της συνάρτησης σε προβλήματα παλινδρόμησης.

Η φιλοσοφία λειτουργίας μίας μηχανής εκμάθησης είναι να δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή y_i μιας συνάρτησης (την οποία δεν γνωρίζουμε) που αντιστοιχεί σε δοσμένο σημείο $\vec{x}_i$. Αυτό πραγματοποιείται με την παρακάτω διαδικασία: Έστω ένα δεδομένο σύνολο l σημείων $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^N$ και οι αντίστοιχες τους τιμές $y_i \in \mathbb{R}$ που εισάγεται στην άγνωστη συνάρτηση. Για το σύνολο αυτό εκπαιδεύουμε μία μηχανή εκμάθησης να αναγνωρίζει τη σχέση που συνδέει τα $\vec{x}_i$ με τα y_i . Δηλαδή, η μηχανή μαθαίνει την αντιστοίχιση $\vec{x}_i \rightarrow y_i$ και έτσι για ένα σημείο $\vec{x}_m$, διαφορετικό από αυτά του συνόλου l της εκμάθησης, θα μας δώσει την τιμή y_m που θα έπαιρνε η άγνωστη συνάρτηση.

Στην περίπτωση ταξινόμησης με την μέθοδο SVM, το σύνολο των σημείων l απαρτίζεται από άλλα δύο υποσύνολα τα k και n . Το αποτέλεσμα, λοιπόν, της συνάρτησης θα είναι είτε $y_i = +1$ είτε $y_i = -1$, αναλόγως το υποσύνολο στο οποίο ανήκει το δοθέν σημείο $\vec{x}_i$. Αυτά τα δύο υποσύνολα ονομάζονται κλάσεις ενώ η τιμή $+1$ ή -1 είναι η ‘ετικέτα’ της κλάσης. Στην περίπτωση αυτή, συνεπώς, τα SVM εκπαιδεύονται έτσι ώστε να κατατάσσουν σωστά τα σημεία $\vec{x}_i$ σε αυτές τις δύο κλάσεις.

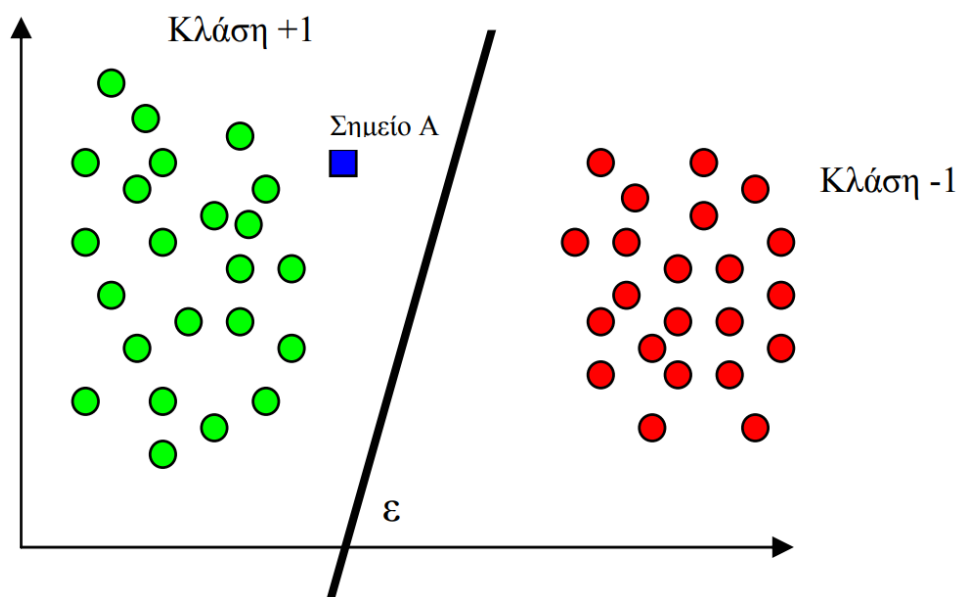
Τα προαναφερθέντα και αντιστοιχισμένα μεταξύ τους σετ σημείων $\vec{x}_i$ και y_i αποτελούν την πληροφορία εκπαίδευσης του συστήματος ή αλλιώς το training set. Πιο συγκεκριμένα, τα σημεία $\vec{x}_i$ αποτελούν τα πρότυπα εκπαίδευσης ή training patterns, ενώ οι τιμές y_i που αντιστοιχούν σε αυτά τους στόχοι εκπαίδευσης ή training targets.

Στο παρακάτω παράδειγμα θα αναλυθεί σχηματικά η πορεία λειτουργίας που ακολουθεί η μέθοδος SVM. Παρατηρώντας την εικόνα 2.16 διακρίνουμε ένα σύνολο σημείων ($\vec{x}_i$) που είναι διαχωρισμένα σε δύο κλάσεις, δηλαδή +1 και -1. Στις συνθήκες αυτές πρέπει να εκπαιδεύσουμε την SVM με τέτοιο τρόπο ώστε να αναγνωρίζει τα όρια μεταξύ των κλάσεων. Μετά την εκπαίδευση θα πρέπει το σύστημα να είναι σε θέση να προβλέψει για ένα δοθέν σημείο A, σε ποια από τις δύο κλάσεις ανήκει.



Εικόνα 2.16 Τυχαίο σύνολο σημείων δύο κλάσεων και τυχαίο σημείο προς κατάταξη. (Καλαθάκης, 2010)

Ο καθορισμός της κλάσης ενός σημείου, απαιτεί την δημιουργία ενός ορίου, μίας γραμμής στο επίπεδο ή ενός επιπέδου στον χώρο, με βάση το οποίο θα διαχωρίζονται οι δύο κλάσεις. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα επειδή βρισκόμαστε στο επίπεδο, η SVM χρησιμοποιεί ευθείες. Έτσι, η θέση του σημείου που κατατάσσουμε και συνεπώς η απόστασή του από την διαχωριστική γραμμή, είναι τα στοιχεία που θα οδηγήσουν στο τελικό συμπέρασμα, όσο αφορά την κλάση που θα καταταγεί αυτό. Στο επόμενο σχήμα (εικόνα 2.17) βλέπουμε πως έχει προστεθεί μια διαχωριστική ευθεία (ϵ). Έτσι συμπεραίνουμε πως το σημείο A ανήκει στην κλάση +1 εφόσον βρίσκεται αριστερά της ευθείας (ϵ), στην περιοχή δηλαδή που χαρακτηρίζει την κλάση +1.

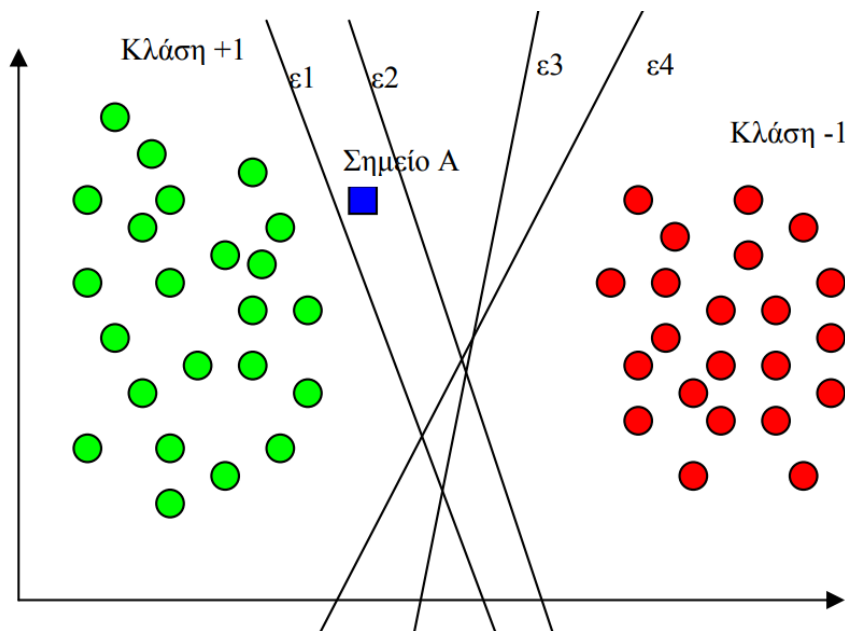


Εικόνα 2.17 Διαχωρισμός τυχαίων κλάσεων και κατάταξη τυχαίου σημείου. (Καλαθάκης, 2010)

Από όσα περιγράφονται παραπάνω γίνεται κατανοητός ο τρόπος λειτουργίας της μεθόδου SVM. Αξίζει να σημειωθεί πως το μεγαλύτερο κομμάτι που επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα είναι το που θα τοποθετηθεί η ευθεία (ϵ). Στο παρακάτω σχήμα (εικόνα 2.18) βλέπουμε πως έχουν δημιουργηθεί ένα πλήθος ευθειών που όλες διαχωρίζουν τις δύο κλάσεις.

Ποια όμως από αυτές ταιριάζει καλύτερα στην περίπτωση που μελετάμε; Παρατηρούμε πως

ακόμα και στο απλό παράδειγμά μας, μπορούμε να έχουν διαφορετικά αποτελέσματα. Δηλαδή αν επιλέξουμε την ευθεία (ϵ_1) τότε το σημείο A κατατάσσεται στην κλάση -1, ενώ αν επιλέξουμε οποιαδήποτε άλλη ευθεία το σημείο A κατατάσσεται την κλάση +1.



Εικόνα 2.18 Πολλαπλός διαχωρισμός τυχαίων κλάσεων και κατάταξη σημείου. (Καλαθάκης, 2010)

Σύμφωνα με τα παραπάνω, συμπεραίνουμε ως η βέλτιστη ευθεία διαχωρισμού των κλάσεων θα είναι αυτή για την οποία θα επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του σφάλματος κατάταξης. Αυτό σημαίνει πως με την βέλτιστη ευθεία κατατάσσονται σωστά τα περισσότερα σημεία που χρησιμοποιούμε. Για να βρεθεί λοιπόν η ευθεία αυτή, είναι λογικό να υποθέσουμε πως θα πρέπει να μην βρίσκεται κοντά στα δεδομένα σημεία των κλάσεων. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.1 Σφάλμα και Αβεβαιότητα

Έστω ότι υπάρχει ένα σύνολο εκπαίδευσης μεγέθους l σημείων και τις αντίστοιχες ετικέτες τους y_i και έστω ότι υπάρχει μια άγνωστη κατανομή πιθανότητας $P(\vec{x}_i, y_i)$ από την οποία

προέρχεται αυτό το σύνολο εκπαίδευσης. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε μια κατανομή των y για δεδομένο x . Η υπόθεση αυτή είναι γενικότερη από το να θεωρήσουμε συγκεκριμένο y για κάθε x . Στην περίπτωση αυτή, η αντιστοίχιση των ετικετών y στα σημεία x πραγματοποιείται μέσω της μιας κατανομής P . Στο σημείο αυτό να σημειωθεί πως η υπόθεση της ύπαρξης κατανομής πιθανότητας αποτελεί μία γενική θεώρηση καθώς στις περιπτώσεις των πραγματικών προβλημάτων που ερχόμαστε αντιμέτωποι υπάρχει συγκεκριμένη αντιστοιχία $\vec{x}_i \rightarrow y_i$.

Ο σκοπός μας είναι τώρα, να γίνει σωστά η εκπαίδευση της μηχανής εκμάθησης ώστε να πραγματοποιείται ορθά η αντιστοιχία $\vec{x}_i \rightarrow y_i$, δηλαδή να κατατάσσονται σωστά τα $\vec{x}_i$ που έχουν προέλθει από την ίδια κατανομή πιθανότητας $P(\vec{x}_i, y_i)$ με αυτά του συνόλου εκπαίδευσης. Απλούστερα μπορούμε να πούμε πως πρέπει να βρεθεί μια συνάρτηση f τέτοια ώστε: $\vec{x}_i \rightarrow f(\vec{x}_i, \vec{a}) = y_i$. Η παράμετρος a ονομάζεται ρυθμιστική παράμετρος της συνάρτησης και για συγκεκριμένο a και για δεδομένα $\vec{x}_i$ η συνάρτηση f θα μας δίνει πάντα το ίδιο αποτέλεσμα.

Αξίζει να σημειωθούν δύο σημαντικές έννοιες οι οποίες είναι το αναμενόμενο/πραγματικό ρίσκο ή expected / actual risk και εμπειρικό ρίσκο ή empirical risk, που συνδέονται με το σφάλμα, δηλαδή τις επιδόσεις της μηχανής εκμάθησης. (Καλαθάκης, 2010)

Το αναμενόμενο ή πραγματικό ρίσκο ορίζεται ως:

$$R(a) = \int 1/2 |y - f(x, a)| dP(x, y) \quad (2.31)$$

και μας δείχνει την απόκλιση της εκτίμησης κατάταξης $f(\vec{x}_i, \vec{a})$ από την πραγματική y στα νέα σημεία (εκτός του συνόλου εκπαίδευσης).

Το εμπειρικό ρίσκο ορίζεται ως:

$$R_{\text{emp}}(a) = 1/2l \sum_{i=1}^l |y_i - f(x_i, a)| \quad (2.32)$$

και ουσιαστικά αποτελεί το μέσο όρο του σφάλματος κατάταξης των l σημείων του συνόλου εκπαίδευσης.

Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να καταλάβουμε πως το πραγματικό ρίσκο αναφέρεται στο σφάλμα της μηχανής σε νέα σημεία $\vec{x}_i$, που δεν υπάρχουν μέσα στο σύνολο εκπαίδευσης, ενώ το εμπειρικό ρίσκο αναφέρεται μόνο στα σημεία του συνόλου εκπαίδευσης. Παρόλα αυτά, το πραγματικό ρίσκο δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί καθώς στη σχέση ορισμού του υπάρχει η άγνωστη κατανομή πιθανότητας $P(\vec{x}_i, y_i)$, ενώ αντίθετα στο εμπειρικό ρίσκο δεν υπάρχει αυτό το πρόβλημα.

Η αρχή της θεωρίας της Ελαχιστοποίησης Εμπειρικού Ρίσκου ή Empirical Risk Minimization, (ERM) είναι η θεώρηση πως η ελαχιστοποίηση του εμπειρικού ρίσκου θα επιφέρει και μείωση του πραγματικού ρίσκου. Η θεωρεία αυτή εφαρμόζεται σαν αρχή λειτουργίας κατά κόρον στα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.

Ελαχιστοποίησης Εμπειρικού Ρίσκου :

$$\min[R_{\text{emp}}(a)] \rightarrow \min[R(a)]$$

Στην εργασία του (Καλαθάκης, 2010) βλέπουμε πως στην πραγματικότητα, η σχέση μεταξύ του εμπειρικού και του πραγματικού ρίσκου είναι μια ανισότητα της μορφής:

$$R(a) \leq R_{\text{emp}}(a) + Z \quad (2.33)$$

Η ποσότητα $\frac{1}{2}|y_i - f(x_i, a)|$ (απώλεια - loss) στην σχέση του εμπειρικού ρίσκου στην περίπτωση ταξινόμησης κλάσεων με τη μέθοδο SVM, παίρνει τιμές 0 και 1. Θεωρούμε μια νέα παράμετρο n τέτοια ώστε: $0 \leq n \leq 1$. Η πιθανότητα για την οποία η ποσότητα $\frac{1}{2}|y_i - f(x_i, a)|$ παίρνει τις τιμές 0 και 1, είναι $1-n$. Έτσι, η παράμετρος Z της σχέσης (2.33) γίνεται ως εξής:

$$Z = \sqrt{\left(\frac{h(\log(2l/h)+1-\log(n/4))}{l}\right)} \quad (2.34)$$

Με βάση τα παραπάνω η ανισότητα που συνδέει το εμπειρικό με το πραγματικό ρίσκο (σχέση 2.33) θα είναι η:

$$R(a) \leq R_{\text{emp}}(a) + \sqrt{\left(\frac{h(\log(2l/h)+1-\log(n/4))}{l}\right)} \quad (2.35)$$

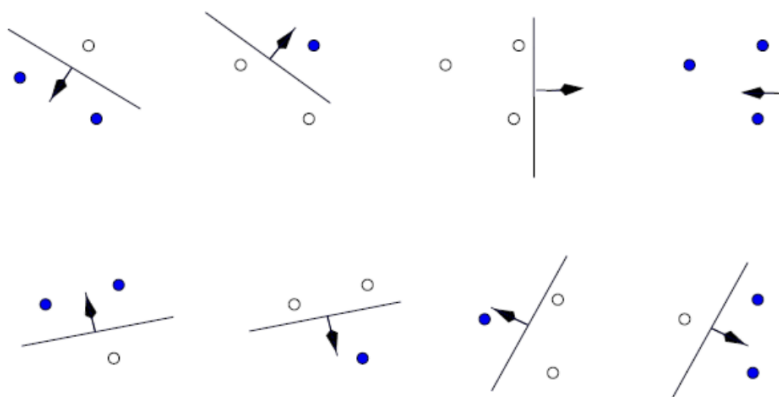
Το δεξί μέλος της ανισότητας ονομάζεται όριο ρίσκου (risk bound) και ο δεύτερος όρος αυτού του μέλους ονομάζεται VC confidence εξαιτίας του όρου h (θετικός και ακέραιος αριθμός) που περιέχει. Ο όρος h ονομάζεται VC-dimension (ή χωρητικότητα οικογένειας συναρτήσεων) από τους Vapnik Chervonenkis που εισήγαγαν τον όρο αυτό. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.2 Χωρητικότητα οικογένειας συναρτήσεων (VC-Dimension)

Ο (Καλαθάκης, 2010) αναφέρει πως εάν θεωρήσουμε πάλι ένα γνωστό σύνολο σημείων $\vec{x}_i$ μεγέθους l και τις αντίστοιχες ετικέτες y_i (+1,-1) των σημείων αυτών, οι οποίες υποδεικνύουν σε ποια κλάση ανήκει το κάθε σημείο. Οι πιθανοί συνδυασμοί κατάταξης αυτών των l σημείων για δύο κλάσεις είναι 2^l . Αν μια οικογένεια συναρτήσεων $f(\vec{x}_i, \vec{a})$ έχει ως μέλη συναρτήσεις οι οποίες, για ορισμένο a , μπορούν να κατατάξουν σωστά όλα τα σημεία $\vec{x}_i$ στην αντίστοιχη κλάση, για όλο το εύρος από τους 2^l πιθανούς συνδυασμούς, τότε λέμε ότι η οικογένεια αυτή σαρώνει επιτυχώς το σύνολο l των σημείων και ότι έχει χωρητικότητα l .

Γενικά, χωρητικότητα μιας οικογένειας συναρτήσεων (VC-dimension) ονομάζουμε τον μέγιστο αριθμό σημείων ενός συνόλου που μπορούν να διαχωριστούν με όλους τους δυνατούς τρόπους από τα μέλη της οικογένειας αυτής.

Στην εικόνα 2.19 φαίνονται μια ομάδα τριών σημείων και οι δυνατοί τρόποι διαχωρισμού τους. Το χρώμα των σημείων υποδηλώνει την κλάση στην οποία ανήκουν αυτά ενώ η κατεύθυνση του βέλους της διαχωριστικής γραμμής, δηλώνει ότι τα σημεία που βρίσκονται από αυτή τη πλευρά της γραμμής θα καταταχθούν στην κλάση +1, ενώ τα άλλα στην κλάση -1. Η οικογένεια αυτών των συναρτήσεων (ευθείες διαχωρισμού) διαχωρίζει με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς τα τρία σημεία και άρα λέμε ότι έχει χωρητικότητα 3.



Εικόνα 2.19 Δυνατοί διαχωρισμοί τριών σημείων στο επίπεδο (Καλαθάκης, 2010)

Είναι φανερό ότι αυτή η οικογένεια συναρτήσεων διαχωρίζει με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς τα τρία σημεία. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία για τέσσερα σημεία, δεν θα έχουμε την ίδια συμπεριφορά εφόσον οι συνδυασμοί που μπορούν να πραγματοποιηθούν ανέρχονται στους $2^4 = 16$, ενώ θα παρατηρήσουμε πως η οικογένεια αυτή καταφέρνει σωστό διαχωρισμό μόνο 14 συνδυασμών. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.3 Ελαχιστοποίηση Κατασκευαστικού Ρίσκου (SRM)

Από την (σχέση 2.35) που δηλώνει την ανισότητα που συνδέει το πραγματικό με το εμπειρικό ρίσκο, εύκολα παρατηρούμε πως για να ελαχιστοποιήσουμε το πραγματικό ρίσκο είναι αναγκαίο να ελαχιστοποιήσουμε πρώτα το εμπειρικό ρίσκο. Σύμφωνα με τον (Καλαθάκης, 2010), αυτό πρέπει να πραγματοποιηθεί με τρόπο τέτοιο ώστε, να γίνει χρήση της κατάλληλης οικογένειας συναρτήσεων της οποίας η χωρητικότητα VC να είναι αυτή που αρμόζει καλύτερα για το δοσμένο σύνολο. Η παραπάνω διαδικασία αποτελεί την αρχή της Ελαχιστοποίησης Κατασκευαστικού Ρίσκου (Structural Risk Minimization – SRM).

Καθώς αποτελεί δύσκολο εγχείρημα η εύρεση της κατάλληλης συνάρτησης από μια οικογένεια συναρτήσεων, χωρίζουμε την οικογένεια αυτή σε ομάδες συναρτήσεων. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε την χωρητικότητα τους ή έστω ένα άνω όριο της τιμής της χωρητικότητάς τους. Καταλήγοντας, αυτό που μένει είναι να προσδιοριστεί το ποια ομάδα ελαχιστοποιεί το άνω όριο του πραγματικού ρίσκου. Με την λογική αυτή λειτουργεί η μέθοδος SRM.

Ο αλγόριθμος ταξινόμησης που ανέπτυξαν οι Vapnik – Chervonenkis (SVM) βασίζεται στην αρχή της SRM και χρησιμοποιεί μια τέτοια οικογένεια συναρτήσεων ώστε να επιτυγχάνεται η μεγιστοποίηση της απόστασης της διαχωριστικής ευθείας από τις δύο κλάσεις ταυτόχρονα. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.4 Γενικές περιπτώσεις προβλημάτων

Στόχος της μεθόδου SVM είναι να μπορέσουν να βρουν την γραμμή αυτή (ή επίπεδο αν $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^3$ ή υπερεπίπεδο (hyperplane) αν $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^N, N \geq 4$) που διαχωρίζει βέλτιστα τις κλάσεις, ώστε να γίνεται εύκολα η κατάταξη νέων σημείων.

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζονται με την χρήση των Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης εντάσσονται σε τρεις κατηγορίες (Καλαθάκης, 2010):

- i. Γραμμικά πλήρως διαχωρίσιμες κλάσεις, όπου τα σημεία εκπαίδευσης ανήκουν σε κλάσεις που διαχωρίζονται πλήρως με μία ευθεία γραμμή (ή πιο γενικά υπερεπίπεδο).
- ii. Μη-απόλυτα γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις, όπου τα σημεία εκπαίδευσης ανήκουν σε κλάσεις που δεν διαχωρίζονται απόλυτα με μια ευθεία γραμμή (ή υπερεπίπεδο). Δηλαδή, οι κλάσεις έχουν μια περιοχή που αλληλεπικαλύπτονται.
- iii. Γραμμικά μη διαχωρίσιμες κλάσεις, όπου σε αυτή τη περίπτωση οι κλάσεις δεν μπορούν να διαχωριστούν με ευθεία (ή υπερεπίπεδο). Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι όταν τα σημεία της μίας κλάσης βρίσκονται γύρω από τα σημεία της άλλης κλάσης.

i. Γραμμικά πλήρως διαχωρίσιμες κλάσεις

Έστω ότι έχουμε μία απλή δισδιάστατη περίπτωση ενός συνόλου σημείων εκπαίδευσης μεγέθους l ($\vec{x}_i, \vec{a}$). Όπως παρατηρήσαμε στην εικόνα 2.18 υπάρχει πλήθος ευθειών που θα μπορούσαν να διαχωρίσουν τις δύο κλάσεις. Το ζητούμενο μας όμως είναι η εύρεση της βέλτιστης ευθείας διαχωρισμού, δηλαδή αυτής που θα τηρεί την αρχή της μεθόδου SRM.

Όλες αυτές οι διαχωριστικές ευθείες είναι της γενικής μορφής $\vec{w} \cdot \vec{x} + b = 0$, όπου $\vec{x}$ τα σημεία του συνόλου εκπαίδευσης, $\vec{w}$ το διάνυσμα προσανατολισμού της διαχωριστικής ευθείας (κάθετο στην ευθεία) και b μια σταθερά. Η ποσότητα $|b|/\|\vec{w}\|$ ορίζει την απόσταση της ευθείας διαχωρισμού από την αρχή των αξόνων. Έστω d_+ μια μικρή απόσταση από την ευθεία διαχωρισμού προς την πλευρά της κλάσης +1 και d_- μια μικρή απόσταση προς την πλευρά της κλάσης -1. Θεωρούμε δυο ευθείες εκατέρωθεν της διαχωριστικής σε αποστάσεις d_+ και d_- αντίστοιχα και παράλληλες προς αυτήν. Η βέλτιστη διαχωριστική ευθεία θα είναι αυτή που θα απέχει περισσότερο ταυτόχρονα και από τις δύο κλάσεις (από τα ακραία σημεία τους). Δηλαδή θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε την απόσταση ($d_+ + d_-$) που ονομάζεται διάκενο ή διαχωριστική ζώνη (margin). Μπορούμε εύκολα λοιπόν να καταλάβουμε πως στην περίπτωση του μέγιστου διακένου, οι δύο παράλληλες με την διαχωριστική ευθείες θα τέμνουν το ακραίο ή τα ακραία σημεία της κάθε κλάσης. Συνεπώς, όσα σημεία βρίσκονται από τη μια πλευρά της ευθείας προς την κλάση +1 θα ανήκουν σε αυτή τη κλάση ενώ αντίστοιχα θα κατατάσσονται και τα σημεία που βρίσκονται στην πλευρά της κλάσης -1. Οι εξισώσεις των δύο παράλληλων ευθειών προς την διαχωριστική ευθεία θα είναι:

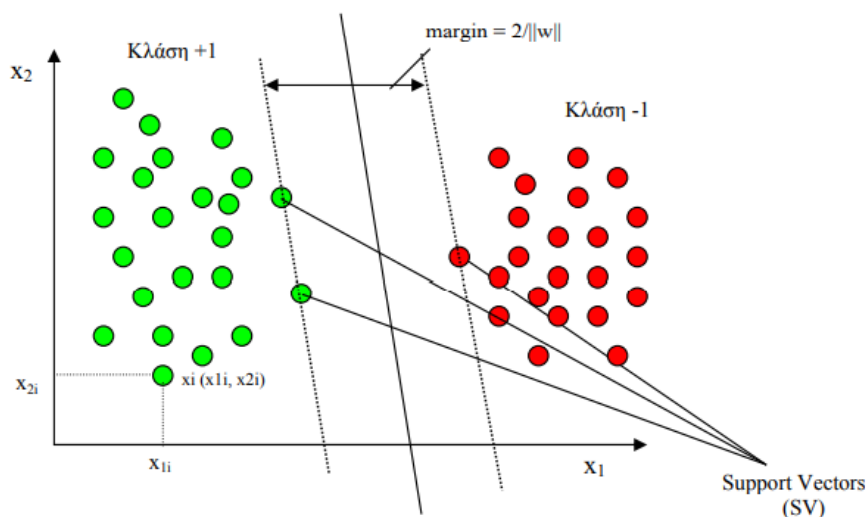
$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b = +1, y = +1 \quad (2.36)$$

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b = -1, y = -1 \quad (2.37)$$

και η εξίσωση της διαχωριστικής ευθείας θα είναι:

$$\vec{w}^* \cdot \vec{x} + b^* = 0 \quad (2.38)$$

Στην εικόνα 2.20 παρουσιάζονται όλα τα παραπάνω, για διανύσματα διαστάσεως 2, για να γίνουν πιο κατανοητά.



Εικόνα 2.20 Παρουσίαση των εννοιών της μεθόδου. (Καλαθάκης, 2010)

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, τα σημεία για τα οποία ισχύει $\vec{w} \cdot \vec{x} + b \geq +1$ θα ανήκουν στην κλάση με ετικέτα +1, ενώ αυτά για τα οποία ισχύει $\vec{w} \cdot \vec{x} + b \leq -1$ θα ανήκουν στην κλάση με ετικέτα -1. Οι δύο αυτές περιπτώσεις μπορούν να παρουσιαστούν με μία ενιαία μορφή:

$$y_i(\vec{w} \cdot \vec{x}_i + b) - 1 \geq 0, \forall i \quad (2.39)$$

Τα ακραία σημεία των κλάσεων επί των οποίων κείτονται οι δύο ευθείες ονομάζονται Διανύσματα Υποστήριξης (Support Vectors) διότι αυτά ουσιαστικά υπαγορεύουν την θέση των ευθειών.

Η απόσταση ($d_+ + d_-$) με βάση τα παραπάνω μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή $\frac{2}{\|\vec{w}\|}$ όπου $\|\vec{w}\|$ η ευκλείδεια νόρμα του διανύσματος προσανατολισμού $\vec{w}$. Δηλαδή, ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση της ποσότητας $\frac{2}{\|\vec{w}\|}$ ή η ελαχιστοποίηση του $\|\vec{w}\|$ ή η ελαχιστοποίηση του $\frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2$ υπό τους περιορισμούς της σχέσης (2.39).

Στην περίπτωση αυτή των πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων έχουμε μηδενικό εμπειρικό ρίσκο αφού όλα τα σημεία του συνόλου εκπαίδευσης κατατάσσονται σωστά λόγω της πλήρους

διαχωρισιμότητας των κλάσεων. Έτσι από την σχέση (2.35) αρκεί να ελαχιστοποιήσουμε τον

δεύτερο όρο του δεξιού μέλους της, δηλαδή την VC-confidence $\left(\sqrt{\left(\frac{h(\log(2l/h)+1-\log(n/4))}{l} \right)} \right)$.

Αποδεικνύεται ότι όσο μεγαλύτερο είναι το διάκενο (margin), τόσο μικρότερη είναι η VC-dimension (h) και έτσι ικανοποιείται η αρχή της SRM.

Όπως προαναφέρθηκε, στόχος μας είναι να πετύχουμε μέγιστο διάκενο δηλαδή να ελαχιστοποιήσουμε την ποσότητα:

$$1/2 \parallel \vec{w} \parallel^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l w_i \cdot w_i \quad (2.40)$$

υπό τους περιορισμούς της σχέσης (2.39). Το πρόβλημα αυτό αποτελεί χαρακτηριστική περίπτωση προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού (Quadratic Programming Problem – QP). Για την επίλυση αυτού του είδους των προβλημάτων μια μέθοδος (η οποία και θα χρησιμοποιηθεί) είναι ο μετασχηματισμός Lagrange διότι στο κατά Lagrange μετασχηματισμένο πρόβλημα οι περιορισμοί είναι πιο εύκολα αντιμετωπίσιμοι και γιατί, όπως θα φανεί παρακάτω, θα μας είναι πιο εύκολα αντιμετωπίσιμο το πρόβλημα των μη γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων. Η αρχή του μετασχηματισμού Lagrange για εξισώσεις με ανισοτικούς περιορισμούς είναι η εξής: Έστω μια συνάρτηση $F_0(x)$ με περιορισμούς $f_i(x) \geq 0$ την οποία θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε. Ο κατά Lagrange μετασχηματισμός της, δίνει: $L = F_0(x) - \sum \alpha_i f_i(x)$.

Έτσι με βάση τη θεωρία θα εισάγουμε πολλαπλασιαστές Lagrange ($\alpha_i \geq 0$) οι οποίοι θα είναι όσα και τα σημεία μας, δηλαδή l .

Με βάση τα παραπάνω, για τη συνάρτηση (2.40) υπό τους περιορισμούς (2.39) θα έχουμε:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \parallel \vec{w} \parallel^2 - \sum_{i=1}^l \alpha_i [y_i(w \cdot x + b) - 1] = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l w_i w_i - \sum_{i=1}^l \alpha_i [y_i (\sum_{j=1}^l w_j \cdot x_j + b) - 1] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Ακόμα, η βέλτιστη λύση θα πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες Karush-KuhnTucker (KKT). Η ικανοποίηση των συνθηκών KKT είναι απαραίτητη για να θεωρηθεί βέλτιστη μια λύση σε μη γραμμικά προβλήματα. Οι συνθήκες KKT αποτελούν μια γενίκευση της μεθόδου του κατά Lagrange μετασχηματισμού σε ένα πρόβλημα με ανισοτικούς περιορισμούς. Οι συνθήκες KKT για το πρόβλημά μας είναι:

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = w_j - \sum_{i=1}^l a_i y_i x_j = 0 \Rightarrow w_j = \sum_{i=1}^l a_i y_i x_j \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \quad (2.43)$$

$$a_i [y_i (w \cdot x_i + b) - 1] = 0 \forall i \quad (2.44)$$

$$a_i \geq 0 \forall i \quad (2.45)$$

Αν αντικαταστήσουμε τις συνθήκες KKT (2.42, 2.43) στην (2.41) έχουμε:

$$Ld = L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l w_i a_j y_j x_i + \sum_{i=1}^l a_i - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l a_i y_i x_j w_j - b \sum_{i=1}^l a_i y_i \Rightarrow$$

$$Ld = \sum_{i=1}^l a_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l w_i a_j y_j x_i - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l a_i y_i x_j w_j \Rightarrow$$

$$Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l w_i a_j y_j x_i \Rightarrow$$

$$Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j x_i x_j \quad (2.46)$$

Σύμφωνα με τη θεωρία του Wolfe, η σχέση (2.46) με τους περιορισμούς (2.43, 2.45) αποτελεί το δυαδικό (dual) του προβλήματος όπως αυτό εκφράζεται από τη σχέση (2.40) με τους περιορισμούς (2.39). Η ελαχιστοποίηση της (2.40) υπό τους περιορισμούς (2.39) είναι ισοδύναμη

με την μεγιστοποίηση της (2.46) υπό τους περιορισμούς (2.43, 2.45). Άρα τελικά καταλήγουμε στο εξής πρόβλημα:

$$\left[\begin{array}{l} \max: Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j x_i x_j \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \\ a_i \geq 0 \end{array} \right] \quad (2.47)$$

Το παραπάνω πρόβλημα ανήκει και αυτό στην οικογένεια των προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού (Quadratic Programming Problem). Αν το σύστημα (2.47) εκφραστεί με τη μορφή πινάκων έχουμε:

$$\left[\begin{array}{l} \max: Ld = -0.5a^T H a + f^T a \\ y^T a = 0 \\ a \geq 0 \end{array} \right] \quad (2.47a)$$

όπου: Hessian matrix: $H_{ij} = y_i y_j x_i^T x_j$ και $f = [11 \dots 1]^T$

Από την παρατήρηση της σχέσης (2.42) βλέπουμε πως το w το οποίο μας δίνει την κλίση της διαχωριστικής ευθείας προέρχεται από σχέση που επίδραση έχουν μόνο τα σημεία x_i με μη-μηδενικούς πολλαπλασιαστές Lagrange ($\alpha_i \geq 0$). Αυτοί οι πολλαπλασιαστές Lagrange αντιστοιχούν στα ακραία σημεία των κλάσεων (Support Vectors - SVs) αφού στη σχέση (2.44) αν $\alpha_i > 0$ πρέπει $y_i(w \cdot x_i + b) - 1 = 0$ η οποία ικανοποιείται μόνο για τα ακραία σημεία των κλάσεων. Έτσι αποδεικνύεται αυτό που υποθέσαμε πριν, ότι δηλαδή η μορφή της ευθείας εξαρτάται μόνο από τα ακραία σημεία των κλάσεων.

Η λύση του προβλήματος θα έλθει με την επίλυση του συστήματος (2.47). Με την μεγιστοποίηση δηλαδή της συνάρτησης υπό τους περιορισμούς της, ώστε να προκύψει η λύση, δηλαδή οι πολλαπλασιαστές Lagrange α_i . Έπειτα, από τη σχέση (2.42) θα προκύψει ο παράγοντας

$\vec{w}^*$ ο οποίος καθορίζει την κλίση-μορφή της βέλτιστης διαχωριστικής ευθείας. Πλέον, η σχέση (2.44) για κάποιο σημείο i για το οποίο ισχύει $a_i \geq 0$ (ακραίο σημείο (SV)), γίνεται:

$$\vec{w}^* \cdot \vec{x}_i + b^* = \pm 1 \quad (2.48)$$

Από τη σχέση (2.48) μπορούμε να υπολογίσουμε το b^* της βέλτιστης διαχωριστικής ευθείας από οποιοδήποτε σημείο που λειτουργεί ως SV ($a > 0$). Για πιο ακριβή αποτελέσματα, προτιμότερο είναι να λυθεί η (2.48) για όλα τα SVs (έστω ns το πλήθος τους) και έτσι να προκύψουν τα αντίστοιχα b_i^* . Προφανώς, τα b_i^* που θα προκύψουν θα είναι όσα και τα SVs, δηλαδή ns . Τέλος, το b^* που θα χρησιμοποιήσουμε για τη διαχωριστική ευθεία θα προκύψει ως ο μέσος όρος των b_i^* .

Γενικεύοντας, μπορούμε να πούμε ότι για τα σημεία που θα ισχύει $a_i > 0$, αποτελούν τα διανύσματα υποστήριξης (SVs), δηλαδή τα ακραία σημεία των κλάσεων, ενώ για όλα τα άλλα ισχύει $a_i = 0$.

Πλέον, έχουμε διαχωρίσει τις δύο κλάσεις αφού έχουν βρεθεί όλες οι παράμετροι της εξίσωσης της διαχωριστικής ευθείας. Αναγκαίο τώρα είναι να ειπωθεί και ο τρόπος κατάταξης ενός νέου σημείου.

Στην εργασία του (Καλαθάκης, 2010) παρουσιάζεται μια συνάρτηση απόφασης (ή συνάρτηση κατάταξης) με τη μορφή:

$$f = (\vec{w}^* \cdot \vec{x} + b^*) \quad (2.49)$$

όπου $\vec{x}$ το προς κατάταξη σημείο. Ελέγχουμε το πρόσημο της f , δηλαδή $sign(f) = sign(\vec{w}^* \cdot \vec{x} + b^*)$. Αν το πρόσημο της συνάρτησης απόφασης είναι θετικό, το σημείο κατατάσσεται στην κλάση με ετικέτα $+1$ ενώ αν το πρόσημο είναι αρνητικό το σημείο

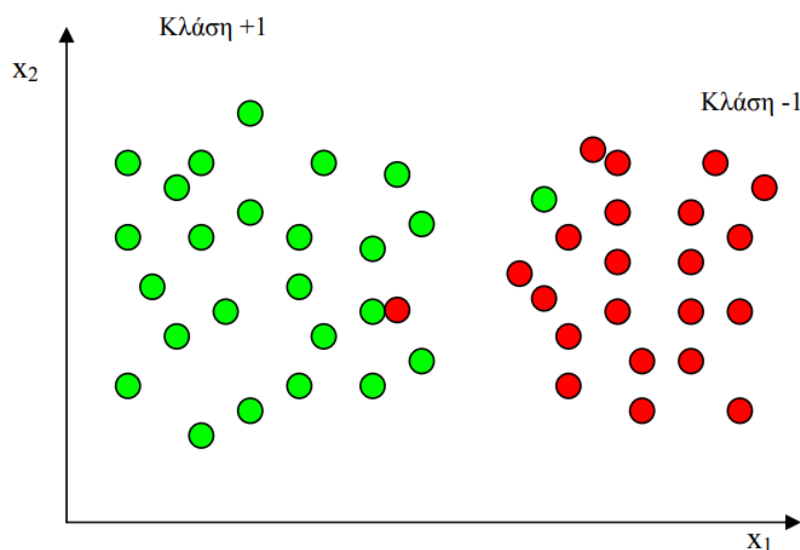
κατατάσσεται στην κλάση με ετικέτα -1. Όπως βλέπουμε, η σχέση (2.49) αποτελεί τη συνάρτηση της διαχωριστικής ευθείας (σχέση 2.38) υπολογισμένη για το προς κατάταξη σημείο.

Εδώ πρέπει να αναφερθεί πως η παραπάνω ανάλυση δε σταματά στο δισδιάστατο πρόβλημα αλλά επεκτείνεται και στο $\mathbb{R}^N$, μόνο που πλέον μιλάμε για διαχωριστικό υπερεπίπεδο (hyperplane) και τα διανύσματα w και x έχουν μεγαλύτερη διάσταση. Οι σχέσεις που προαναφέρθηκαν ισχύουν και επιλύονται με τη διαδικασία που προαναφέρθηκε. (Καλαθάκης, 2010)

ii. Μη-απόλυτα γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις

Στην προηγούμενη παράγραφο αναλύσαμε την περίπτωση των πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων. Όπως αναφέρει και ο (Καλαθάκης, 2010), αυτή η περίπτωση δεν αποτελεί την πλειοψηφία των προβλημάτων.

Τώρα θα αναλύσουμε την περίπτωση που οι δύο κλάσεις δεν είναι πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμες με κάποια ευθεία (ή γενικότερα υπερεπίπεδο). Έστω η δισδιάστατη περίπτωση ενός δισδιάστατου συνόλου εκπαίδευσης μεγέθους $l(\vec{x}_i, y_i)$ (εικόνα 2.21).



Εικόνα 2.21 Δισδιάστατο σύνολο εκπαίδευσης μη πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμων. (Καλαθάκης, 2010)

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από το εικόνα 2.21, επειδή οι δύο κλάσεις έχουν μια περιοχή αλληλοεπικάλυψης, δεν μπορεί να βρεθεί μια ευθεία γραμμή που να τις διαχωρίσει απόλυτα. Οποιαδήποτε ευθεία γραμμή και να χαραχθεί θα αφήνει κάποιο (κάποια) σημείο της κλάσης +1 στα δεξιά της (αντίστοιχα για την -1) με αποτέλεσμα να μη διαχωρίζονται οι κλάσεις πλήρως. Άρα, η εφαρμογή της μεθόδου όπως αυτή αναπτύχθηκε για τις πλήρως διαχωρίσιμες κλάσεις, δεν θα μας έδινε κάποιο αποτέλεσμα.

Μια αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος θα ήταν να χαραχθεί μια γραμμή (όχι ευθεία) που θα περνά ανάμεσα από τα “ακραία” σημεία των δύο κλάσεων και έτσι να τις διαχωρίσει απόλυτα. Αυτό όμως θα είχε σαν αποτέλεσμα τη μείωση του διακένου (margin) σε κάποιες περιοχές της γραμμής, όπως επίσης και την αύξηση της πολυπλοκότητας της μεθόδου.

Μια δεύτερη λύση (η οποία και είναι αυτή που εφαρμόζεται) είναι να “χαλαρώσουμε” τους περιορισμούς της σχέσης (2.39) όταν αυτό κρίνεται απαραίτητο. Έτσι, οι δύο κλάσεις θα

διαχωρίζονται με μια ευθεία (γενικά υπερεπίπεδο) και τα σημεία των δύο κλάσεων που ευθύνονται για την αλληλοεπικάλυψη, δεν θα παίζουν τόσο σημαντικό ρόλο, δηλαδή δεν θα παίζουν τον ρόλο των ακραίων σημείων που διαμορφώνουν τη μορφή της διαχωριστικής ευθείας.

Για να πετύχουμε αυτή τη “χαλάρωση” των περιορισμών εισάγουμε στους περιορισμούς τις μεταβλητές χαλάρωσης (slack variables) $\xi_i, i=1,l$. Έτσι οι περιορισμοί (2.39) γίνονται:

$$\begin{cases} \vec{w} \cdot \vec{x}_i + b \geq +1 - \xi_i, y_i = +1 \\ \vec{w} \cdot \vec{x}_i + b \leq -1 + \xi_i, y_i = -1 \\ \xi_i \geq 0 \forall i \end{cases} \quad (2.50)$$

Έτσι, το $\sum_i \xi_i$ αποτελεί ένα άνω όριο του σφάλματος κατάταξης των σημείων εκπαίδευσης.

Σε αυτή τη περίπτωση η προς ελαχιστοποίηση ποσότητα της (2.40) τροποποιείται ως εξής:

$$\frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2 + C(\sum_i \xi_i)^k \quad (2.51)$$

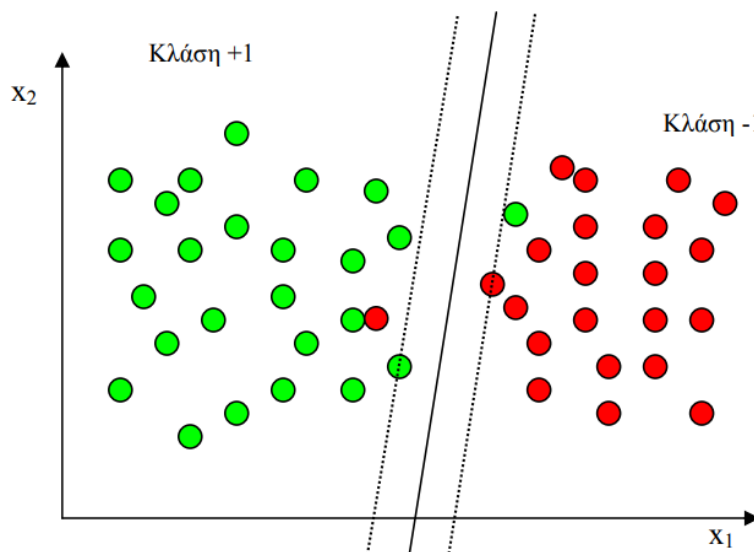
Η C είναι μια παράμετρος που καθορίζεται από τον χρήστη και σχετίζεται με την “ποινή” που θα υπάρχει στην περίπτωση λάθους στην κατάταξη. Μεγαλύτερο C σημαίνει μεγαλύτερη ποινή. Ο εκθέτης k μπορεί να πάρει μια οποιαδήποτε ακέραια τιμή. Θα δεχθούμε $k=1$ διότι είναι βολικός αφού το πρόβλημα συνεχίζει να είναι πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού και στη δυαδική συνάρτηση μεγιστοποίησης δεν υπεισέρχονται τα ξ_i , ούτε και οι πολλαπλασιαστές Lagrange τους (Καλαθάκης, 2010).

Σκοπός μας τώρα είναι να ελαχιστοποιήσουμε την ποσότητα της (2.51) υπό τους περιορισμούς (2.50). Ο πρώτος όρος της (2.51) σχετίζεται με την αύξηση του διακένου ενώ ο δεύτερος με τη μείωση του σφάλματος ταξινόμησης.

Όπως αναλύθηκε στην περίπτωση των πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Lagrange το πρόβλημά μας καταλήγει στην εξής μορφή:

$$\left[\begin{array}{l} \max: Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j x_i x_j \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \\ 0 \leq a_i \leq C \end{array} \right] \quad (2.52)$$

Στην εικόνα 2.22 βλέπουμε τον διαχωρισμό των κλάσεων στην περίπτωση που αυτές είναι μη πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμες ύστερα από την επίδραση των μεταβλητών χαλάρωσης.



Εικόνα 2.22 Διαχωρισμός μη πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων. (Καλαθάκης, 2010)

Από τη σύγκριση των σχέσεων (2.47) και (2.52) βλέπουμε ότι αυτές διαφέρουν μόνο στην ύπαρξη ενός άνω ορίου στην τιμή που μπορούν να πάρουν οι πολλαπλασιαστές Lagrange στην περίπτωση των μη πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων (2.52). Αυτό μας επιτρέπει να πούμε πως η (2.52) είναι γενίκευση της (2.47) και μετασχηματίζεται σε αυτήν αν $C \rightarrow \infty$. Στην περίπτωση των μη πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων η τιμή του C είναι πεπερασμένη.

Στην εφαρμογή της ομάδας εξισώσεων (2.52) δε μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποια τιμή θα δώσουμε στην παράμετρο C . Για παράδειγμα, τα σημεία που ευθύνονται για τη μη πλήρη διαχωρισιμότητα μπορεί να είναι λίγα σε σχέση με τον ολικό αριθμό των σημείων ή και να περιέχουν θόρυβο που ευθύνεται για την αλληλοεπικάλυψη. Έτσι, η τιμή της παραμέτρου

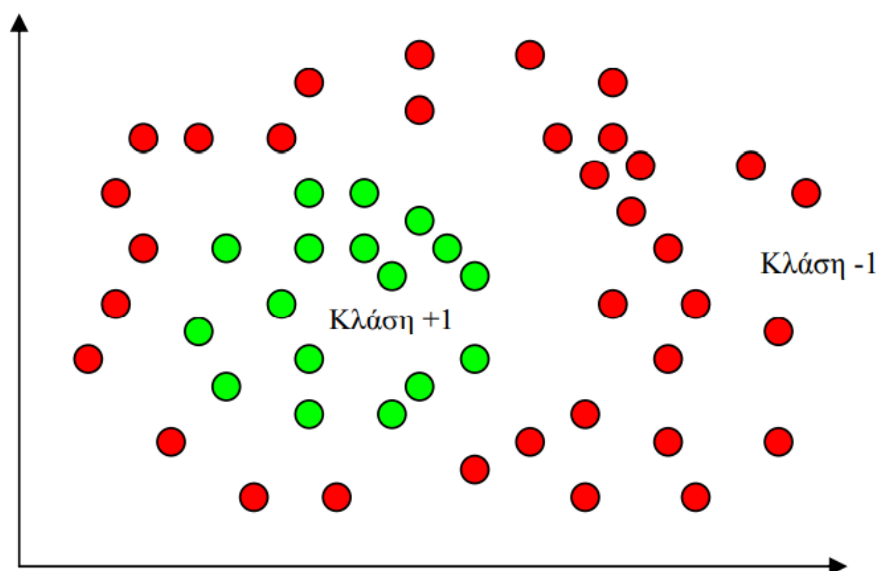
Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών – Κατασκευαστικός Τομέας

C δεν χρειάζεται να είναι μεγάλη αφού δεν μας ενδιαφέρει ο αυστηρός διαχωρισμός στα σημεία αλληλοεπικάλυψης. Άρα, η κατάλληλη τιμή της παραμέτρου C θα πρέπει να βρεθεί με βάση την εμπειρία, το είδος των δεδομένων καθώς και με τη βοήθεια δοκιμών.

Όπως και στην περίπτωση των πλήρως διαχωρίσιμων κλάσεων, έτσι κι εδώ, μπορούμε να πούμε ότι οι εξισώσεις του προβλήματος ισχύουν για το N -διάστατο χώρο χωρίς αλλαγές. Πλέον μιλάμε για υπερεπίπεδο και όχι για διαχωριστική ευθεία. (Καλαθάκης, 2010)

iii. Γραμμικά μη διαχωρίσιμες κλάσεις

Οι δύο παραπάνω περιπτώσεις αφορούσαν κλάσεις που μπορούσαν (έστω και με κάποιο μικρό σφάλμα) να διαχωριστούν γραμμικά (Καλαθάκης, 2010). Όμως, η περίπτωση αυτή αποτελεί τη μειονότητα των προβλημάτων. Η πιο γενική περίπτωση είναι αυτή των γραμμικά μη διαχωρίσιμων κλάσεων (μη διαχωρίσιμες από υπερεπίπεδο στο N -διάστατο χώρο). Παράδειγμα τέτοιας περίπτωσης φαίνεται στην εικόνα 2.23 όπου τα σημεία της μίας κλάσης (δισδιάστατος χώρος) βρίσκονται γύρω από τα σημεία της άλλης κλάσης με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να φέρουμε μια ευθεία που να τις διαχωρίζει.



Εικόνα 2.23 Γραμμικά μη διαχωρίσιμες κλάσεις. (Καλαθάκης, 2010)

Η περίπτωση διαχωρισμού των κλάσεων με κάποια άλλη γραμμή (καμπύλη) θεωρείται επιβεβλημένη, καθώς μόνο με μια τέτοια αντιμετώπιση θα μπορούσαμε να διαχωρίσουμε τις κλάσεις. Στη περίπτωση που απεικονίζεται στην εικόνα 2.23, μια γραμμή που θα διαχώριζε τις κλάσεις θα μπορούσε να είναι κυκλικής μορφής.

Η αναζήτηση γραμμών (καμπυλών) μεγαλύτερου βαθμού από την περίπτωση της ευθείας γραμμής, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη περίπτωση θα αύξανε την πολυπλοκότητα. Σκοπός μας είναι να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα με τις υπάρχουσες απλές εξισώσεις οι οποίες όμως δεν θα αναφέρονται σε ευθεία.

Τα σημεία του παραδείγματος βλέπουμε πως στο δισδιάστατο χώρο είναι μη γραμμικά διαχωρίσιμα. Αν όμως απεικονιστούν σε χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων θα μπορούν να διαχωριστούν από κάποιο υπερεπίπεδο, θα γίνονταν δηλαδή γραμμικά διαχωρίσιμα. Η απεικόνιση του διαχωριστικού υπερεπιπέδου στο δισδιάστατο χώρο θα μπορούσε να είναι η καμπύλη κυκλικής μορφής. Η απεικόνιση Φ του χώρου R^d στον χώρο H , είναι $\Phi: R^d \rightarrow H$.

Στις σχέσεις της μεθόδου, όπως είδαμε, τα σημεία εκπαίδευσης παρουσιάζονται μόνο με τη μορφή του εσωτερικού γινομένου αυτών $(x_i \cdot x_j)$ π.χ. $Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j x_i x_j$. Έτσι, αν ανάγουμε το πρόβλημα σε κάποιο χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων H , θα έχουμε κι εκεί μόνο την εμφάνιση του εσωτερικού γινομένου. Όμως, μας ενδιαφέρει το αποτέλεσμα του εσωτερικού γινομένου στο χώρο H και όχι ο χώρος αυτός καθαυτός. Έτσι, αν στις σχέσεις που αναπτύχθηκαν αντικαταστήσουμε το εσωτερικό γινόμενο των σημείων εκπαίδευσης του χώρου που βρίσκονται με το αποτέλεσμα του εσωτερικού γινομένου στο χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων H , θα έχουμε αντιμετωπίσει το πρόβλημά μας.

Με απλά λόγια, εφαρμόζουμε πάλι τις σχέσεις του γραμμικού διαχωρισμού αλλά σε έναν άλλο χώρο H στον οποίο οι κλάσεις είναι διαχωρίσιμες από κάποιο υπερεπίπεδο.

Με αυτό το τρόπο μπορούμε να αντιμετωπίσουμε και την περίπτωση των μη πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων, αφού με την απεικόνιση, οι κλάσεις θα γίνουν γραμμικά διαχωρίσιμες.

Το πρόβλημά μας παίρνει τη μορφή:

$$\left[\begin{array}{l} m : Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j < x_i x_j > \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \\ a_i \geq 0 \end{array} \right] \quad (2.53)$$

Και αν θεωρήσουμε και μεταβλητές χαλάρωσης, ώστε να αντιμετωπίσουμε την περίπτωση που το πρόβλημά μας είναι μη απόλυτα γραμμικά διαχωρίσιμο στον χώρο H , έχουμε:

$$\left[\begin{array}{l} m : Ld = \sum_{i=1}^l a_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l a_i a_j y_i y_j < x_i x_j > \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \\ 0 \leq a_i \leq C \end{array} \right] \quad (2.54)$$

Ο όρος $\langle x_i x_j \rangle$ αποτελεί το αποτέλεσμα του εσωτερικού γινομένου των σημείων στο χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων. Δηλαδή είναι $\langle x_i x_j \rangle = K(x_i, x_j)$, όπου K μια συνάρτηση που μας δίνει το αποτέλεσμα του εσωτερικού γινομένου στο χώρο H χωρίς να είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε το χώρο αυτό. Η συνάρτηση K ονομάζεται συνάρτηση κελύφους (Kernel function) και θα αναλυθεί στη συνέχεια.

Όπως παρατηρούμε αν ισχύει $K(x_i, x_j) = x_i \cdot x_j$ τότε η (2.53) μεταπίπτει στην (2.47), δηλαδή στην περίπτωση των πλήρως γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων.

Η κατάταξη των σημείων, όπως είναι λογικό, θα πρέπει να γίνει και αυτή στο χώρο H . Η συνάρτηση κατάταξης (2.49), αφού εξαρτάται και αυτή από το εσωτερικό γινόμενο, παίρνει τώρα τη μορφή:

$$f = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^l y_i a_i K(x, x_i) + b^* \right) \quad (2.55)$$

Όπως και πριν, αν το πρόσημο της συνάρτησης απόφασης f είναι θετικό, το σημείο κατατάσσεται στην κλάση +1, ενώ αν είναι αρνητικό στην κλάση -1. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.5 Συνάρτηση κελύφους (kernel function)

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στην εφαρμογή των τύπων της μεθόδου τα σημεία εκπαίδευσης εμφανίζονται μόνο με τη μορφή του εσωτερικού γινομένου τους. Έτσι, δεν χρειάζεται να ξέρουμε το χώρο (και το μετασχηματισμό Φ) των μεγαλύτερων διαστάσεων H στον οποίο το πρόβλημά μας γίνεται γραμμικά διαχωρίσιμο. Μας αρκεί το αποτέλεσμα του εσωτερικού γινομένου των σημείων εκπαίδευσης σε αυτό το χώρο. Το αποτέλεσμα αυτό μας το δίνει η συνάρτηση κελύφους (kernel function).

Το σημαντικό ερώτημα που τίθεται τώρα, είναι ποιες συναρτήσεις κελύφους μπορούν να χρησιμοποιηθούν με βάση την παραπάνω λογική. Δηλαδή, ποιες συνθήκες πρέπει να ικανοποιεί μια συνάρτηση ώστε να ονομάζεται συνάρτηση κελύφους. Η απάντηση είναι ότι πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες Mercer. Το θεώρημα Mercer διατυπώνεται ως εξής:

Μια συνάρτηση K μας δίνει το εσωτερικό γινόμενο μιας απεικόνισης Φ , δηλαδή:

$$K(x, y) = \sum_f \Phi(x)_i \Phi(y)_i \quad (2.56)$$

αν και μόνον αν για κάθε συνάρτηση $g(x)$ τέτοια ώστε:

$$\int g(x)^2 dx \in \mathbb{R} \quad \text{ισχύει} \quad \int K(x, y) g(x) g(y) dx dy \geq 0 \quad (2.57)$$

Οι πρώτες συναρτήσεις κελύφους που χρησιμοποιήθηκαν και αναλύθηκαν για την περίπτωση του διαχωρισμού κλάσεων ήταν (Καλαθάκης, 2010):

1. $K(x, y) = x \cdot y$ Γραμμικό kernel (όχι απεικόνιση σε χώρο H)
2. $K(x, y) = (k(x \cdot y) + n)^p$ Πολυωνυμικό kernel (Polynomial kernel)
3. $K(x, y) = e^{-\gamma \|x-y\|^2 / 2\sigma^2}$ RBF kernel

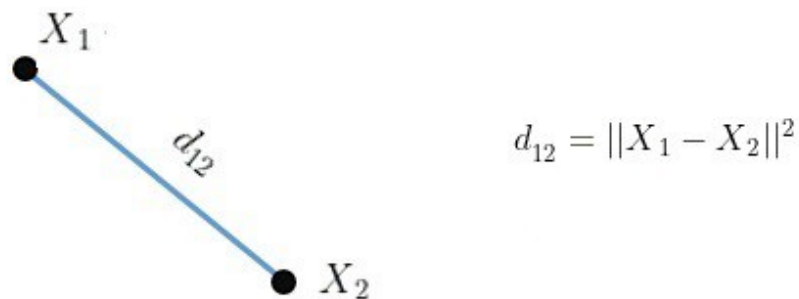
Η μέθοδος RBF Kernel (Radial Basis Function) είναι ευρέως γνωστή και χρησιμοποιείται κατά κόρων στην μέθοδο SVM. Σημαντικό πλεονέκτημά της είναι η ομοιότητα της με την Γκαουσιανή κατανομή. Εάν εφαρμόσουμε την συνάρτηση RBF για δύο σημεία X_1 και X_2 , τότε αυτή υπολογίζει την ομοιότητα μεταξύ των δύο σημείων ή πιο συγκεκριμένα την απόστασή μεταξύ τους. Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση έχουμε:

$$K(X_1, X_2) = \exp\left(-\frac{\|X_1 - X_2\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.58)$$

Όπου :

- σ είναι η διασπορά
- $\|X_1 - X_2\|$ είναι η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των X_1 και X_2

Έστω ότι d_{12} είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων X_1 και X_2



Εικόνα 2.24 Απόσταση μεταξύ των σημείων X_1 και X_2 .

Συνεπώς, η συνάρτηση Kernel θα γραφτεί ως εξής:

$$K(X_1, X_2) = \exp\left(-\frac{d_{12}}{2\sigma^2}\right) \quad (2.59)$$

Η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει η συνάρτηση RBF είναι 1 και προκύπτει όταν η τιμή της απόστασης $d_{12} = 0$, όταν δηλαδή τα σημεία X_1 και X_2 συμπίπτουν.

1. Όταν τα σημεία συμπίπτουν, δεν υφίσταται απόσταση μεταξύ τους.
2. Όταν τα σημεία χωρίζονται από μεγάλη απόσταση, τότε η τιμή Kernel είναι λιγότερη από 1 και κοντά στο 0, πράγμα που υποδεικνύει πως τα σημεία δεν συμπίπτουν.



Εικόνα 2.25 Η τιμή Kernel αυξάνεται όσο η τιμή της απόστασης μικραίνει.

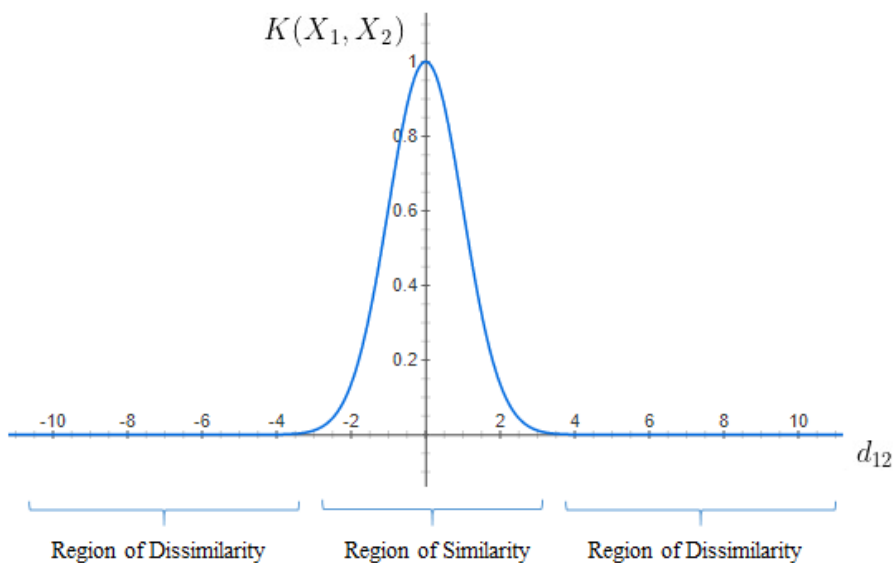
Αξίζει να σημειωθεί η σημαντικότητα της επιλογής της κατάλληλης τιμής της διασποράς ‘σ’ καθώς έτσι καθορίζεται ποιές τιμές (σημεία) θα θεωρηθούν ως ίδιες.

α) $\sigma = 1$

Όταν $\sigma = 1$, $\sigma^2 = 1$ τότε η εξίσωση RBF θα είναι ως εξής:

$$K(X_1, X_2) = \exp\left(-\frac{\|X_1 - X_2\|^2}{2}\right) \quad (2.60)$$

Η καμπύλη της εξίσωσης δίνεται παρακάτω. Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως όσο η απόσταση αυξάνεται, η τιμή Kernel μειώνεται εκθετικά και είναι 0 για αποστάσεις μεγαλύτερες από 4.

Εικόνα 2.26 RBF Kernel για $\sigma = 1$.

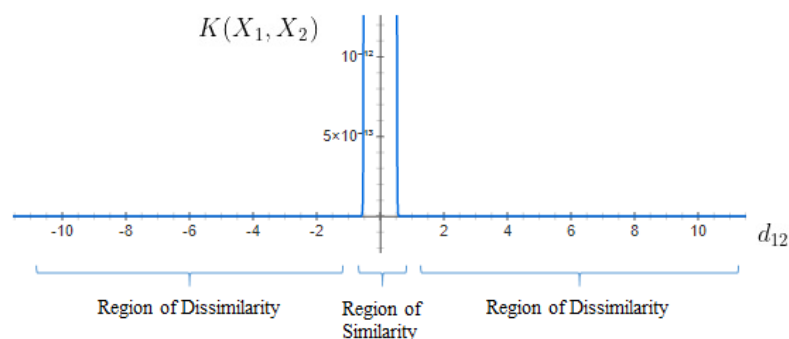
1. Παρατηρούμε πως όταν η απόσταση $d_{12} = 0$ τότε η ‘ομοιότητα’ των σημείων είναι ίση με 1, ενώ καθώς η απόσταση d_{12} γίνεται μεγαλύτερη από 4 τότε η ‘ομοιότητα’ είναι ίση με το 0.
2. Συνεπώς, από το διάγραμμα μπορούμε να καταλήξουμε στο μ=συμπέρασμα πως όταν η απόσταση d_{12} είναι μικρότερη από 4 τότε θεωρούμε πως τα σημεία είναι ‘όμοια’ και κατατάσσονται συνεπώς στην ίδια κατηγορία, ενώ το αντίθετο ισχύει στην περίπτωση όπου η απόσταση d_{12} υπερβαίνει το 4.

β) $\sigma = 0.1$

Όταν $\sigma = 0.1$, $\sigma^2 = 0.01$ τότε η εξίσωση RBF θα είναι ως εξής:

$$K(X_1, X_2) = \exp\left(-\frac{\|X_1 - X_2\|^2}{0.01}\right) \quad (2.61)$$

Το πλάτος της περιοχής που ορίζει την ‘ομοιότητα’ των σημείων είναι η ελάχιστη για $\sigma = 0.1$. Συνεπώς μόνο όταν σημεία είναι πολύ κοντά το ένα με το άλλο μπορούν να θεωρηθούν ως όμοια και να καταταχθούν στην ίδια κατηγορία.



Εικόνα 2.27 RBF Kernel για $\sigma = 0.1$.

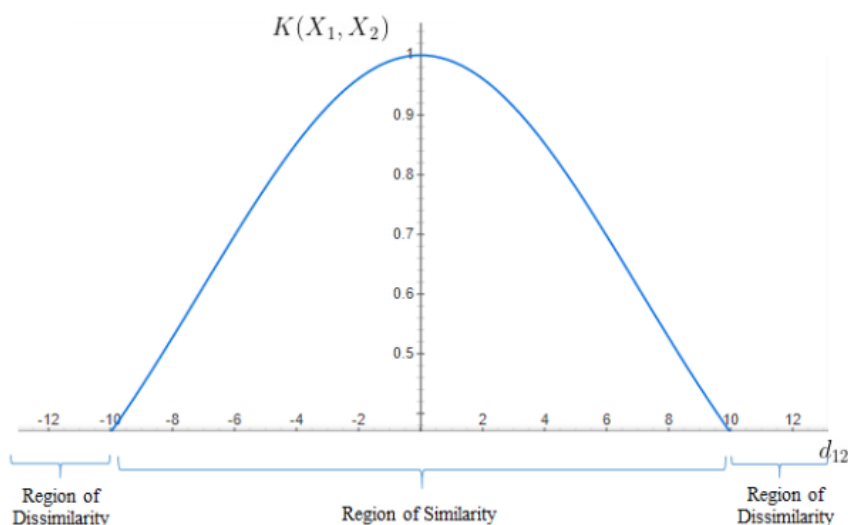
1. Παρατηρούμε στο γράφημα πως η τιμή Kernel φτάνει το peak της σε όλη την έκταση του διαγράμματος, εκτός από την περίπτωση όπου η απόσταση είναι μεγαλύτερη από 0.2, όπου μηδενίζεται.
2. Τα σημεία σε αυτή την περίπτωση θεωρούνται ‘όμοια’, και κατατάσσονται στην ίδια κατηγορία όταν η απόστασή τους είναι μικρότερη ή ίση με 0.2.

γ) $\sigma = 10$

Όταν $\sigma = 10$, $\sigma^2 = 100$ τότε η εξίσωση RBF θα είναι ως εξής:

$$K(X_1, X_2) = \exp\left(-\frac{\|X_1 - X_2\|^2}{100}\right) \quad (2.62)$$

Το πλάτος της περιοχής που ορίζει την ‘ομοιότητα’ των σημείων σε αυτή την περίπτωση είναι μεγάλο, πράγμα που σημαίνει πως σημεία τα οποία έχουν γ=μεγάλη απόσταση μεταξύ τους θα θεωρούνται ως ‘όμοια’.

Εικόνα 2.28 RBF Kernel για $\sigma = 10$.

1. Το πλάτος της καμπύλης είναι αρκετά μεγάλο.
2. Τα σημεία θα θεωρηθούν ‘όμοια’ για αποστάσεις έως 10.

Η συνάρτηση Kernel RBF είναι δημοφιλής λόγω της ομοιότητάς του με τον αλγόριθμο K-Nearest Neighborhood. Έχει τα πλεονεκτήματα του K-NN και ξεπερνά το πρόβλημα της πολυπλοκότητας του χώρου καθώς τα RBF Kernel Support Vector Machines χρειάζεται απλώς να αποθηκεύσουν τα διανύσματα υποστήριξης κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης και όχι ολόκληρο το σύνολο δεδομένων.

Όπως βλέπουμε οι συναρτήσεις κελύφους έχουν κάποιες μεταβλητές που καθορίζονται από το χρήστη. Οι μεταβλητές αυτές δεν έχουν καθορισμένη τιμή και σε κάθε περίπτωση πρέπει να επιλεγεί σωστά η τιμή τους. Ένας τρόπος είναι να χωρίσουμε τα δεδομένα εκπαίδευσης που έχουμε σε δύο ομάδες. Με τη μία ομάδα να κάνουμε την εκπαίδευση και με την άλλη την κατάταξη. Αυτή η διαδικασία πρέπει να γίνει για διάφορες τιμές των παραμέτρων των kernels. Οι

βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των kernels είναι αυτές για τις οποίες είχαμε τα λιγότερα λάθη στην διαδικασία της κατάταξης.

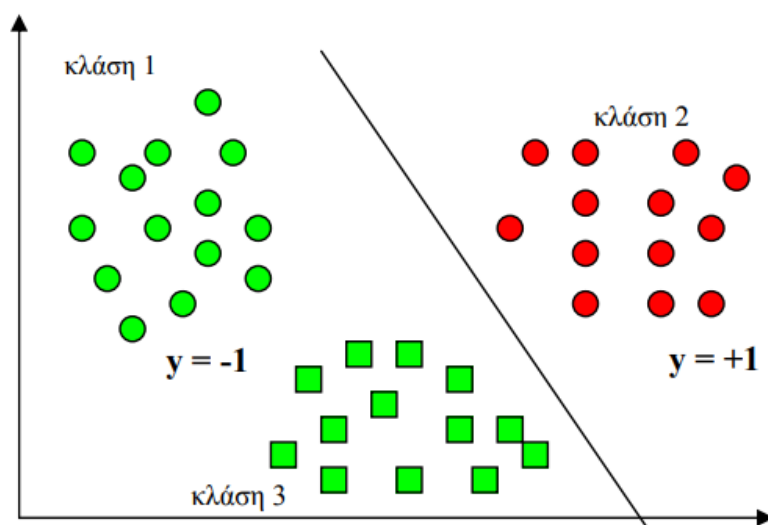
2.5.6 Η περίπτωση των πολλών κλάσεων (multiclassification)

Στις προηγούμενες παραγράφους περιγράψαμε τον τρόπο διαχωρισμού δυο κλάσεων σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις. Στην πλειοψηφία των προβλημάτων όμως θα πρέπει να γίνει η κατάταξη σε περισσότερες των δύο κλάσεων. Η μέθοδος των SVM που αναπτύχθηκε, αφορά στο διαχωρισμό δύο κλάσεων με κάποιο υπερεπίπεδο και άρα δεν είναι δυνατόν να γίνει αυτή η διαδικασία για περισσότερες των δύο κλάσεων.

Επειδή η μέθοδός μας διαχωρίζει τις κλάσεις ανά δύο, θα πρέπει το σύνολο των περισσότερων κλάσεων να το φέρουμε σε αυτή τη μορφή ώστε να είναι εύκολα αντιμετωπίσιμο. Με βάση αυτή τη λογική έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι, οι σημαντικότερες των οποίων θα περιγραφούν στη συνέχεια εν συντομία. Αυτές οι μέθοδοι είναι οι: one-against-all, all-together, one-against-one και DAGSVM. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.7 Μία κλάση εναντίων όλων (One-against-all)

Η αρχή της μεθόδου αυτής είναι ότι εκπαιδεύουμε κάθε κλάση εναντίων όλων των άλλων. Σε ένα πρόβλημα που έχουμε k κλάσεις δημιουργούνται και k μοντέλα SVM. Για παράδειγμα, η κλάση i παίρνει ετικέτα $+1$ και όλες οι άλλες $k-1$ κλάσεις θεωρούνται ως μία που έχει ετικέτα -1 όπως φαίνεται στην εικόνα 2.29.

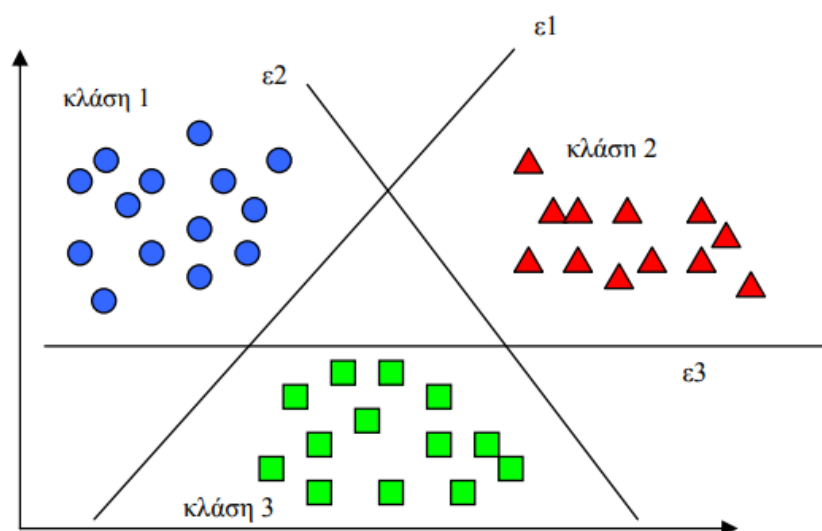


Εικόνα 2.29 Διαχωρισμός τριών κλάσεων με τη μέθοδο one-against-all. (Καλαθάκης, 2010)

Με αυτόν τον τρόπο προσπαθούμε να βρούμε τα όρια της κάθε κλάσης εναντίον όλων των άλλων μαζί και έτσι έχουμε k συναρτήσεις απόφασης αφού έχουμε k διαχωριστικά υπερεπίπεδα. Τα όρια της κάθε κλάσης προέρχονται ύστερα από συμψηφισμό των αποτελεσμάτων των k SVM.

Για την διαδικασία της κατάταξης τώρα, υπολογίζουμε την τιμή των k συναρτήσεων απόφασης και κατατάσσουμε το σημείο στην κλάση που αντιστοιχεί στην συνάρτηση απόφασης με τη μεγαλύτερη τιμή. Αυτή η λογική επιφέρει λάθη κατά τη διαδικασία της κατάταξης αφού εξετάζει μόνο τη τιμή της συνάρτησης απόφασης.

Στην εικόνα 2.30 φαίνεται η αρχή της μεθόδου αυτής σε ένα δισδιάστατο παράδειγμα με τρεις κλάσεις και τα διαχωριστικά επίπεδα που προήλθαν από αυτή τη μέθοδο. Η ευθεία $e1$ διαχωρίζει την κλάση 1 από όλες τις υπόλοιπες. Ομοίως, οι ευθείες $e2$ και $e3$, διαχωρίζουν τις κλάσεις 2 και 3 από όλες τις υπόλοιπες, αντίστοιχα. (Καλαθάκης, 2010)



Εικόνα 2.30 Διαχωρισμός τριών κλάσεων με τη μέθοδο one-against-all. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.8 Όλες οι κλάσεις μαζί (All-together)

Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τον εφευρέτη των SVM (Vapnik, 2000). Η μέθοδος αυτή είναι παραπλήσια της one-against-all. Δημιουργούνται k συναρτήσεις απόφασης για τις k κλάσεις, όπου, για παράδειγμα η n συνάρτηση απόφασης διαχωρίζει την n κλάση από όλες τις άλλες. Στην one-against-all επιλύονται k SVM για να βρεθούν τα όρια της μίας κλάσης, ενώ εδώ, συνοψίζονται στη λύση ενός.

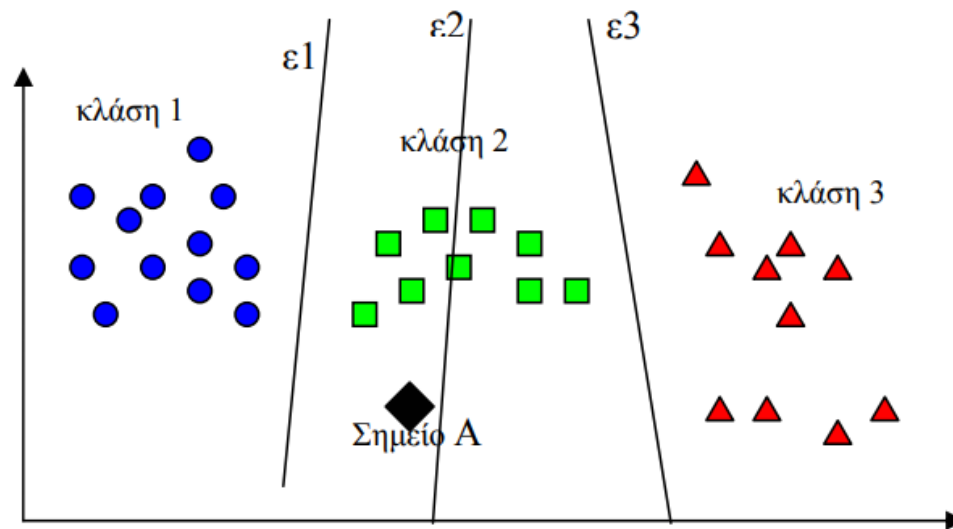
Η συνάρτηση απόφασης αυτής της μεθόδου είναι η ίδια με την one-against-all και το σημείο κατατάσσεται στην κλάση που έχει τη μέγιστη τιμή η αντίστοιχη συνάρτηση απόφασης. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.9 Η μία κλάση εναντίον της άλλης (One-against-one)

Σε αντίθεση με τη one-against-all, εδώ θεωρούνται όλα τα πιθανά ζεύγη των κλάσεων και λύνεται το πρόβλημα διαχωρισμού τους. Δηλαδή, για k κλάσεις έχουμε $k!/2(k-2)!$ δυνατούς συνδυασμούς των κλάσεων. Επίσης, τόσες είναι και οι συναρτήσεις απόφασης. Πιο απλά, εφαρμόζουμε τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες παραγράφους και βρίσκουμε το διαχωριστικό υπερεπίπεδο κάθε πιθανού ζεύγους κλάσεων.

Η πιο διαδεδομένη μέθοδος για την κατάταξη ενός σημείου αν έχουμε ακολουθήσει τη διαδικασία της one-against-one είναι η max-wins. Με τον αλγόριθμο αυτό, κάθε προς κατάταξη σημείο ελέγχεται με όλες τις συναρτήσεις απόφασης και κάθε φορά κατατάσσεται σε μια κλάση. Η κλάση στην οποία έχει καταταχθεί τις περισσότερες φορές είναι και η κλάση στην οποία τελικά τοποθετείται το σημείο.

Στην εικόνα 2.30 βλέπουμε ένα δισδιάστατο πρόβλημα τριών κλάσεων και τις διαχωριστικές ευθείες. Επίσης παρουσιάζεται και η διαδικασία της κατάταξης ενός σημείου.



Εικόνα 2.31 Δισδιάστατο πρόβλημα τριών κλάσεων που διαχωρίζονται με τη μέθοδο. (Καλαθάκης, 2010)

Η ευθεία ε_1 διαχωρίζει τις κλάσεις 1-2, η ε_2 τις 1-3 και η ε_3 τις 2-3. Το σημείο Α με βάση τη συνάρτηση απόφασης των 1-2 (ευθεία ε_1) κατατάσσεται στην κλάση 2, ενώ με βάση την ε_2 στην κλάση 1. Τέλος με βάση την ευθεία ε_3 κατατάσσεται στην κλάση 2. Άρα, συγκεντρωτικά έχουμε:

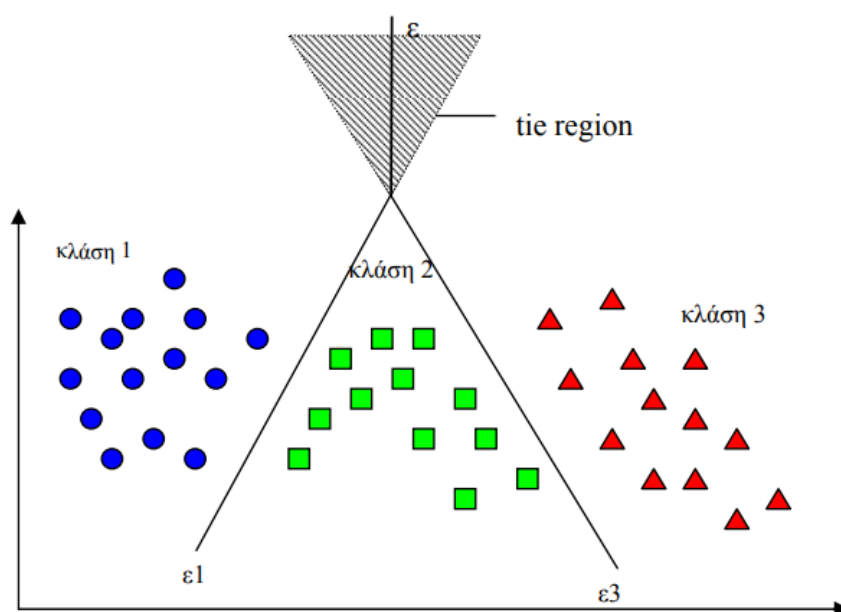
Πίνακας 1 Κατάταξη του σημείου Α στις κλάσεις του παραδείγματος στην εικόνα 2.30.

	Κλάση 1	Κλάση 2	Κλάση 3
Ευθεία ε_1	0	1	0
Ευθεία ε_2	1	0	0
Ευθεία ε_3	0	1	0
Σύνολο	1	2	0

Από τον πίνακα βλέπουμε πως το σημείο Α κατατάχθηκε 2 φορές στην κλάση 2 που είναι και ο μεγαλύτερος αριθμός κατατάξεων σε μία κλάση. Άρα, τελικά το σημείο Α κατατάσσεται σωστά στην κλάση 2.

Σε πολλές περιπτώσεις με την εφαρμογή αυτής της διαδικασίας έχουμε περιοχές αλληλοεπικάλυψης (tie regions) όπως φαίνεται στην εικόνα 2.32. Σε αυτές τις περιπτώσεις ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Οι συναρτήσεις (ευθείες στο παράδειγμά μας) που ευθύνονται για την αλληλοεπικάλυψη, αντικαθίστανται με μία μόνο ευθεία στην περιοχή αλληλοεπικάλυψης. Στην εικόνα 2.32 φαίνεται η περιοχή αλληλοεπικάλυψης (διαγραμμισμένη περιοχή), καθώς και η ευθεία αντικατάστασης ε .



Εικόνα 2.32 Περιοχή αλληλοεπικάλυψης (tie region) και η ευθεία αντικατάστασης. (Καλαθάκης, 2010)

Σε επόμενο κεφάλαιο θα προταθεί μια τεχνική που αντιμετωπίζει το πρόβλημα αυτό υπολογιστικά. Δηλαδή, στην περίπτωση που δύο (ή και παραπάνω κλάσεις) ισοψηφούν, πως θα αποφασιστεί η κλάση κατάταξης του σημείου. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.10 DAGSVM

Η μέθοδος αυτή ακολουθεί τη λογική του δέντρου απόφασης. Τα φύλλα του “δέντρου” αντιπροσωπεύουν τις κλάσεις του προβλήματός μας και τα κλαδιά τη κατεύθυνση που θα ακολουθήσουμε κατά την κατάταξη ενός σημείου ώστε να φτάσουμε στο φύλλο (κλάση). Τα σημεία που ξεκινούν τα κλαδιά ονομάζονται κόμβοι και αντιπροσωπεύουν τις συναρτήσεις απόφασης. Έτσι, κάθε κόμβος έχει 0-2 κλαδιά που αναχωρούν από αυτόν. Σε ένα πρόβλημα k κλάσεων υπάρχουν k φύλλα και $k(k-1)/2$ κόμβοι. Η διαδικασία της εκπαίδευσης είναι όμοια με αυτή της μεθόδου one-against-one. Για να κατατάξουμε ένα σημείο ξεκινάμε από τη “ρίζα” του δέντρου και υπολογίζουμε τη συνάρτηση απόφασης αυτού το κόμβου (της ρίζας). Ανάλογα με το αποτέλεσμα, κινούμαστε στο αντίστοιχο κλαδί από αυτά που αναχωρούν από τη ρίζα. Στη συνέχεια συναντάμε τον επόμενο κόμβο, υπολογίζουμε τη συνάρτηση απόφασης του και πάλι ανάλογα του αποτελέσματος κινούμαστε στο αντίστοιχο κλαδί που αναχωρεί από τον κόμβο αυτό. Προχωράμε έτσι ως ότου καταλήξουμε σε κάποιο φύλλο και κατατάσσουμε το σημείο στην κλάση που αντιστοιχεί στο φύλλο που καταλήξαμε.

Η διαδικασία της εκπαίδευσης καταναλώνει τον ίδιο χρόνο με της μεθόδου one-against-one αλλά η διαδικασία της κατάταξης χρειάζεται λιγότερο χρόνο. Όμως, η μέθοδος αυτή δε μπορεί να αντιμετωπίσει τις καταστάσεις αλληλοεπικάλυψης των ορίων των κλάσεων (tie regions). (Καλαθάκης, 2010)

2.5.11 Αξιολόγηση των μεθόδων

Έχει παρατηρηθεί με τη χρήση των παραπάνω μεθόδων σε διάφορα προβλήματα ότι η επιτυχία όλων των παραπάνω μεθόδων είναι παραπλήσια και έτσι δε μπορεί να βγει κάποιο στατιστικό συμπέρασμα για το αν υπερτερεί κάποια εξ' αυτών. Ακόμα, η one-against-all και η all-together, χρησιμοποιούν όλα τα σημεία εκπαίδευσης κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης και για αυτό η διαδικασία αυτή απαιτεί αρκετό χρόνο. Όσον αφορά στο χρόνο εκπαίδευσης, παρατηρήθηκε πως η one-against-one και η DAGSVM είναι οι καλύτερες. Με βάση την παρατήρηση της συμπεριφοράς των μεθόδων αυτών σε διάφορα προβλήματα προτείνεται η χρήση των one-against-one και DAGSVM. (Καλαθάκης, 2010)

2.5.12 Εφαρμογές Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης

Οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης έχουν εφαρμογές σε διάφορους τομείς. Ενδεικτικά αναφέρονται οι εξής:

- Αναγνώριση προτύπων: Οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης χρησιμοποιούνται ευρέως στην αναγνώριση εικόνας, ήχου, κειμένου και γραφικού χαρακτήρα. Ενδεικτικά θα αναφερθεί η αναγνώριση προσώπων. Η εικόνα ενός προσώπου το οποίο και θα πρέπει να αναγνωρισθεί μεταξύ διαφόρων άλλων μιας βάσης δεδομένων, αρχικά ψηφιοποιείται σε $n \times n$ pixels δημιουργώντας έτσι ένα διάνυσμα $x \in R^{n^2}$. Ο αλγόριθμος SVM με βάση τα αντίστοιχα διανύσματα που είναι ήδη καταχωρημένα ταξινομεί την άγνωστη εικόνα και την αντιστοιχίζει σε κάποια από τις γνωστές.

- Βιοπληροφορική: Αρχικά να αναφερθεί πως Βιοπληροφορική είναι ο κλάδος που επεξεργάζεται δεδομένα μοριακής βιολογίας όπως DNA και RNA ακολουθίες. Στον κλάδο αυτό οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης έχουν χρησιμοποιηθεί για να ταξινομήσουν γονιδιακές ακολουθίες όπως για παράδειγμα σε καρκινικές ή μη καρκινικές.
- Ιατρική διάγνωση: Στην περίπτωση αυτή κάθε ασθενής χαρακτηρίζεται από τα συμπτώματά του. Το διάνυσμα των συμπτωμάτων του με τη βοήθεια των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε μία από τις ασθένειες που υπάρχουν σε κάποια βάση δεδομένων, τα συμπτώματα των οποίων είναι γνωστά.
- Χρηματοοικονομικά: Μία τράπεζα προκειμένου να αποφασίσει θετικά ή αρνητικά για την χορήγηση ενός δανείου πρέπει αρχικά να συλλέξει πληροφορίες που περιγράφουν επαρκώς τον πελάτη. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι για παράδειγμα το εισόδημά του, η ηλικία του, η λήψη άλλων δανείων στο παρελθόν, η έγκαιρη ή μη έγκαιρη αποπληρωμή τους, η περιουσιακή και οικογενειακή του κατάσταση. Όλα τα παραπάνω στοιχεία είναι οι συνιστώσες ενός πολυδιάστατου διανύσματος που αποτελεί την ταυτότητα του πελάτη για την τράπεζα. Με βάση τα αντίστοιχα στοιχεία προηγούμενων δανειοληπτών και με τη χρήση μιας μηχανής διανυσμάτων υποστήριξης οι πελάτες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε δύο κατηγορίες: σε φερέγγυους και αφερέγγυους. Με τον τρόπο αυτό κάθε νέος πελάτης μπορεί να ταξινομηθεί σε μία από τις παραπάνω κατηγορίες ώστε να παρθεί η τελική απόφαση από το χρηματοοικονομικό τμήμα της τράπεζας για το αν θα χορηγηθεί ή όχι το δάνειο.

Οι παραπάνω εφαρμογές δεν περιορίζουν τη χρήση των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης στα συγκεκριμένα επιστημονικά πεδία. Αποτελούν μόνο ένα μικρό δείγμα που κάνει αντιληπτή την μεγάλη χρησιμότητα και ποικιλομορφία εφαρμογών τους. (Καλαθάκης, 2010)

2.6 EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION (EMD)

Η μέθοδος EMD (Empirical Mode Decomposition) αναπτύχθηκε από τον Huang το 1998 και αποτελεί ένα νέο και αποτελεσματικό εργαλείο ανάλυσης μη γραμμικών και μη στάσιμων - σημάτων. Με την μέθοδο αυτή ένα σύνθετο σήμα μπορεί με ευκολία να αποσυντεθεί σε ένα πεπερασμένο σύνολο ταλαντώσεων μηδενικής μέσης τιμής που ονομάζονται εγγενείς συναρτήσεις ή Intrinsic Mode Functions (IMF), των οποίων η στιγμιαία συχνότητα υπολογίζεται από τον μετασχηματισμό Hilbert Huang. Τα IMFs πρέπει να ικανοποιούν κάποιες προϋποθέσεις. Ουσιαστικά η μέθοδος αυτή είναι ο εμπειρικός προσδιορισμός των εγγενών ταλαντεύσεων σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές, και στη συνέχεια η αποσύνθεση των δεδομένων. Βέβαια για να μπορέσει να γίνει η αποσύνθεση πρέπει τα σήματα να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες όπως να έχουν τουλάχιστον δύο ακρότατα (ένα ελάχιστο και ένα μέγιστο). Ουσιαστικά οι IMF αναδεικνύουν την επαναληψιμότητα στην συμπεριφορά του σήματος, σε δεδομένη χρονική κλίμακα. Όπως ο μετασχηματισμός Fourier ή Wavelet, η εμπειρική λειτουργία αποσύνθεσης (EMD) μειώνει ένα σήμα χρόνου σε ένα σύνολο βασικών σημάτων. Σε αντίθεση με τους μετασχηματισμούς Fourier ή Wavelet, ωστόσο, οι βασικές συναρτήσεις προέρχονται από τα ίδια τα δεδομένα. Κατά συνέπεια, τα αποτελέσματα διατηρούν πλήρως την μη στασιμότητα του υπό εξέταση σήματος. Η στιγμιαία συχνότητα και το πλάτος του σήματος προσδιορίζονται από την εφαρμογή του μετασχηματισμού Hilbert στις IMF. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται μετασχηματισμός Hilbert-Huang (HHT). Τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι η προσαρμοστικότητα της και το γεγονός ότι είναι τα αποτελέσματά της καθοδηγούνται από την

φύση των δεδομένων που εισάγουμε, χωρίς να απαιτείται εκ των προτέρων επιλογή λειτουργίας συνάρτησης για την αποσύνθεση του σήματος. (Maheshwari & Kumar, 2014)

2.6.1 Αρχή λειτουργίας του EMD

Η μέθοδος EMD αποτελεί μία τεχνική αποσύνθεσης μη γραμμικών και μη στάσιμων σημάτων σε ένα AM-FM σήμα μηδενικής μέσης τιμής που ονομάζεται εγγενής συνάρτηση (IMF), με τρόπο που προσαρμόζεται πλήρως στα δεδομένα. Η αρχή λειτουργίας του EMD προέρχεται από την απλή υπόθεση πως κάθε σήμα αποτελείται από ένα σύνολο εγγενών συναρτήσεων (IMF), όπου κάθε μία από αυτές αντιπροσωπεύει μία ενσωματωμένη χαρακτηριστική ταλάντωση σε ξεχωριστή κλίμακα χρόνου. (Maheshwari & Kumar, 2014)

2.6.2 Ο αλγόριθμος του EMD

Ο αλγόριθμος του EMD αποσυνθέτει προσαρμοστικά ένα σύνθετο σήμα $x(t)$ σε L εγγενείς συναρτήσεις (IMF), $h_{(i)}(t)$, $1 \leq i \leq L$,

$$x(t) = \sum_{i=1}^L h_{(i)}(t) + r(t)$$

όπου $r(t)$ είναι ένα υπόλοιπο το οποίο είναι μία μεταβαλλόμενη συνάρτηση με μη μηδενική μέση τιμή, και με ελάχιστα ακρότατα. Η βασική έννοια του EMD είναι να προσδιορίσει τις κατάλληλες χρονικές κλίμακες που αποκαλύπτουν τα φυσικά χαρακτηριστικά του σήματος και στη συνέχεια να αποσυνθέσει το σήμα σε τρόπους εγγενείς στη λειτουργία. Αυτές οι λειτουργίες αναφέρονται

ως εγγενείς συναρτήσεις (IMF). Οι IMF είναι ουσιαστικά σήματα που πληρούν τις παρακάτω προδιαγραφές:

- 1) Σε όλο το σύνολο δεδομένων, ο αριθμός των ακρότατων και ο αριθμός των σημείων που περνούν από το μηδέν, πρέπει να είναι είτε ίδιος είτε να διαφέρει το πολύ κατά ένα.
- 2) Η μέση τιμή των σημείων που ορίζονται από τον μέσο όρο της καμπύλης που περνά από όλα μέγιστα και της καμπύλης που περνά από όλα τα ελάχιστα είναι μηδέν.

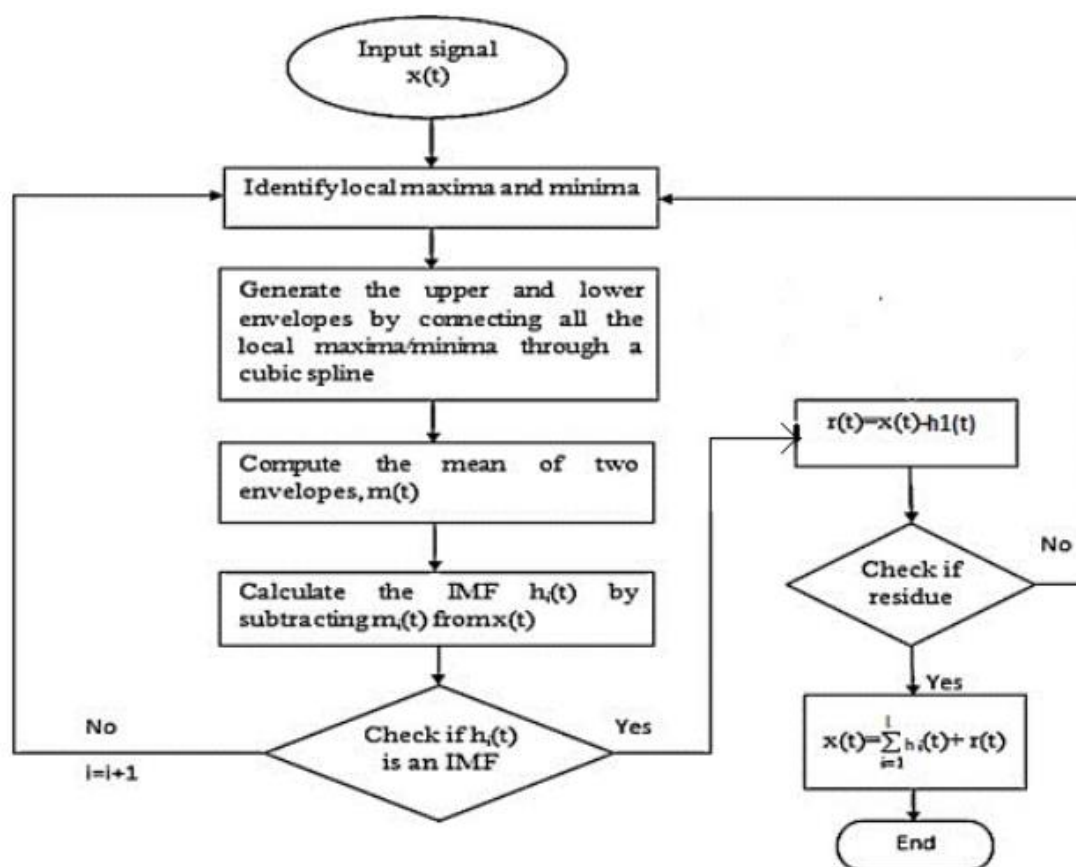
Βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος:

1. Εύρεση όλων των ακρότατων του σήματος $x(t)$.
2. Γίνεται ανάλυση envelope για τις ανώτατες $e_u(t)$ και τις κατώτατες τιμές $e_l(t)$, μέσω κυβικής παρεμβολής (cubic spline interpolation) στα ακρότατα που βρέθηκαν στο βήμα 1.
3. Υπολογισμός της συνάρτησης μέσης τιμής για το ανώτατο και το κατώτατο envelope $m_1(t) = e_u(t) + e_l(t) / 2$.
4. Έστω $d_1(t) = x(t) - m_1(t)$. Εάν η $d_1(t)$ είναι μία συνάρτηση με μηδενική μέση τιμή, τότε η επανάληψη σταματά και η $d_1(t)$ θεωρείται ως η πρώτη IMF, δηλαδή $h_1(t) = d_1(t)$.
5. Εάν η $d_1(t)$ είναι μία συνάρτηση με μη μηδενική μέση τιμή, τότε αυτή θεωρείται ως το νέο σήμα όπου υποβάλλεται επαναλαμβανόμενα στα βήματα 1-4 έως ότου προκύψει μία IMF. Δηλαδή μέχρι η μέση τιμή της συνάρτησης $d_1(t)$ να γίνει 0.

Για να μπορεί να διατηρηθεί η διαμόρφωση πλάτους και συχνότητας στις IMF, εφαρμόζεται ένα κριτήριο διακοπής στον αριθμό των επαναλήψεων. Μόλις παραχθεί η πρώτη IMF $h_1(t)$, οι υπόλοιπες IMF παράγονται εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία στο σήμα που έχει απομείνει (residual signal). Το σήμα που έχει απομείνει ορίζεται ως εξής,

$$r_1(t) = x(t) - h_1(t)$$

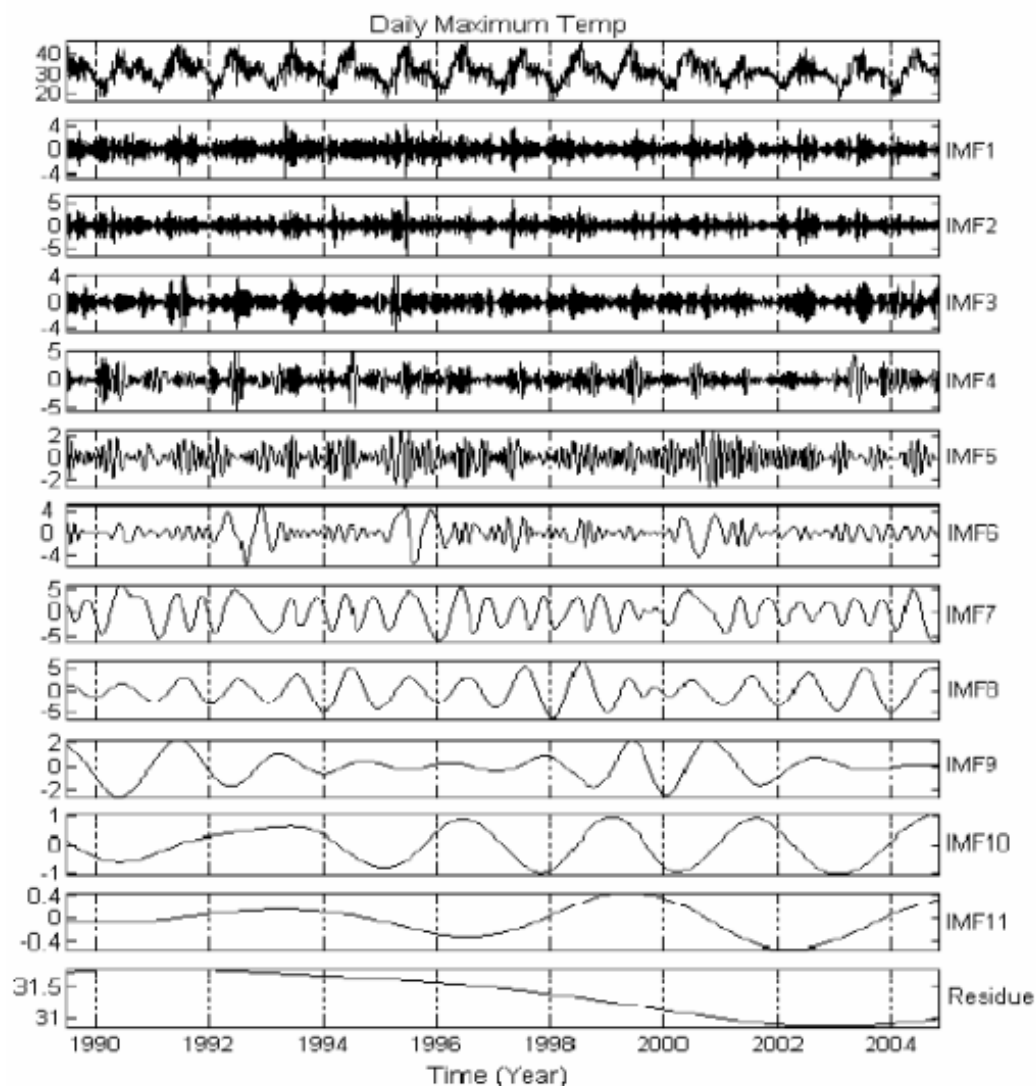
Το σήμα που έχει απομείνει περιέχει πληροφορίες για το στοιχείο χαμηλότερης συχνότητας. Η επαναληπτική διαδικασία θα συνεχιστεί ώσπου το σήμα που απομένει να είναι μία σταθερά, μία μονότονη συνάρτηση ή μια συνάρτηση με μόνο ένα μέγιστο και ελάχιστο από την οποία δεν υπάρχει δυνατότητα να προκύψει κάποια IMF. Το τελικό αυτό σήμα που απομένει ορίζεται ως υπόλειμμα ή residue. Στο τέλος της διαδικασίας αποσύνθεσης, το αρχικό, με θόρυβο σήμα $x(t)$ μπορεί να παρουσιαστεί σαν άθροισμα των IMF συν το υπόλειμμα (residue).



Εικόνα 2.33 Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου EMD. (Maheshwari & Kumar, 2014)

Η διαδικασία του EMD μπορεί να εφαρμοστεί για την αποσύνθεση χρονικών σειρών σε ένα σύνολο IMF συν το υπόλειμμα (residue). Με την εφαρμογή του μετασχηματισμού Hilbert σε Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών – Κατασκευαστικός Τομέας

κάθε IMF μπορεί να υπολογιστεί η στιγμιαία συχνότητα και το πλάτος της κάθε IMF. Η όλη διαδικασία ονομάζεται μετασχηματισμός Hilbert Huang. (Maheshwari & Kumar, 2014)



Εικόνα 2.34 Απεικόνιση της αποσύνθεσης ενός πραγματικού σήματος σε IMF και residue με την χρήση EMD. (Maheshwari & Kumar, 2014)

Η σημαντικότητα της μεθόδου EMD

Η μέθοδος EMD αποσυνθέτει το σήμα παραμένοντας στο πεδίο του χρόνου. Η διαδικασία αυτή είναι πολύ χρήσιμη για την ανάλυση σημάτων που προέρχονται από πραγματικές εφαρμογές, τα οποία ως επί το πλείστο είναι μη γραμμικά και μη στάσιμα. Ουσιαστικά με την EMD φιλτράροντας το σήμα παράγονται συναρτήσεις οι οποίες αποτελούν μια ολοκληρωμένη και σχεδόν ορθογώνια βάση του αρχικού σήματος. Οι συναρτήσεις αυτές, γνωστές και ως IMF διασφαλίζουν την πληρότητα και έτσι επαρκούν για να περιγράψουν το σήμα. Η σπουδαιότητα της μεθόδου βασίζεται στο γεγονός ότι οι συναρτήσεις που αποδομούν το αρχικό σήμα, βρίσκονται και αυτές στο πεδίο του χρόνου και μάλιστα στο ίδιο μήκος χρόνου που τοποθετείται και το αρχικό σήμα, διασφαλίζοντας έτσι την διατήρηση των διαφορετικών συχνοτήτων του στον χρόνο. Η ιδιότητα αυτή είναι κάτι που δεν μπορεί να επιτευχθεί με ακρίβεια στους μετασχηματισμούς Fourier και Wavelet. Γενικότερα, το συνολικό αποτέλεσμα της αποσύνθεσης είναι η διαδοχική αφαίρεση των υψηλότερων συχνοτήτων από ένα σήμα. (Maheshwari & Kumar, 2014)

Εφαρμογές της μεθόδου

Ο αλγόριθμος της EMD αποσυνθέτει ένα σήμα σε ένα σύνολο εγγενών συναρτήσεων (IMF). Αξίζει να σημειωθεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου σε μεγάλο εύρος εφαρμογών αλλά και η απλότητά της. Λόγω της εντυπωσιακής απόδοσής της, η μέθοδος EMD έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πληθώρας προβλημάτων στους τομείς της μηχανικής, των μαθηματικών και γενικότερα των θετικών επιστημών. Μερικά παραδείγματα χρήσης της μεθόδου είναι η ανάλυση βιολογικών σημάτων, η αφαίρεση θορύβου από σήματα, αλλά και η πρόβλεψη των τιμών υγρών καυσίμων. (Maheshwari & Kumar, 2014)

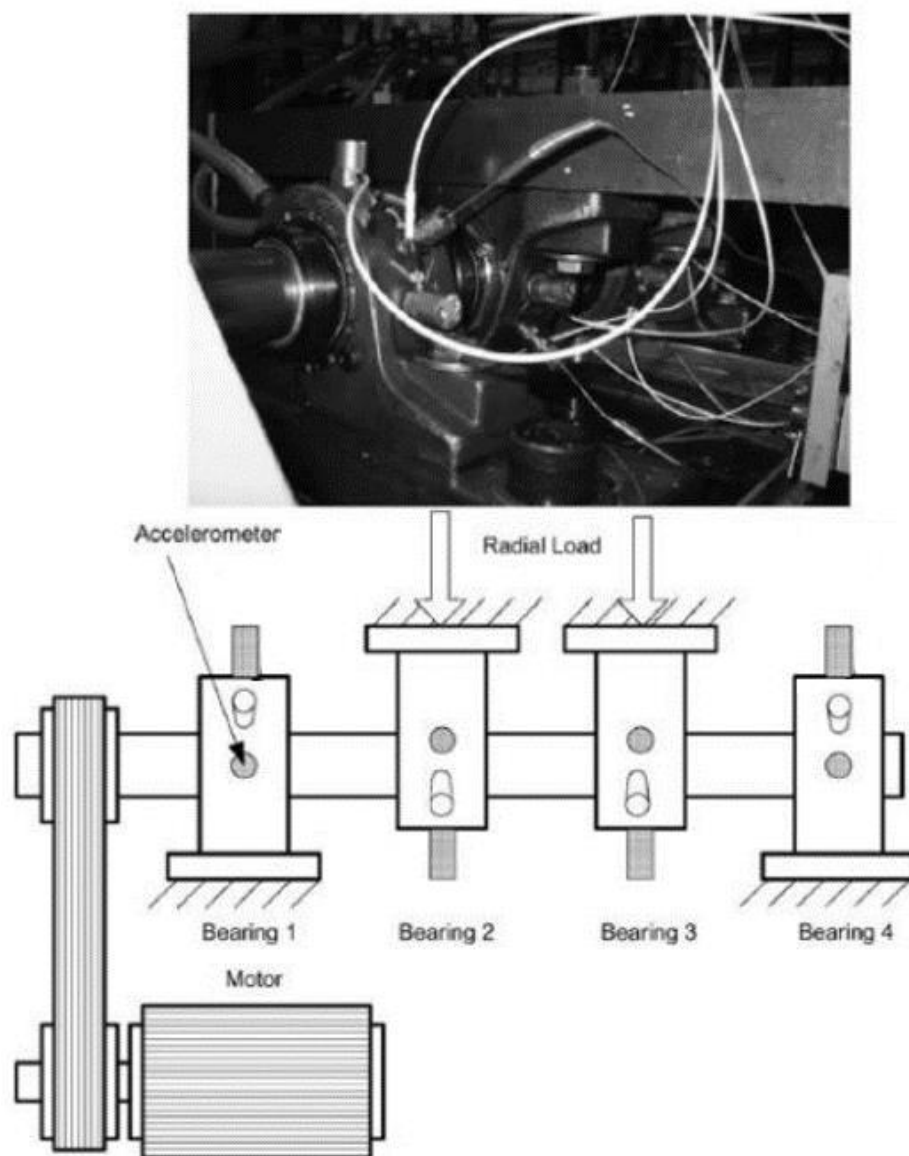
3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στην εργασία αυτή μελετάται το σήμα ταλάντωσης από έδρανα κύλισης, τα οποία παρουσιάζουν βλάβη. Σκοπός μας είναι η ανάλυση του σήματος αυτού έτσι ώστε να αναπτυχθεί κατάλληλος αλγόριθμος που θα ανιχνεύει την ύπαρξη βλάβης στα στοιχεία αυτά. Το σήμα που χρησιμοποιήθηκε αποτελείται από πειραματικά δεδομένα που λήφθηκαν από πείραμα που πραγματοποιήθηκε από το NSF I/UCR Center for Intelligent Maintenance Systems (IMS – www.imscenter.net) με την υποστήριξη της Rexnord Corp. in Milwaukee, WI.

3.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Η διάταξη στο πείραμα αυτό περιλαμβάνει τέσσερα ρουλεμάν τα οποία είναι εγκατεστημένα σε έναν άξονα. Η ταχύτητα περιστροφής διατηρείται σταθερή κατά την εκπόνηση του πειράματος, στα 2000 RPM, από ένα κινητήρα AC, ο οποίος μεταδίδει την κίνηση στον άξονα μέσω ιμάντα. Ταυτόχρονα εφαρμόζεται στον άξονα ακτινικό φορτίο 6000 lbs (2721.5 Kg) μέσω μηχανισμού ελατηρίου. Όλα τα ρουλεμάν λιπαίνονται με αντλία λίπανσης.

Τα ρουλεμάν που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα Rexnord ZA-2115 διπλής σειράς κυλίνδρων και φαίνονται πάνω στην διάταξη στην εικόνα 3.1. Τα επιταχυνσιόμετρα που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα PCB 353B33 High Sensitivity Quartz ICP. Να σημειωθεί πως η αστοχία προέκυψε μετά το πέρας την προσδοκώμενης κατασκευαστικής ζωής του που είναι πάνω από 100.000.000 περιστροφές.



Εικόνα 3.1 Πειραματική διάταξη άξονα, ρουλεμάν και αισθητηρίων. (Qiu, et al., 2005)

3.2 ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (DATA STRUCTURE)

Κατά την πειραματική διαδικασία συγκεντρώθηκαν τρία πακέτα δεδομένων όπου το κάθε ένα αναφέρετε σε διαφορετικό πείραμα που καταλήγει σε βλάβη. Κάθε σετ δεδομένων αποτελείται από αρχεία όπου το κάθε ένα από αυτά περιέχει μετρήσεις της ταλάντωσης του ρουλεμάν για 1s. Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 20kHz, έτσι λοιπόν κάθε ένα από τα αρχεία του σετ περιέχει 20480 μετρήσεις ταλάντωσης. Το όνομα του κάθε αρχείου δημιουργήθηκε αυτόματα όταν αυτό παράχθηκε και σηματοδοτεί την ημερομηνία και την ώρα συλλογής του από το σύστημα. Κάθε καταγραφή μέσα στα αρχεία του κάθε σετ, αποτελεί μία μέτρηση. Η συλλογή των δεδομένων έγινε μέσω NI DAQ Card 6062E.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες με τα δεδομένα του κάθε πειράματος:

Πίνακας 2 Στοιχεία για το 1ο σετ δεδομένων - 1ο Πείραμα.

ΣΕΤ No 1	
Διάρκεια καταγραφής	22 Οκτώβριου, 2003 12:06:24 έως 25 Νοέμβριου, 2009 29:39:56
Αριθμός αρχείων	2156
Αριθμός καναλιών	8
Κατανομή καναλιών	Ρουλεμάν 1 – Καν. 1&2, Ρουλεμάν 2 – Καν. 3&4, Ρουλεμάν 3 – Καν. 5&6, Ρουλεμάν 4 – Καν. 7&8
Διάστημα καταγραφής	Ανά 10 λεπτά
Μορφή αρχείου	ASCII
Περιγραφή	Στο τέλος του πειράματος παρουσιάστηκε βλάβη στην εσωτερική δακτύλιο του ρουλεμάν 3 και στους κυλίνδρους του ρουλεμάν 4.

Πίνακας 3 Στοιχεία για το 2ο σετ δεδομένων - 2ο Πείραμα.

ΣΕΤ No 2	
Διάρκεια καταγραφής	12 Φεβρουαρίου, 2004 10:32:39 έως 19 Φεβρουαρίου, 2004 06:22:39
Αριθμός αρχείων	984
Αριθμός καναλιών	4
Κατανομή καναλιών	Ρουλεμάν 1 – Καν. 1, Ρουλεμάν 2 – Καν. 2, Ρουλεμάν 3 – Καν. 3, Ρουλεμάν 4 – Καν. 4
Διάστημα καταγραφής	Ανά 10 λεπτά
Μορφή αρχείου	ASCII
Περιγραφή	Στο τέλος του πειράματος παρουσιάστηκε βλάβη στην εξωτερική δακτύλιο του ρουλεμάν 1.

Πίνακας 4 Στοιχεία για το 3ο σετ δεδομένων - 3ο Πείραμα.

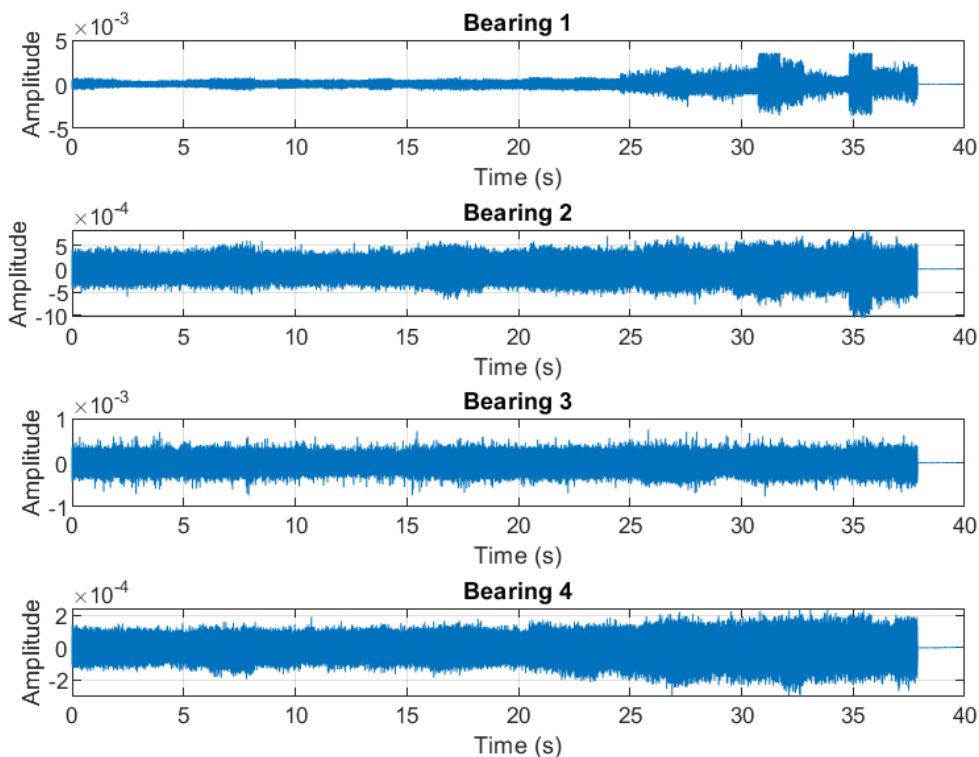
ΣΕΤ No 3	
Διάρκεια καταγραφής	4 Μαρτίου, 2004 09:27:46 έως 4 Απριλίου, 2004 19:01:57
Αριθμός αρχείων	4448
Αριθμός καναλιών	4
Κατανομή καναλιών	Ρουλεμάν 1 – Καν. 1, Ρουλεμάν 2 – Καν. 2, Ρουλεμάν 3 – Καν. 3, Ρουλεμάν 4 – Καν. 4
Διάστημα καταγραφής	Ανά 10 λεπτά
Μορφή αρχείου	ASCII
Περιγραφή	Στο τέλος του πειράματος παρουσιάστηκε βλάβη στην εξωτερική δακτύλιο του ρουλεμάν 3.

Να σημειωθεί πως στο πρώτο πείραμα τοποθετήθηκαν 2 επιταχυνσιόμετρα (μέτρηση σε δύο διευθύνσεις) σε κάθε ρουλεμάν, δηλαδή σύνολο 8 επιταχυνσιόμετρα. Στα επόμενα δύο πειράματα λήφθηκαν μετρήσεις σε μία διεύθυνση, άρα υπήρχαν σύνολο 4 επιταχυνσιόμετρα. Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε προς μελέτη το 2ο σετ δεδομένων.

3.3 ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ

Σε αρχικό στάδιο αναπαραστήσαμε την χρονική απόκριση του σήματος που διαθέτουμε για το 2^ο σετ δεδομένων. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω στο τρίτο σετ δεδομένων έχουμε μετρήσεις σε μία διεύθυνση για κάθε ένα από τα τέσσερα ρουλεμάν. Η διεύθυνση αυτή όπως φαίνεται και στην εικόνα 3.1 είναι σε κλίση 45°.

Η χρονική απόκριση από τα τέσσερα ρουλεμάν φαίνεται στη εικόνα 3.2:



Εικόνα 3.2 Χρονική απόκριση για τα τέσσερα έδρανα από το πείραμα 2.

Να σημειωθεί πως το σήμα και για τα τέσσερα ρουλεμάν είναι αδιάστατο λόγω κανονικοποίησης. Οι μετρήσεις όμως από τα επιταχυνσιόμετρα είναι σε m/s^2 .

Παρατηρώντας τις τέσσερις αποκρίσεις εύκολα μπορεί κανείς να διακρίνει πως:

1. Κατά το τέλος της ζωής του πρώτου ρουλεμάν υπάρχει μεγάλη αύξηση του εύρους στο σήμα.
2. Επίσης συγκρίνοντας τις μέγιστες τιμές των ευρών στα άλλα δύο ρουλεμάν βλέπουμε πως όσο απομακρυνόμαστε από το πρώτο ρουλεμάν, οι τιμές αυτές μειώνονται.

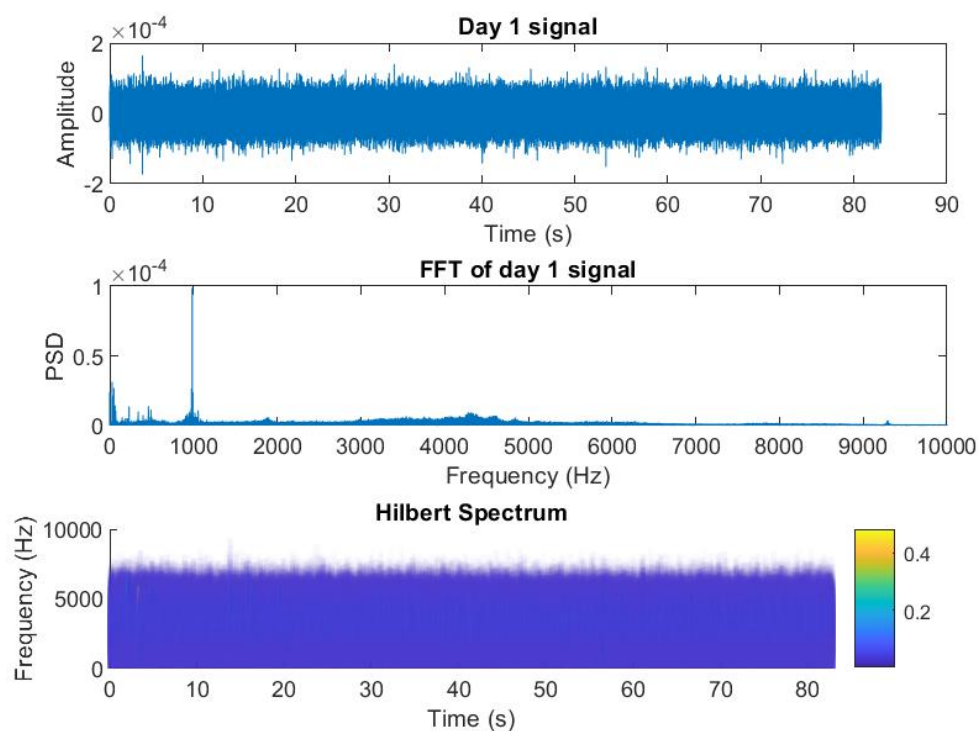
Οι παρατηρήσεις αυτές επιβεβαιώνουν την ύπαρξη βλάβης στο πρώτο έδρανο, όπως ακριβώς περιγράφεται και από τους εκπονητές του πειράματος.

Από αυτό το σημείο και έπειτα, η μελέτη μας εστιάζεται στην επεξεργασία και κατανόηση του σήματος από το πρώτο ρουλεμάν, το οποίο εμφανίζει και την βλάβη. Στόχος μας είναι η εξαγωγή γνώσης μέσα από τα χαρακτηριστικά του σήματος αυτού, με σκοπό την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου που θα αναγνωρίζει την ύπαρξη βλάβης μέσω μηχανικής μάθησης.

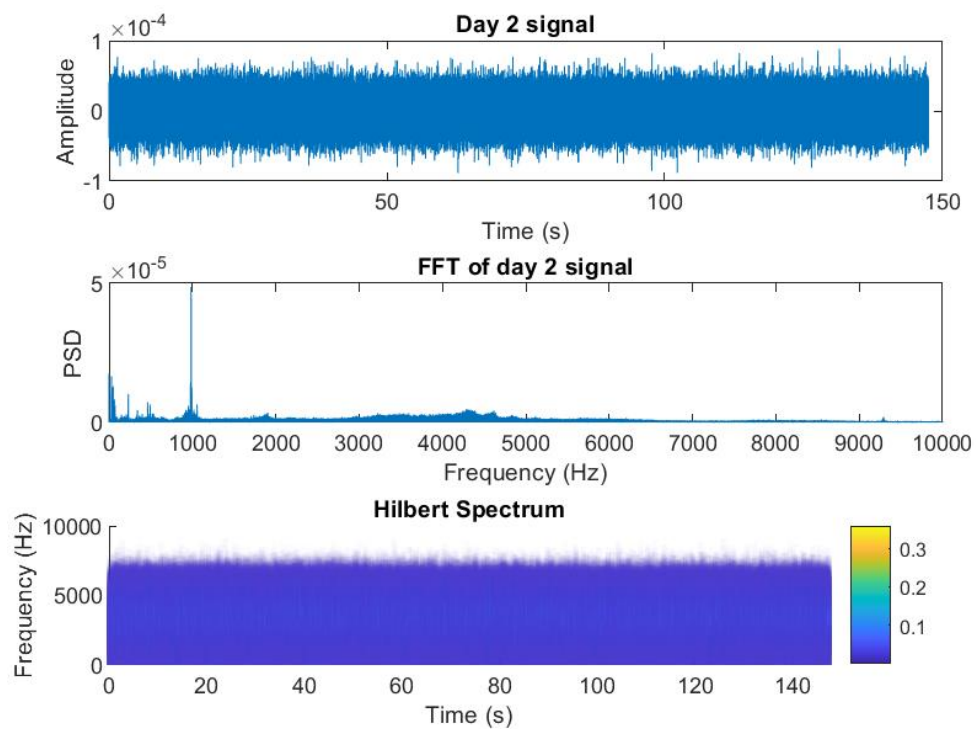
Για να έχουμε καλύτερη εικόνα των χαρακτηριστικών του σήματος από το πρώτο ρουλεμάν, στο βήμα αυτό χωρίσαμε το σήμα χρονικά. Πιο συγκεκριμένα, το όνομα κάθε αρχείου που περιλαμβάνει δεδομένα, χαρακτηρίζει την ημερομηνία και ώρα που αυτό παράχθηκε. Έτσι, αναπτύσσοντας έναν αλγόριθμο που χωρίζει τα αρχεία σύμφωνα με την ονομασία τους, χωρίσαμε το σήμα μας σε οχτώ ημέρες μετρήσεων. Παρακολουθώντας κάθε μία από αυτές, μπορούμε να κατανοήσουμε πολύ καλύτερα τα χαρακτηριστικά του σήματος.

Στο στάδιο αυτό μεταβαίνουμε από το πεδίο του χρόνου, στο πεδίο των συχνοτήτων και του φάσματος. Ειδικότερα, σε κάθε ένα από τα οχτώ σετ δεδομένων (οχτώ ημέρες καταγραφής) εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό Fourier και έπειτα τον μετασχηματισμό Hilbert για να αποκομίσουμε στοιχεία από το συχνοτικό και το φασματικό περιεχόμενο, αντίστοιχα, για την κάθε ημέρα καταγραφής.

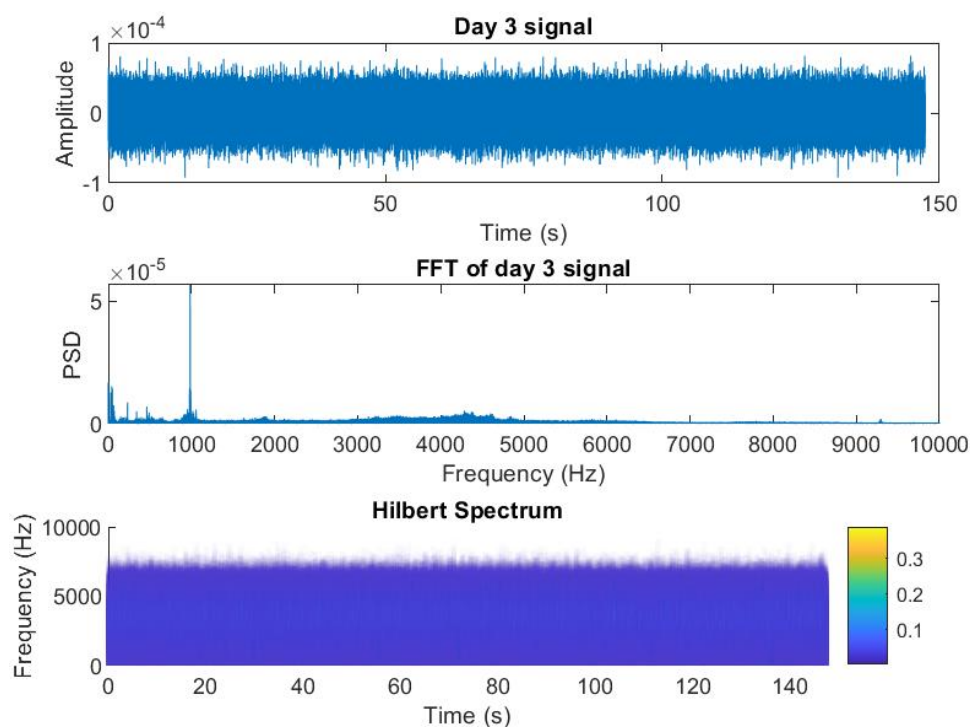
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των μετασχηματισμών Fourier και Hilbert στο σήμα από κάθε ημέρα μέτρησης.



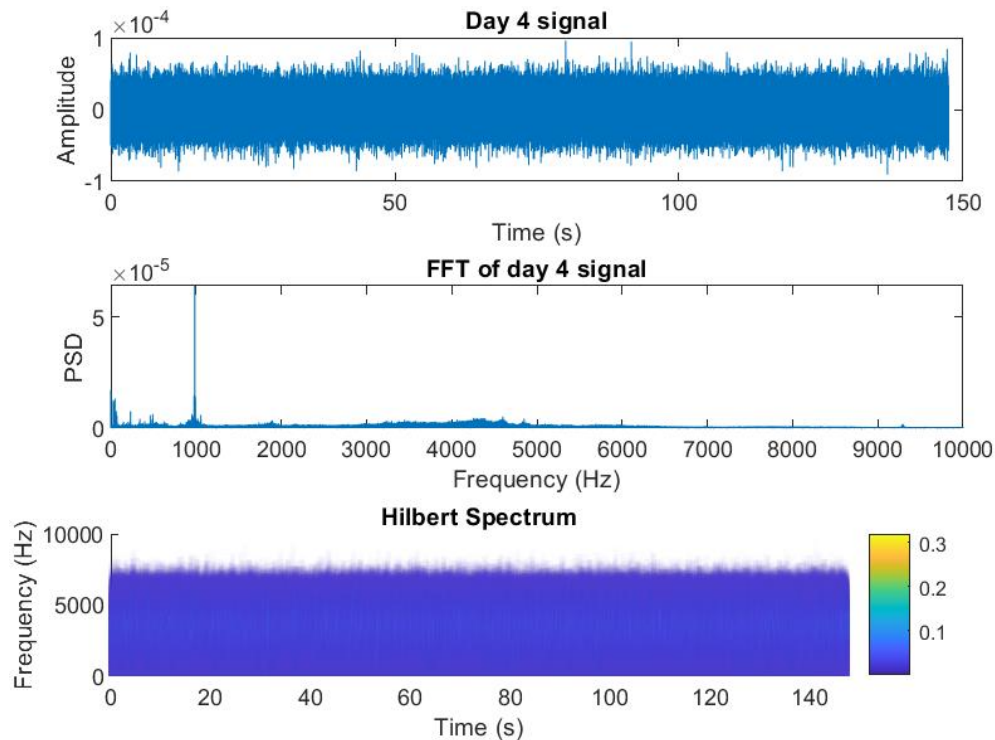
Εικόνα 3.3 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 1η ημέρα καταγραφής.



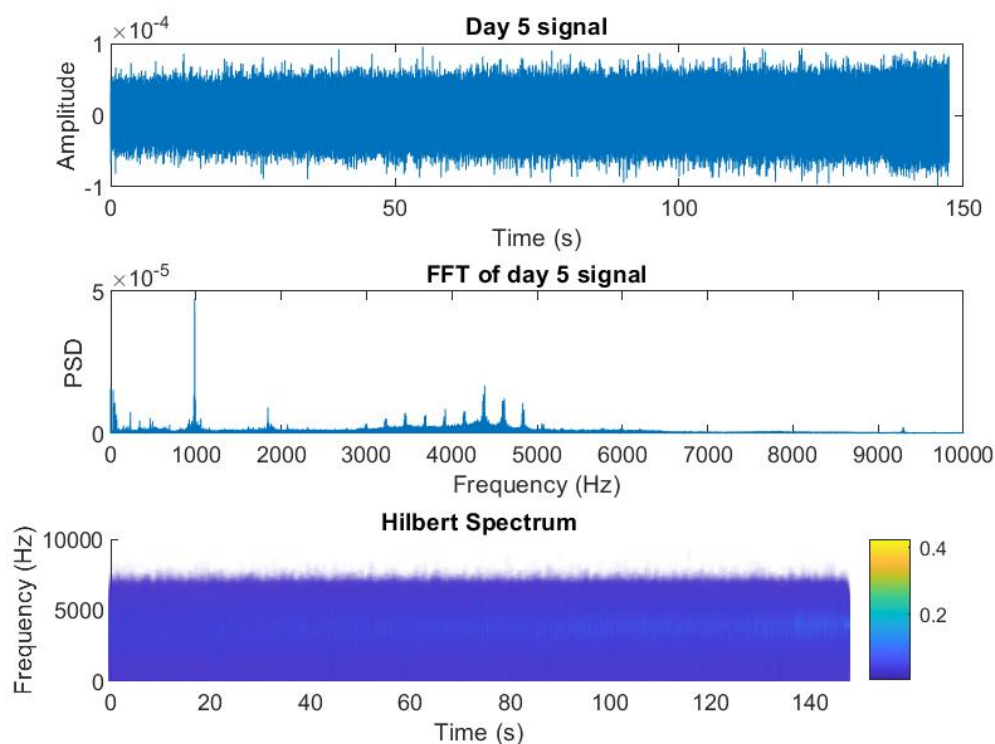
Εικόνα 3.4 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 2η ημέρα καταγραφής.



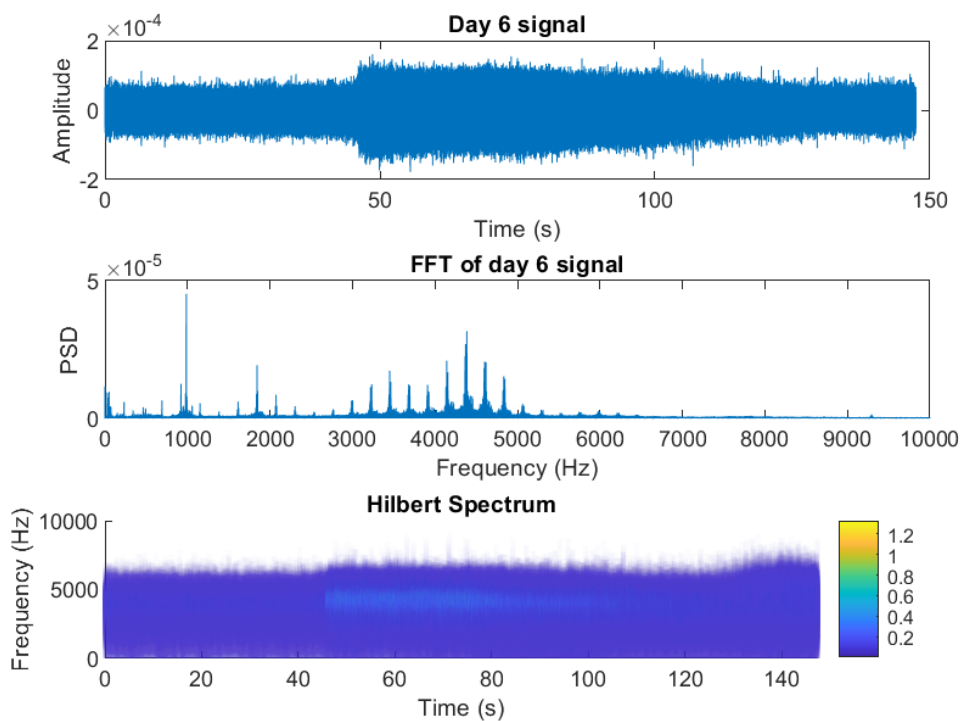
Εικόνα 3.5 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 3η ημέρα καταγραφής.



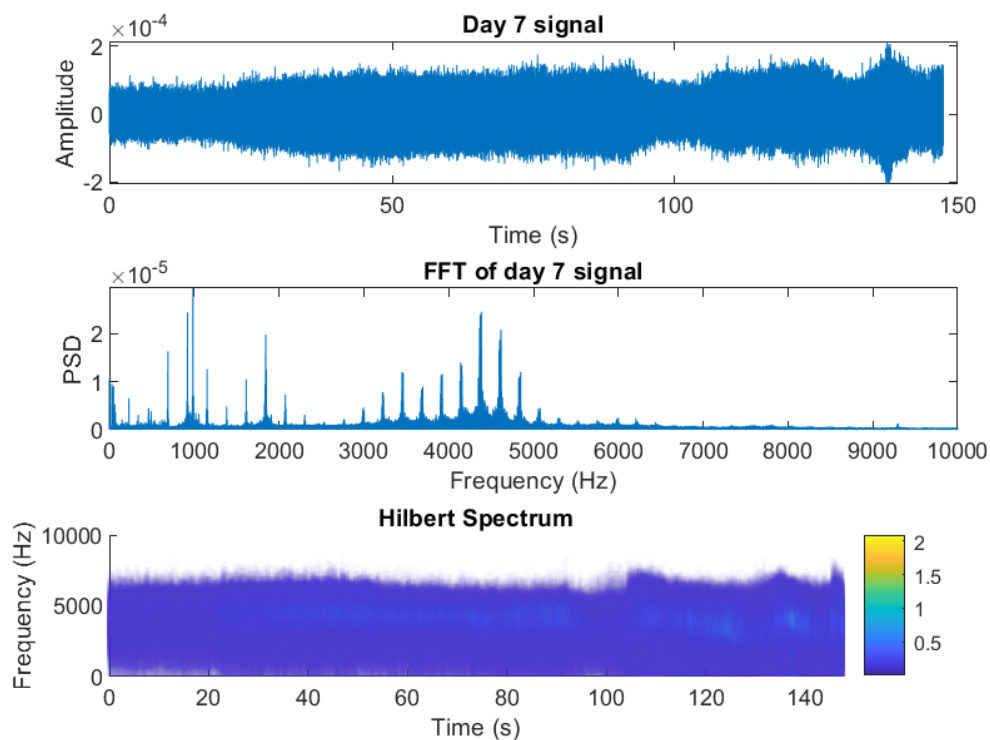
Εικόνα 3.6 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 4η ημέρα καταγραφής.



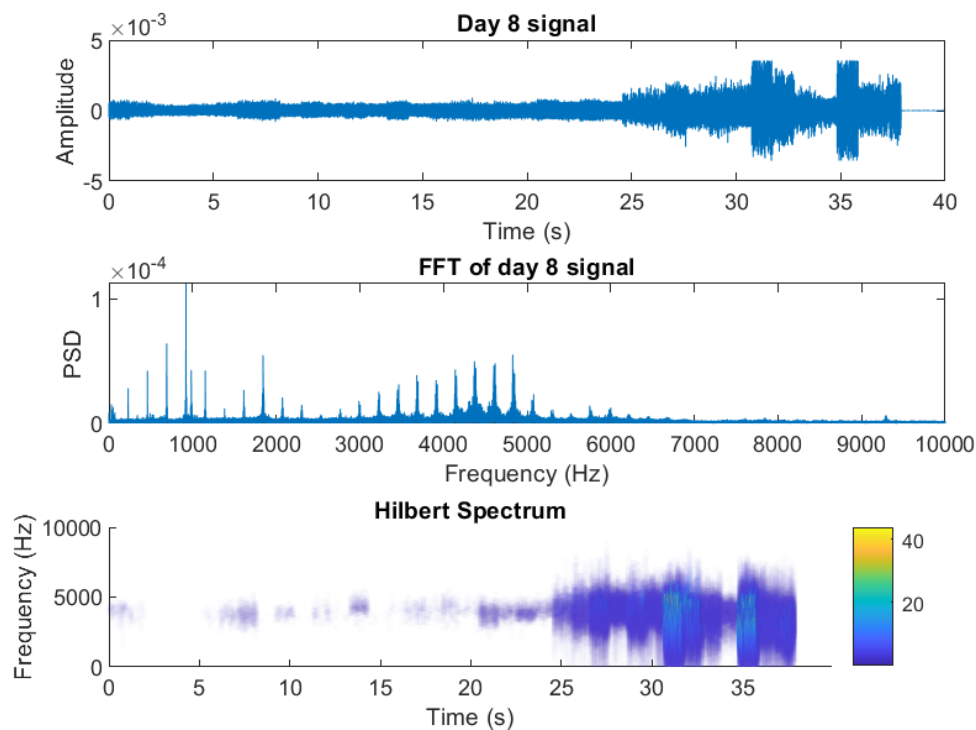
Εικόνα 3.7 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 5η ημέρα καταγραφής.



Εικόνα 3.8 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 6η ημέρα καταγραφής.



Εικόνα 3.9 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 7η ημέρα καταγραφής.



Εικόνα 3.10 Αρχικό σήμα, FFT και μετασχηματισμός Hilbert για την 8η ημέρα καταγραφής.
Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών – Κατασκευαστικός Τομέας

Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα ένα προς ένα διακρίνουμε κάποιες σταδιακές μεταβολές καθώς προχωράμε από την πρώτη στην όγδοη ημέρα.

Πιο συγκεκριμένα, θα μπορούσαμε να χωρίσουμε το σήμα σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος ξεκινάει από την ημέρα 1 και τελειώνει στην ημέρα 4, ενώ το δεύτερο μέρος ξεκινάει από την ημέρα 5 και τελειώνει στην ημέρα 8.

Στο πρώτο μέρος, δηλαδή στις πρώτες τέσσερις ημέρες μετρήσεων, εύκολα διακρίνουμε πως το εύρος του σήματος διατηρείτε στα ίδια όρια, ενώ το συχνοτικό και φασματικό περιεχόμενό του παραμένει σταθερό, χωρίς σημαντικές διακυμάνσεις και σχεδόν πανομοιότυπο και στις τέσσερις πρώτες ημέρες.

Από την άλλη πλευρά, στο δεύτερο μέρος του σήματος διακρίνουμε μια διαφορετική συμπεριφορά. Ειδικότερα, στην πέμπτη μέρα παρατηρούμε μία γραμμική αύξηση του εύρους του σήματος μας, ενώ στο FFT διάγραμμα βλέπουμε πως έχουν δημιουργηθεί κάποια νέα συχνοτικά στοιχεία στις συχνότητες 3000-5000Hz. Επίσης, στο φάσμα της πέμπτης ημέρας, κατά τα τελευταία δευτερόλεπτα, παρατηρούμε αύξηση της ενέργειας του φάσματος, μεταβολή που δικαιολογείται αν λάβουμε υπόψη μας και το αυξημένο εύρος ταλάντωσης στην συγκεκριμένη χρονική περιοχή. Στη συνέχεια, μελετώντας τα διαγράμματα για την έκτη και την έβδομη ημέρα, είναι εμφανές πως η αύξηση του πλάτους στο σήμα έχει διπλασιαστεί, συνεπώς η ταλάντωση του στοιχείου (εδράνου) ισχυροποιείται, ενώ παράλληλα προστίθενται νέα συχνοτικά στοιχεία. Αξίζει να σημειωθεί πως, η ενέργεια στο φάσμα, κατά την έκτη και έβδομη ημέρα γιγαντώνεται στα προϋπάρχοντα συχνοτικά στοιχεία, που παρουσιάστηκαν κατά την πέμπτη ημέρα. Αυτό είναι κάτι που φαίνεται τόσο στο διάγραμμα Fourier όσο και στο διάγραμμα Hilbert, των ημερών αυτών. Τέλος, στα διαγράμματα της όγδοης ημέρας η βλάβη είναι εμφανής. Το εύρος του σήματος φτάνει

να είναι σχεδόν πενήντα φορές μεγαλύτερο από αυτό των πρώτων τεσσάρων ημερών, και η ενέργεια στο συχνοτικό περιεχόμενο είναι φανερά αυξημένη.

Είναι λοιπόν φανερή η ύπαρξη βλάβης στο έδρανο αν μελετήσει κανείς βήμα προς βήμα τις μεταβολές τόσο στο εύρος, όσο και στην ενέργεια του συχνοτικού περιεχομένου του σήματος.

Οι μεταβολές που περιεγράφηκαν παραπάνω αποτελούν στοιχεία που υποδηλώνουν την ύπαρξη φοράς και έπειτα βλάβης στα έδρανα.

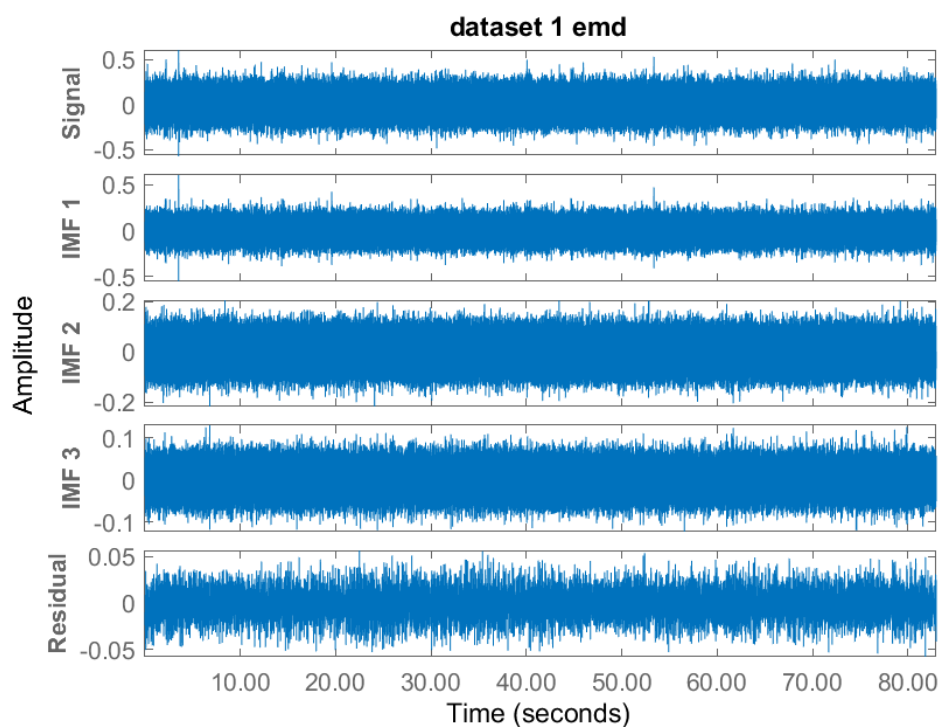
3.4 ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗ ΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ EMD (EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION)

Για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς των εδράνων θα ακολουθήσουμε ένα ακόμα βήμα αυτό θα είναι να κάνουμε αποσύνδεση του σήματος με την μέθοδο EMD.

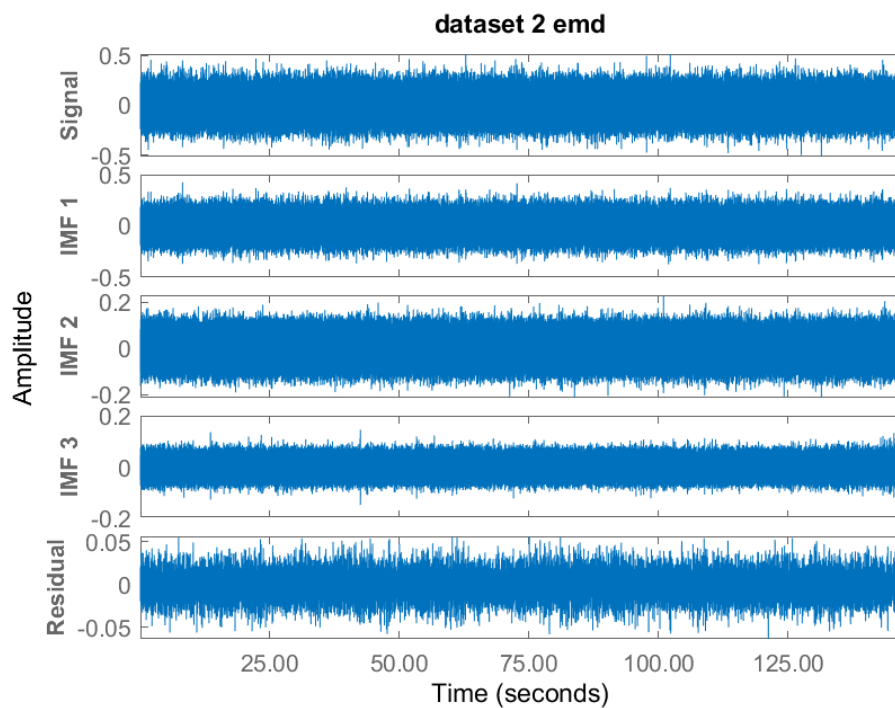
Λίγα λόγια για την εφαρμογή της μεθόδου στο σήμα μας:

Τα βασικά θεωρητικά στοιχεία της μεθόδου EMD έχουν αναφερθεί εκτενέστερα στο θεωρητικό κομμάτι της εργασίας. Σε αυτή την εργασία θα πραγματοποιήσουμε αποσύνδεση του σήματος σε πέντε επίπεδα.

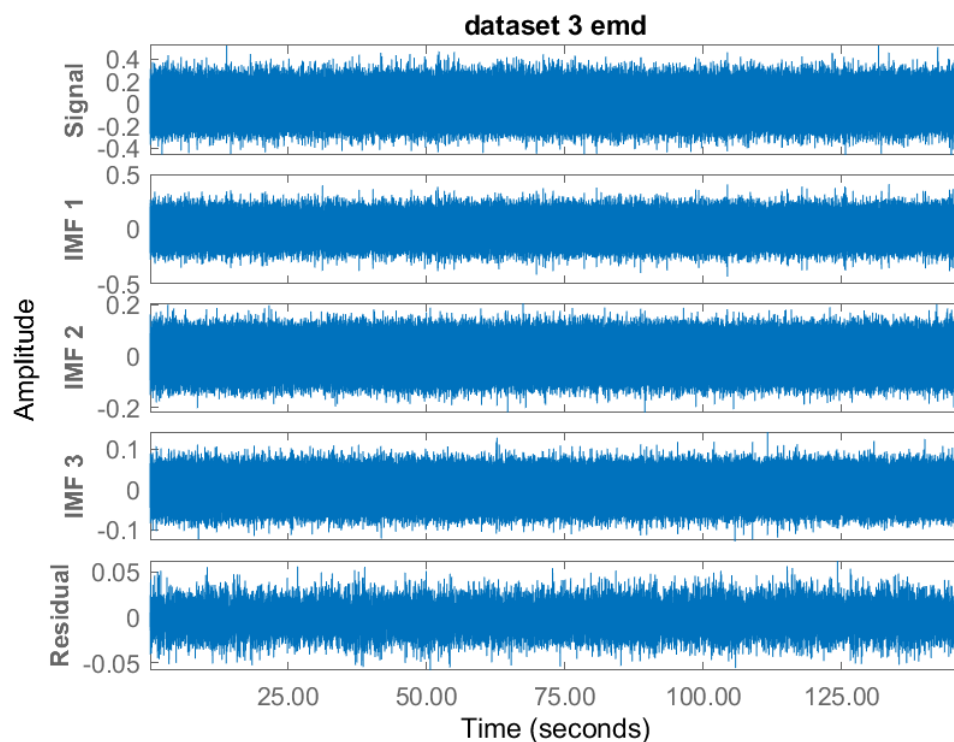
Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης του σήματος για κάθε ημέρα:



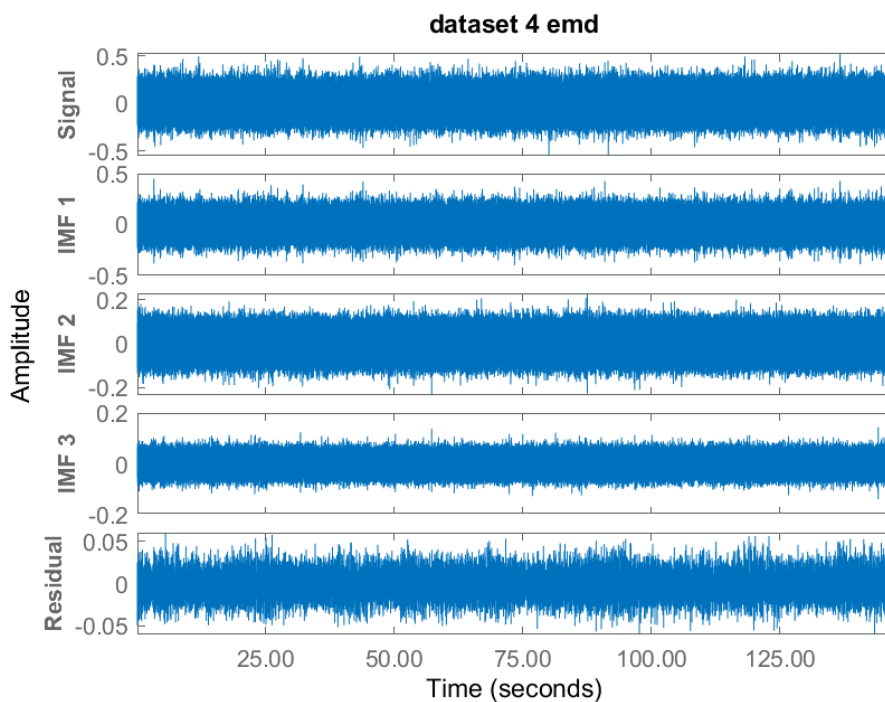
Εικόνα 3.11 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 1ης ημέρας.



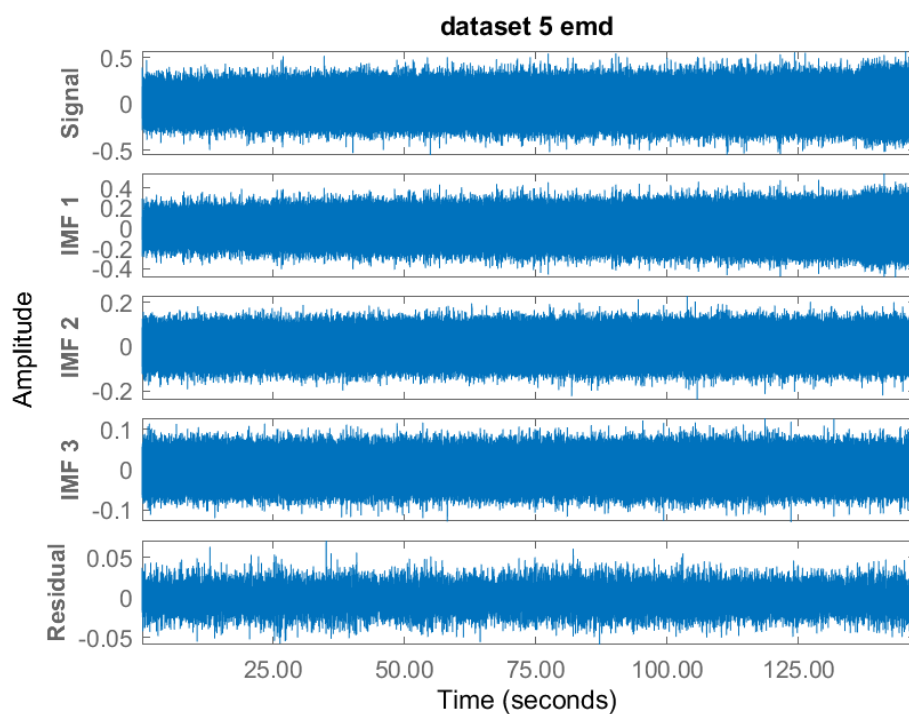
Εικόνα 3.12 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 2ης ημέρας.



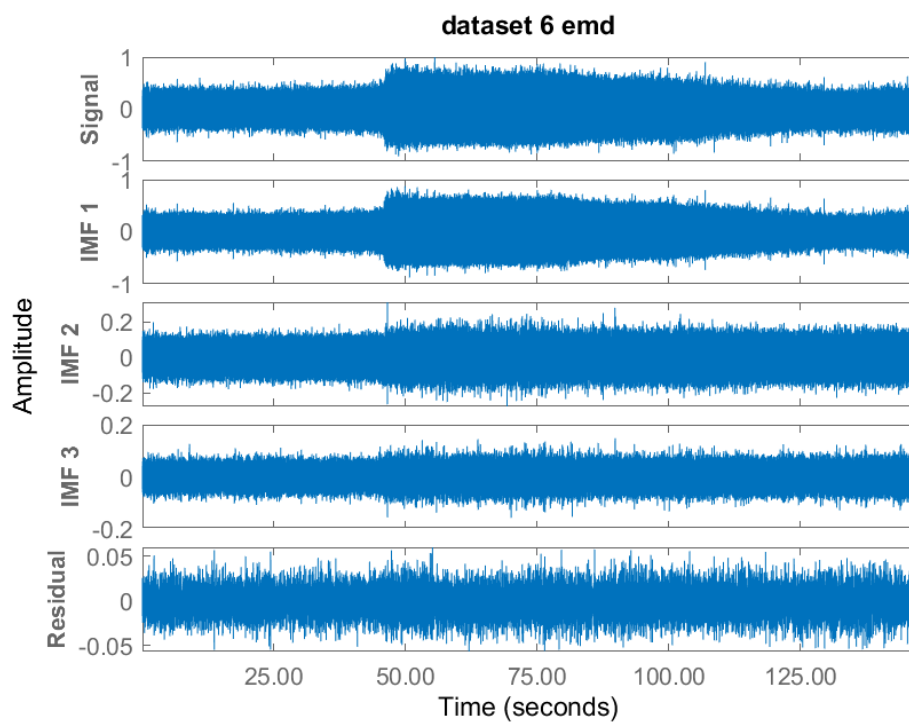
Εικόνα 3.13 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 3ης ημέρας.



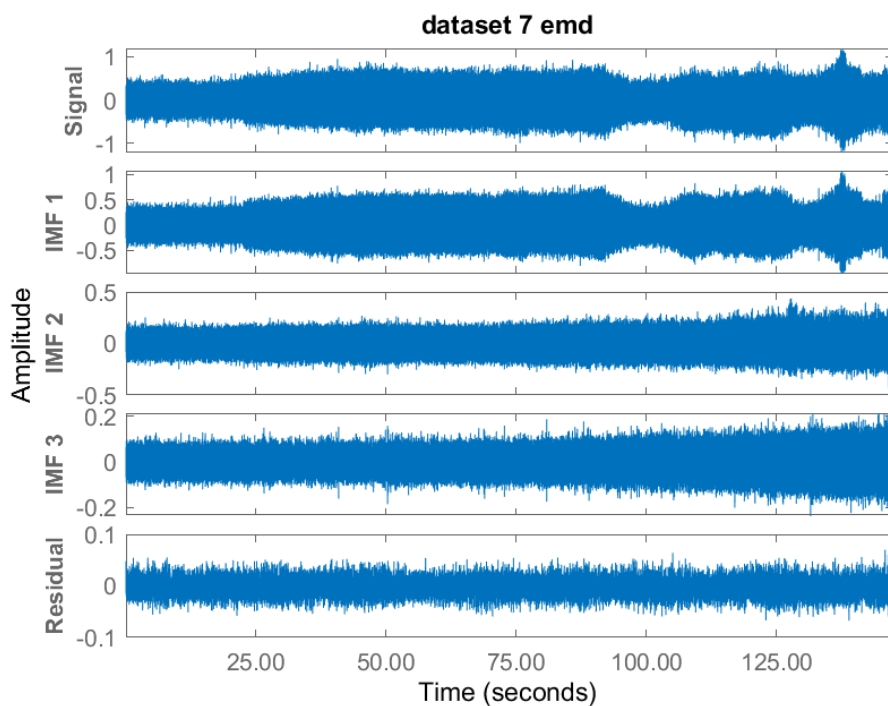
Εικόνα 3.14 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 4ης ημέρας.



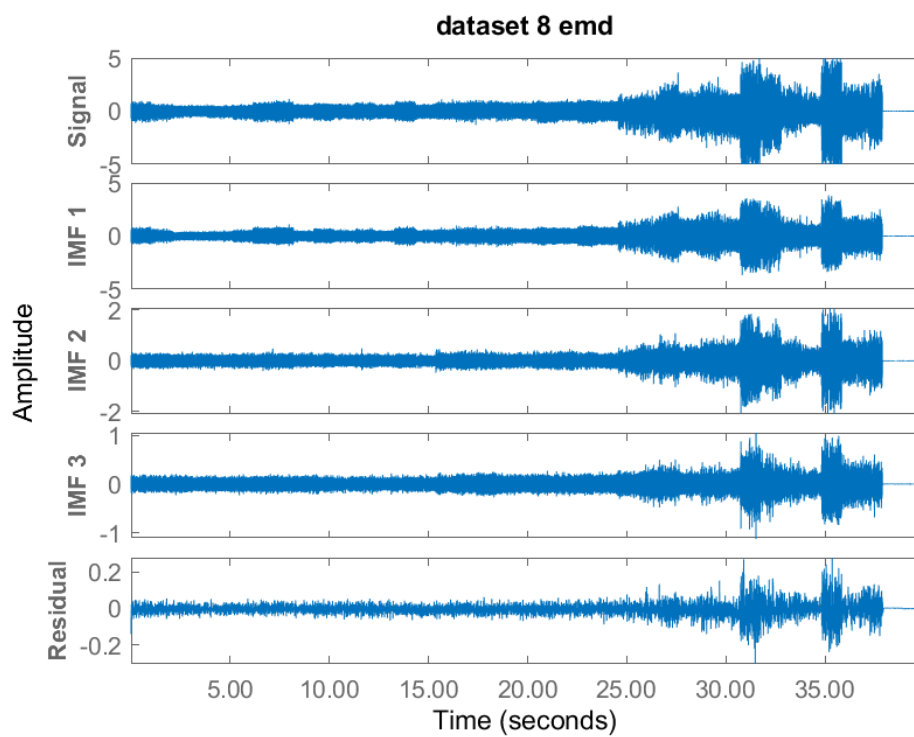
Εικόνα 3.15 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 5ης ημέρας.



Εικόνα 3.16 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 6ης ημέρας.



Εικόνα 3.17 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 7ης ημέρας.



Εικόνα 3.18 Αποσύνθεση με EMD για το σήμα της 8ης ημέρας.

Να σημειωθεί πως στα διαγράμματα παρουσιάζονται μόνο τα τρία επίπεδα της αποσύνδεσης λόγω του ότι το MATLAB εμφανίζει μέχρι τρία επίπεδα αποσύνθεσης, δίνοντας την επιλογή στον χρήστη να επιλέξει εκείνο ποια τρία θέλει να παρουσιάσει. Επιλέξαμε να εμφανίσουμε τα πρώτα τρία επίπεδα χάριν ομοιομορφίας.

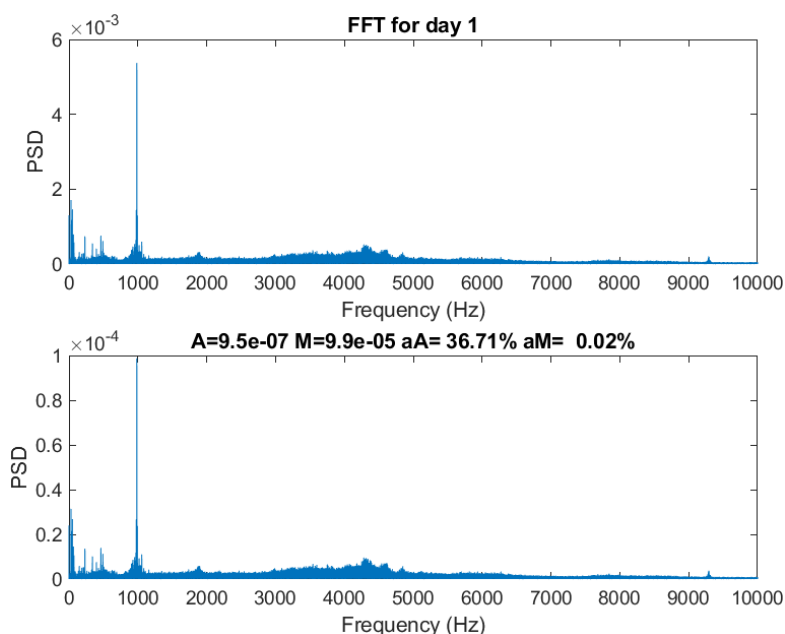
Η αποσύνδεση του σήματος με τη μέθοδο AMD πραγματοποιήθηκε μέσω του MATLAB με την εντολή

➔ `emd(x, 'MaxNumIMF', emdlevels, 'Display', 0);`

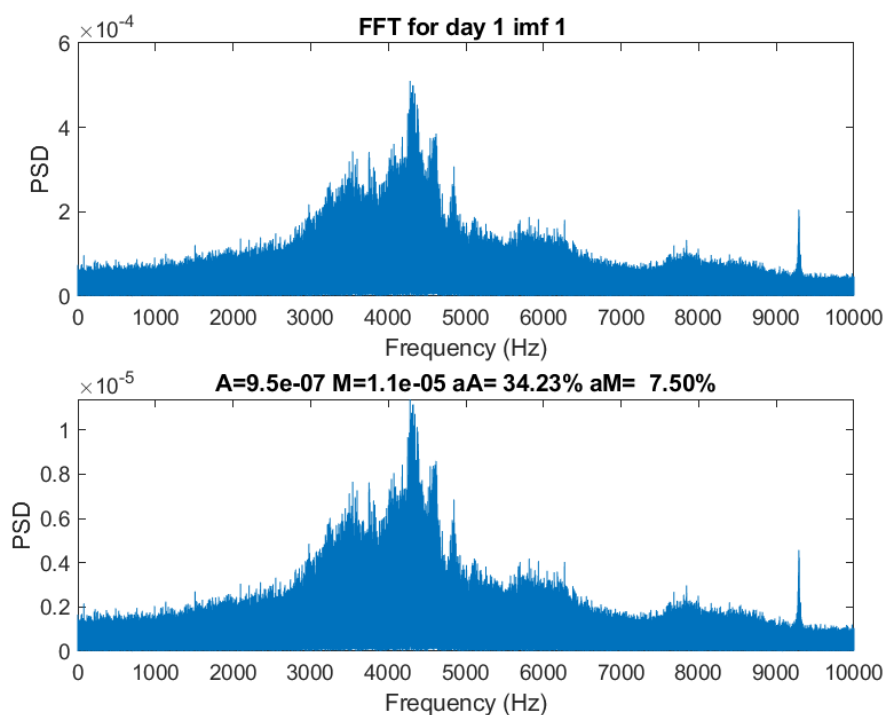
Η συνάρτηση `emd()` πραγματοποιεί την αποσύνθεση του σήματος σύμφωνα με τα ορίσματα που της εισάγουμε μέσα στην παρένθεση. Η μεταβλητή 'x' λειτουργεί σαν είσοδος και είναι το 'καθαρό' σήμα το οποίο θα αποσυνθέσουμε. Το όρισμα 'MaxNumIMF' δηλώνει πως στην επόμενη θέση μετά το κόμμα θα ορίσουμε τον αριθμό των επιπέδων αποσύνθεσης, όπου στην περίπτωση μας είναι 5. Συνεπώς η μεταβλητή `emdlevels` ισούται με 5. Τέλος, το όρισμα 'Display' καθορίζει αν θα παρασταθούν αριθμητικά τα αποτελέσματα της αποσύνθεσης, πράγμα που δεν μας χρειάζεται, γι' αυτό και μετά από το όρισμα αυτό βάζουμε τον αριθμό 0.

Η ανάλυση του σήματος μας δε σταμάτησε εδώ. Σε επόμενο βήμα εφαρμόσαμε τον μετασχηματισμό Fourier σε κάθε επίπεδο αποσύνδεσης του σήματος, της κάθε ημέρας. Έπειτα, για την καλύτερη σύγκριση των στοιχείων από τα διαγράμματα, κανονικοποιήσαμε τις τιμές τους. Έτσι σε κάθε εικόνα βλέπουμε στο πάνω μέρος τον αρχικό μετασχηματισμό Fourier και στο κάτω την κανονικοποιημένη μορφή του.

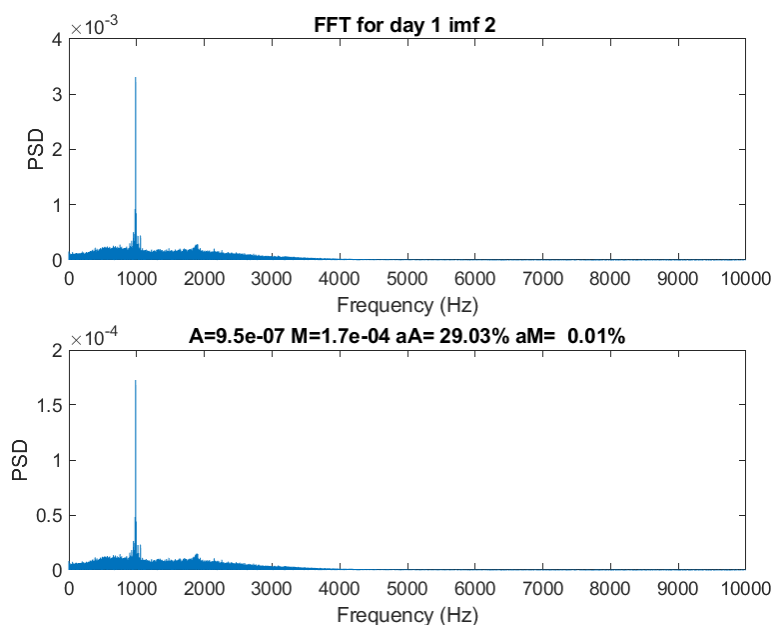
Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού Fourier για κάθε επίπεδο αποσύνθεσης, σε κάθε ημέρα:



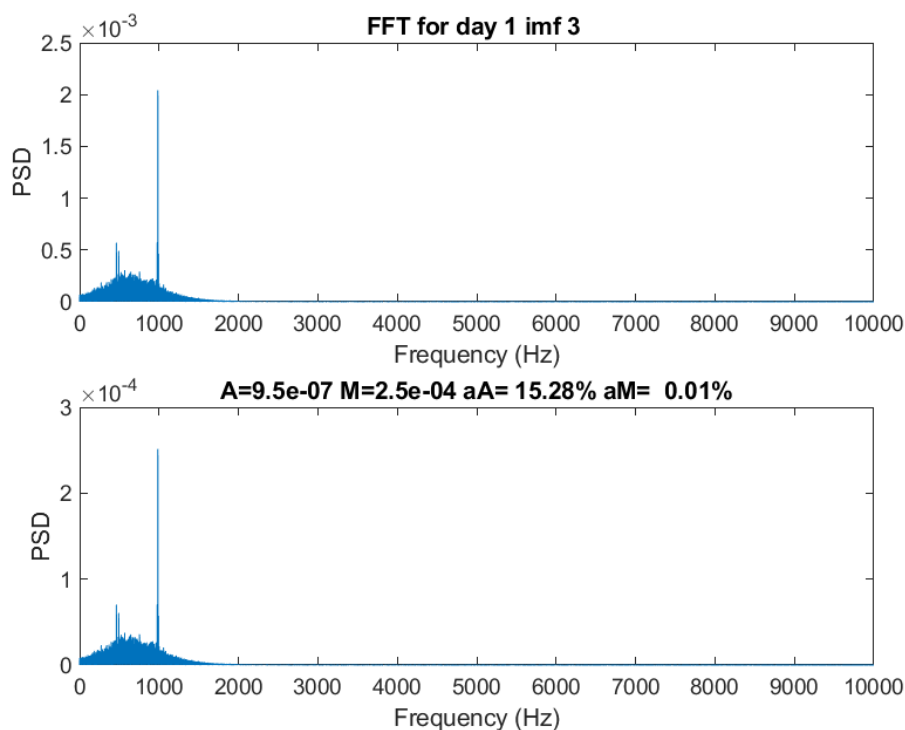
Εικόνα 3.19 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



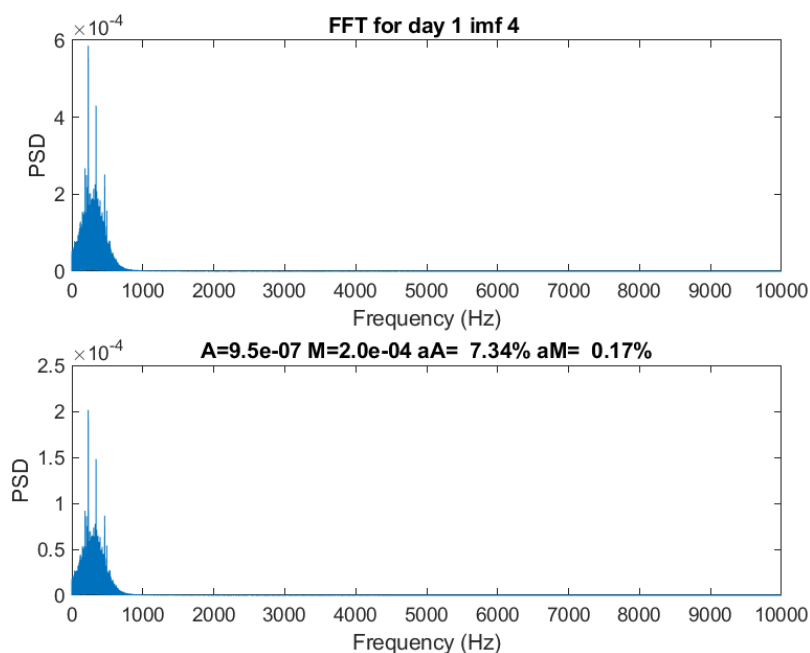
Εικόνα 3.20 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



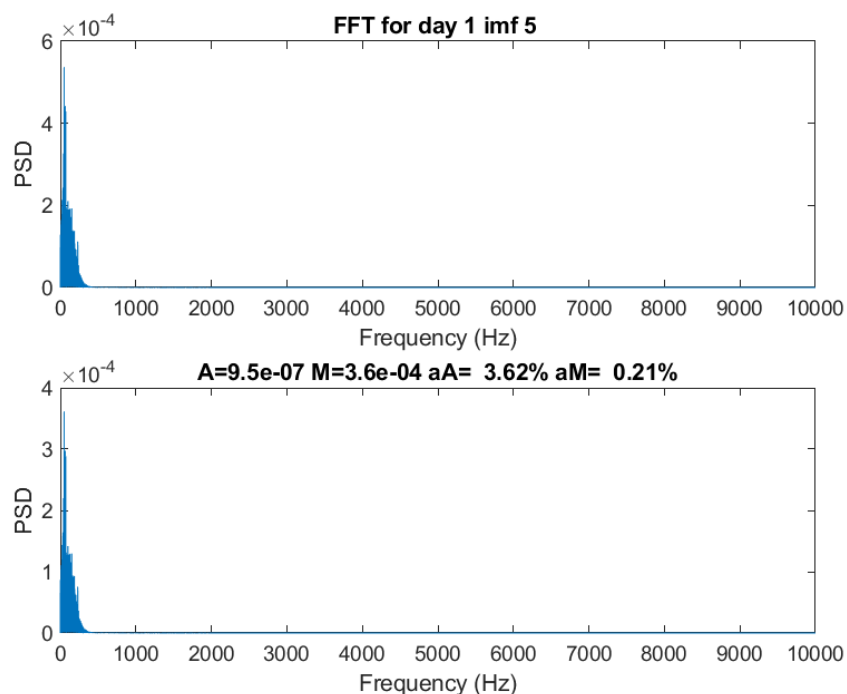
Εικόνα 3.21 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



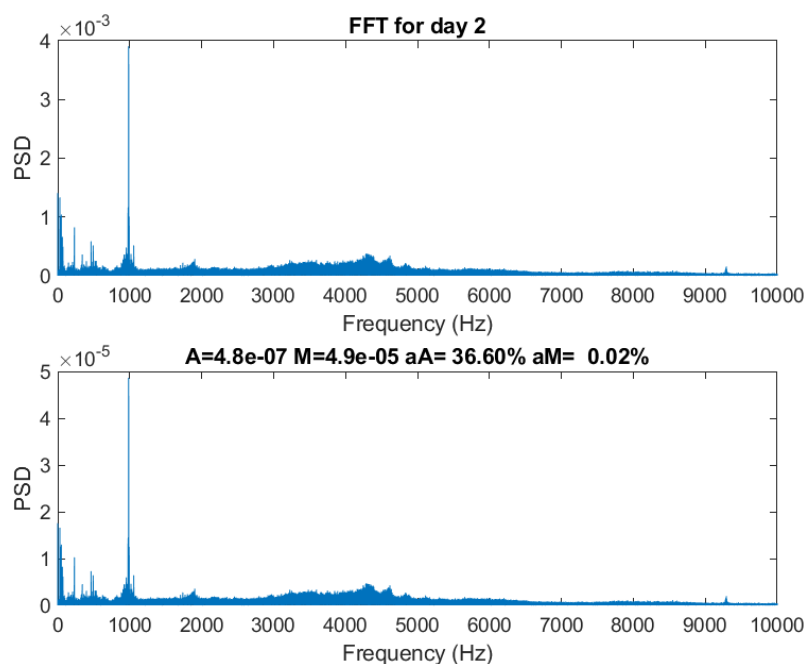
Εικόνα 3.22 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



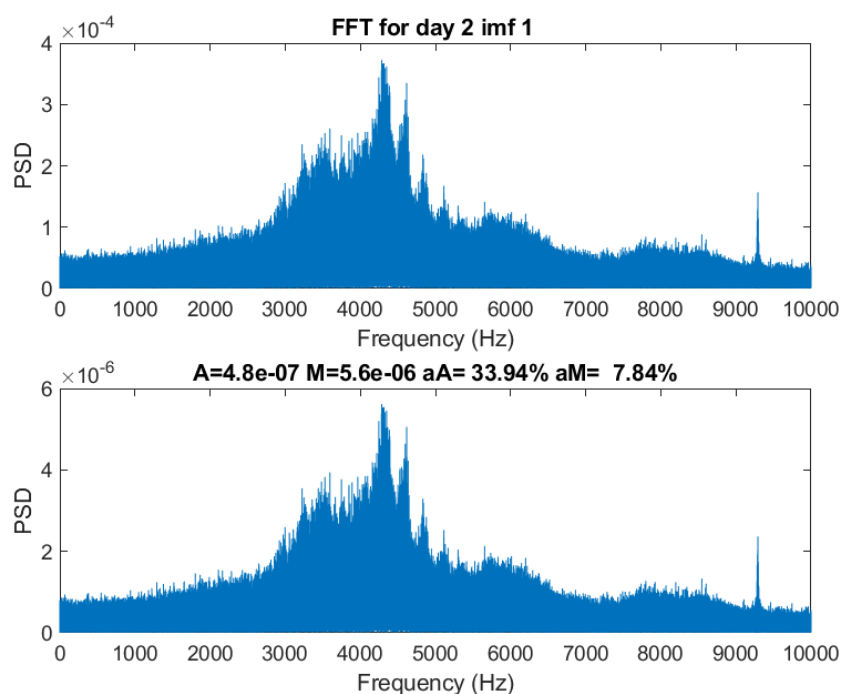
Εικόνα 3.23 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



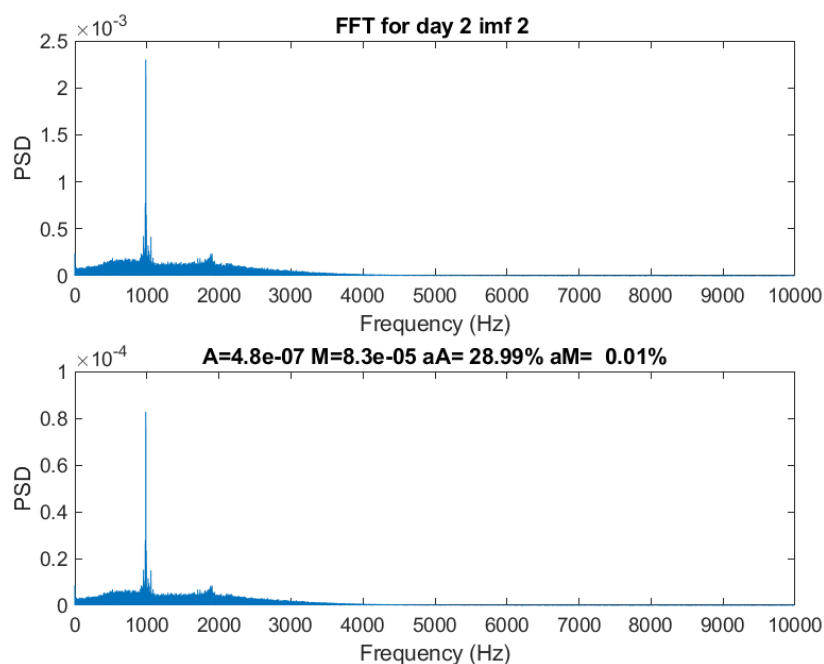
Εικόνα 3.24 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 1ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



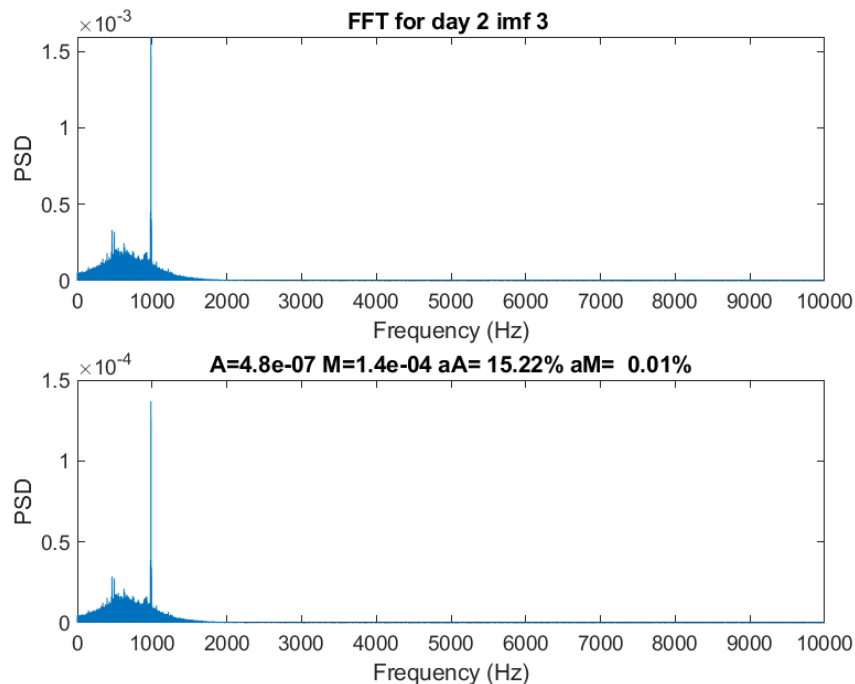
Εικόνα 3.25 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.26 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

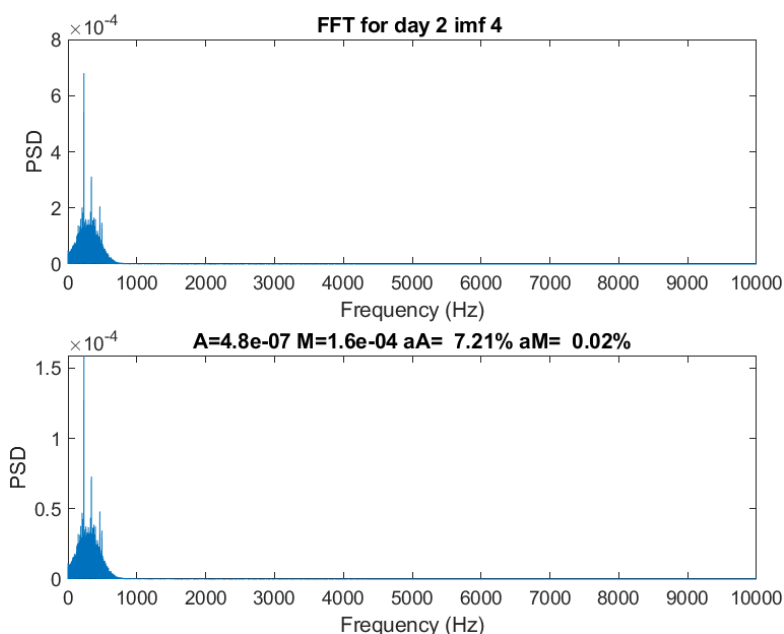


Εικόνα 3.27 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

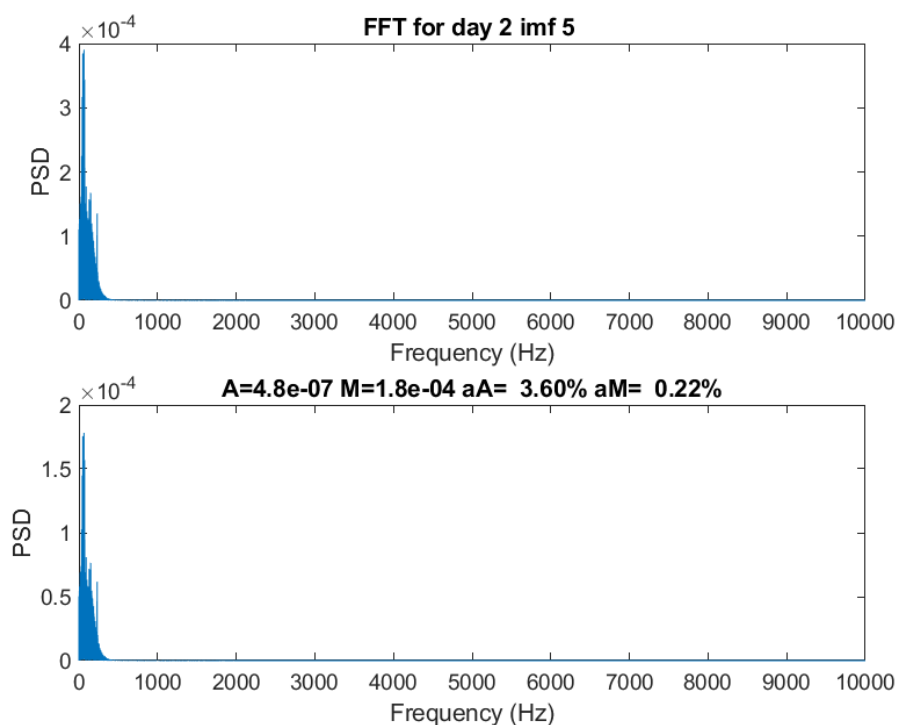


Εικόνα 3.28 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο

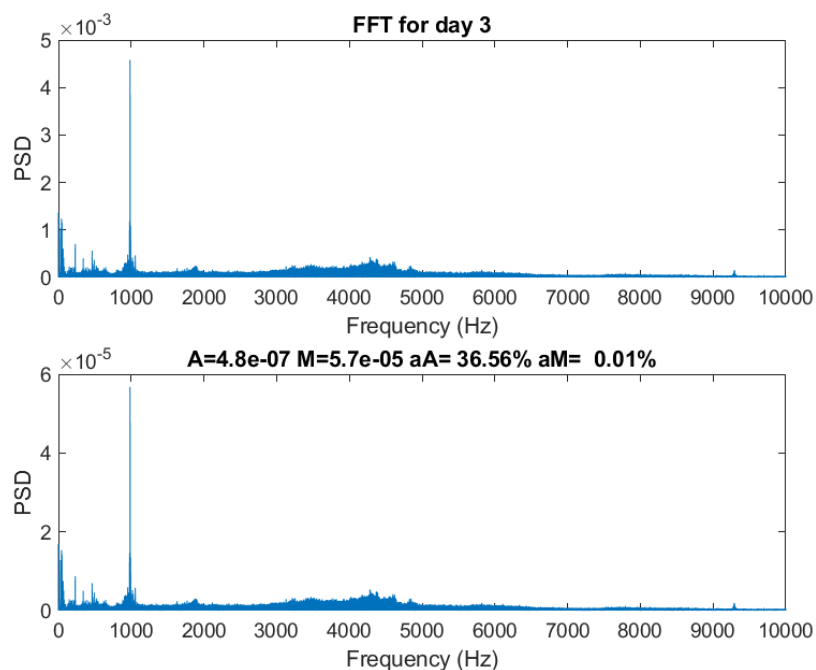
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



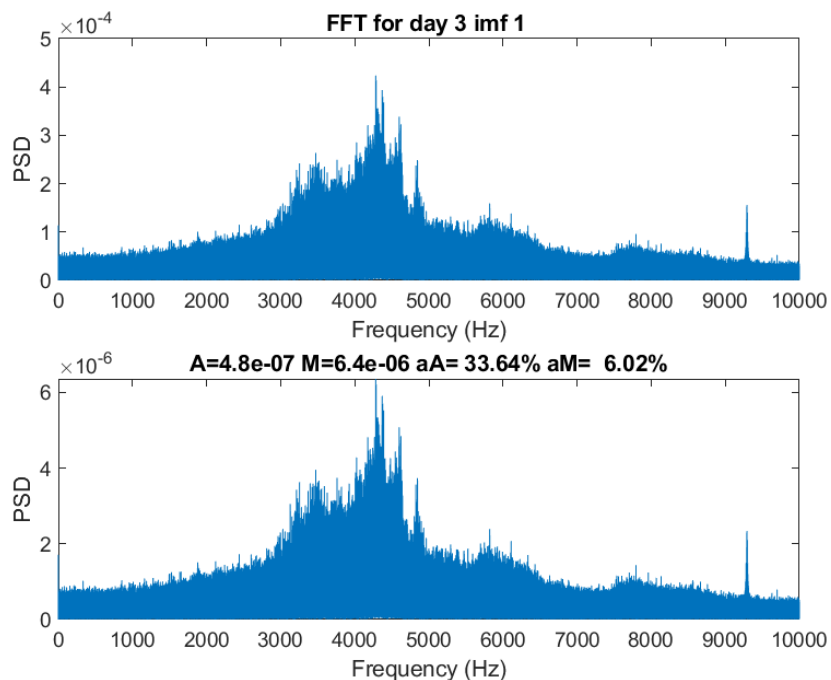
Εικόνα 3.29 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



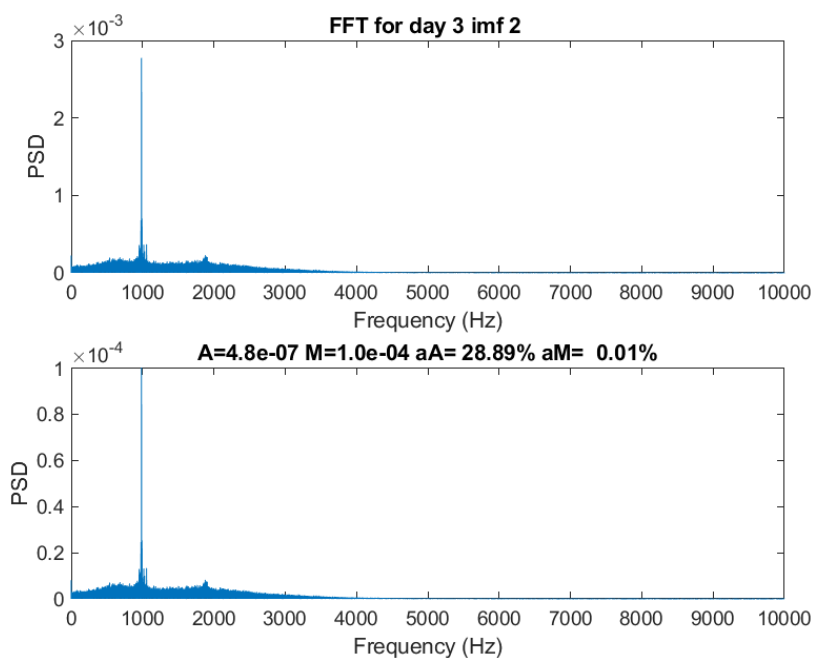
Εικόνα 3.30 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 2ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



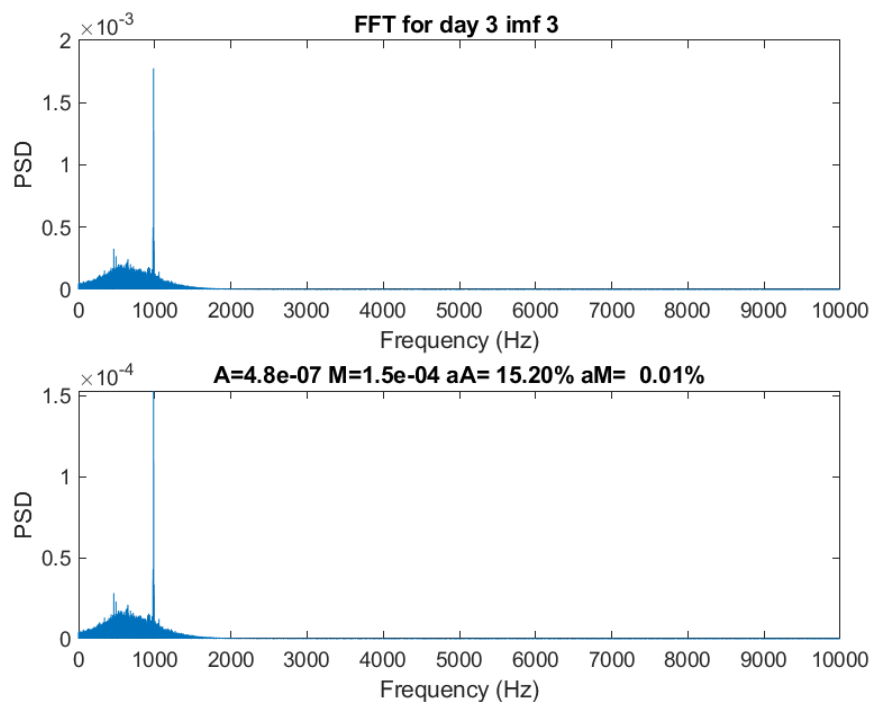
Εικόνα 3.31 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.32 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

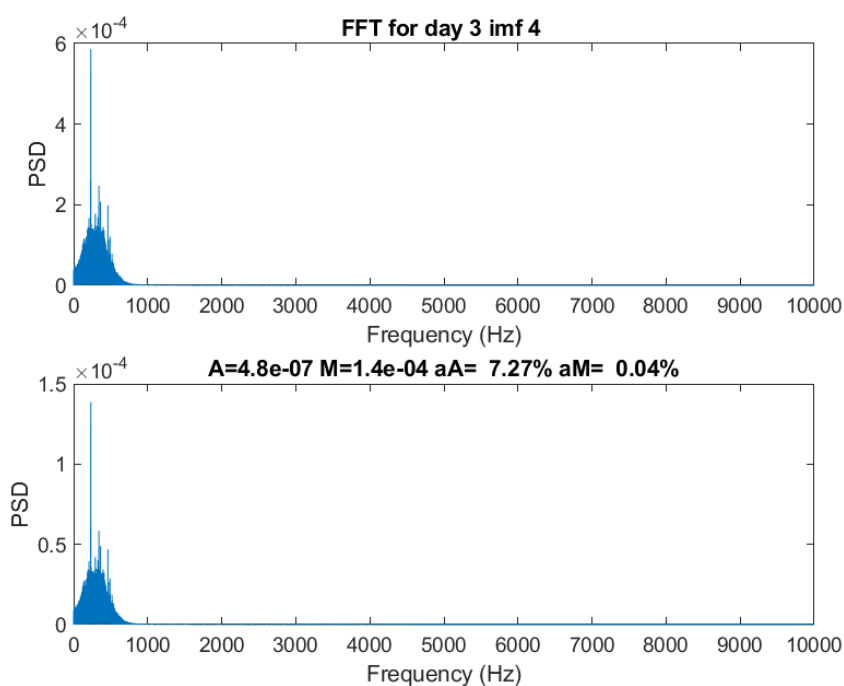


Εικόνα 3.33 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



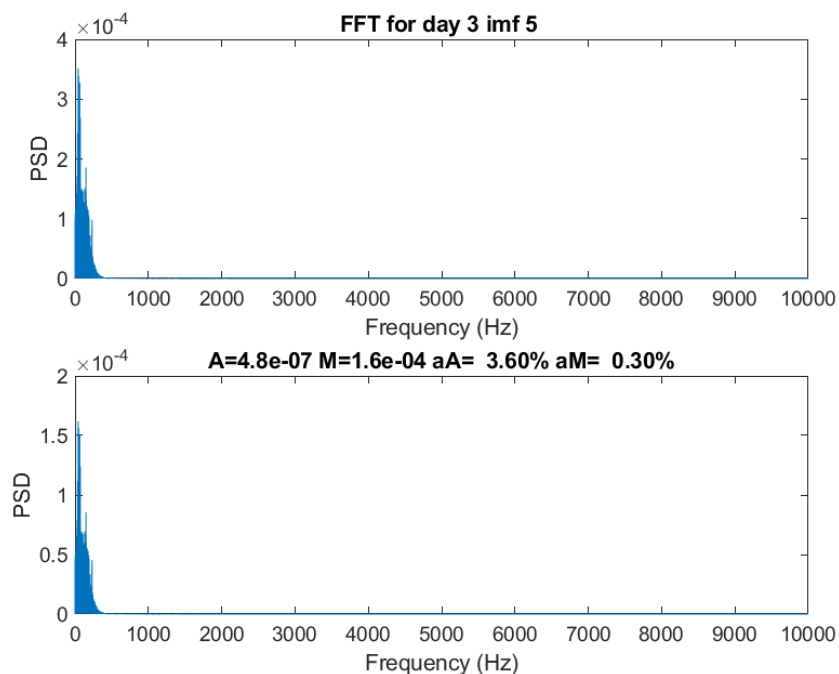
Εικόνα 3.34 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



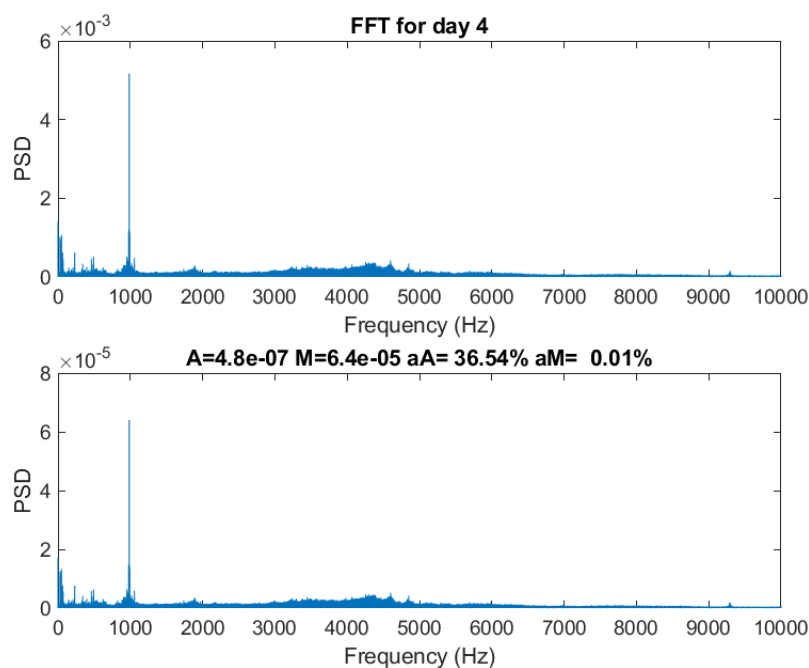
Εικόνα 3.35 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

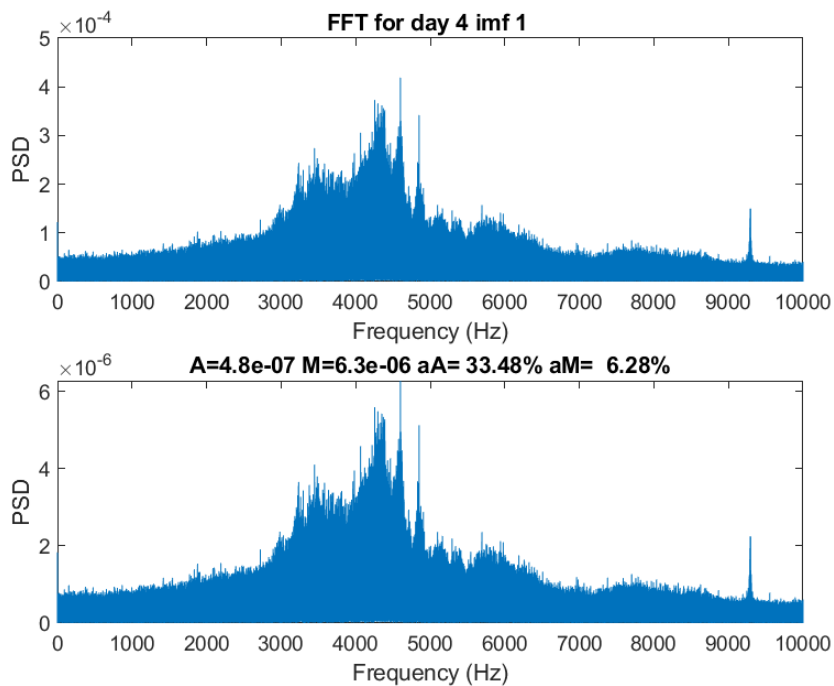


Εικόνα 3.36 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 3ης ημέρας. (Το 2ο

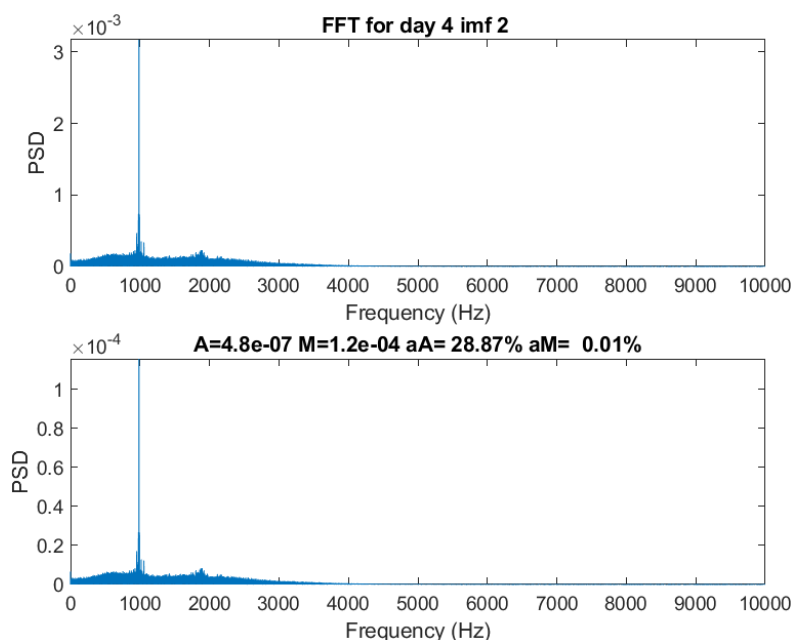
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



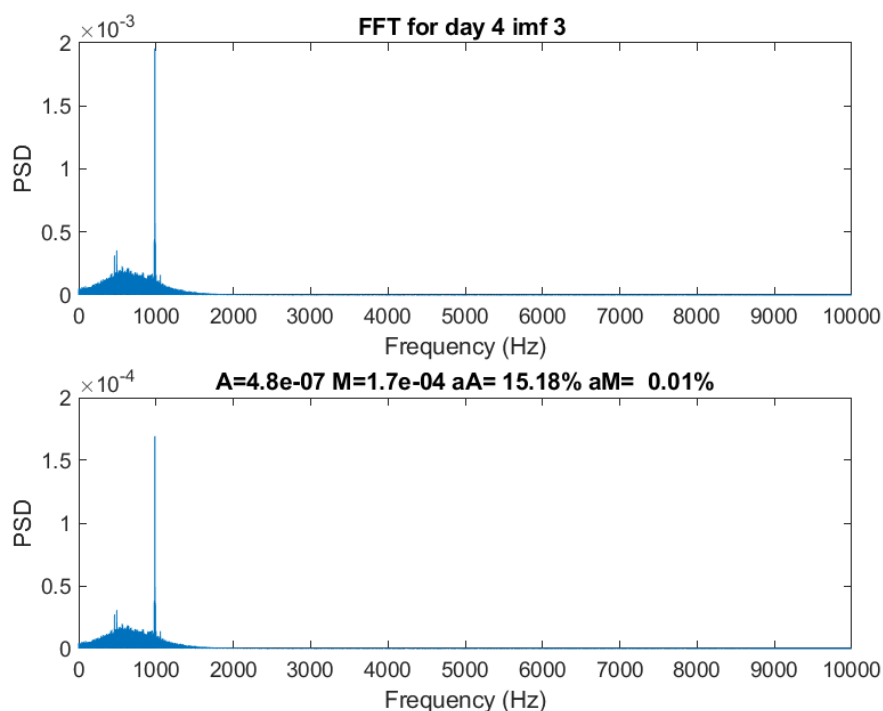
Εικόνα 3.37 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.38 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

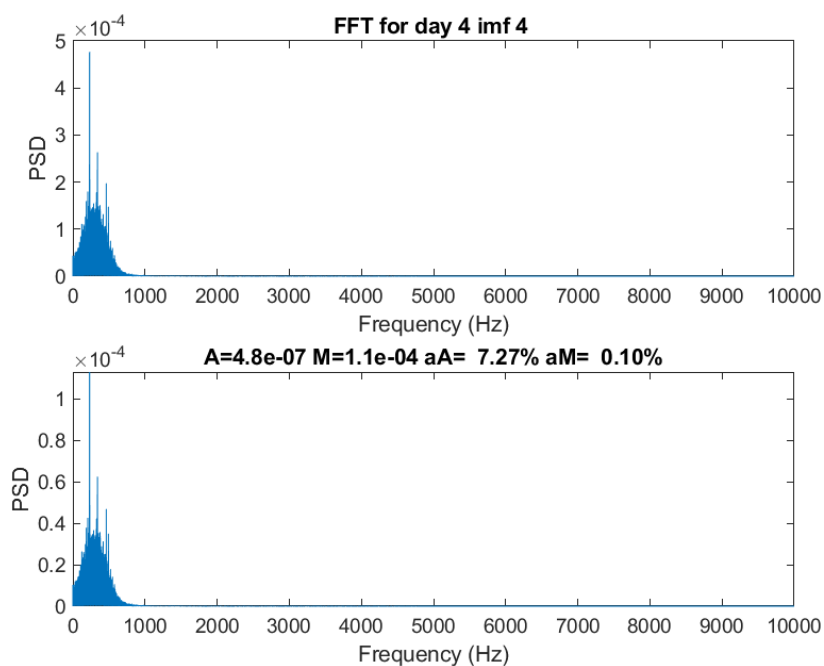


Εικόνα 3.39 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

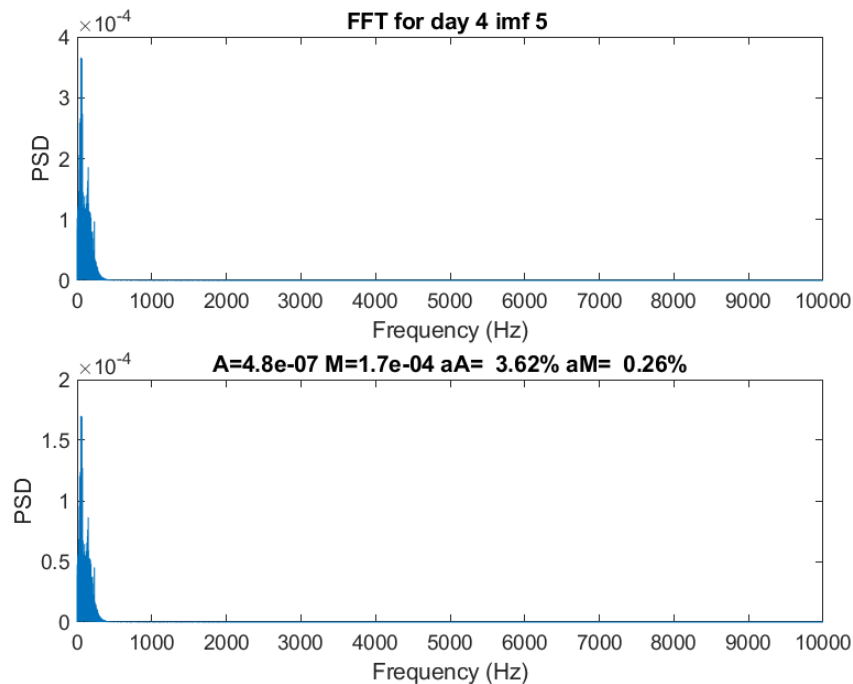


Εικόνα 3.40 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

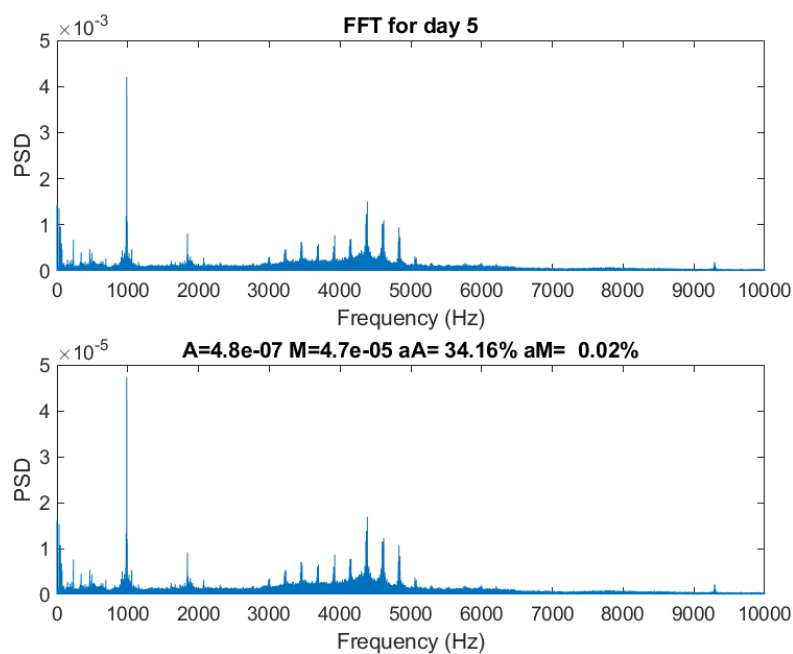


Εικόνα 3.41 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

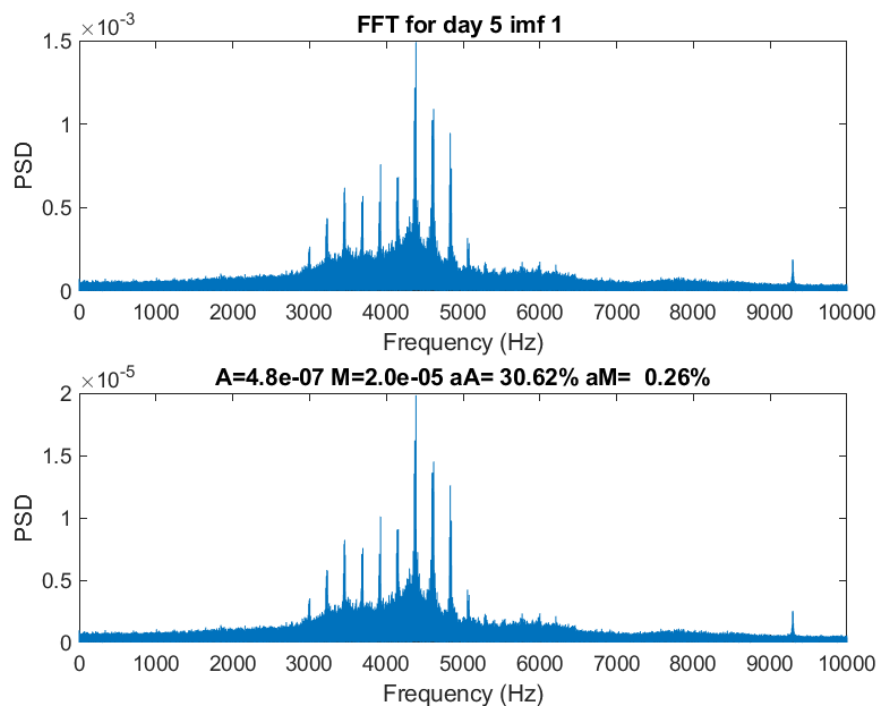


Εικόνα 3.42 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 4ης ημέρας. (Το 2ο

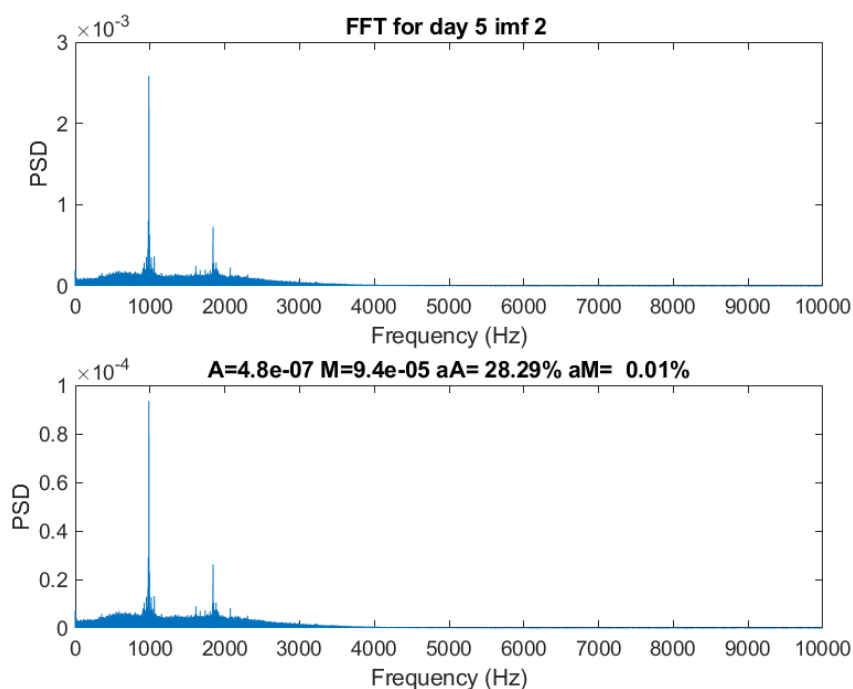
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



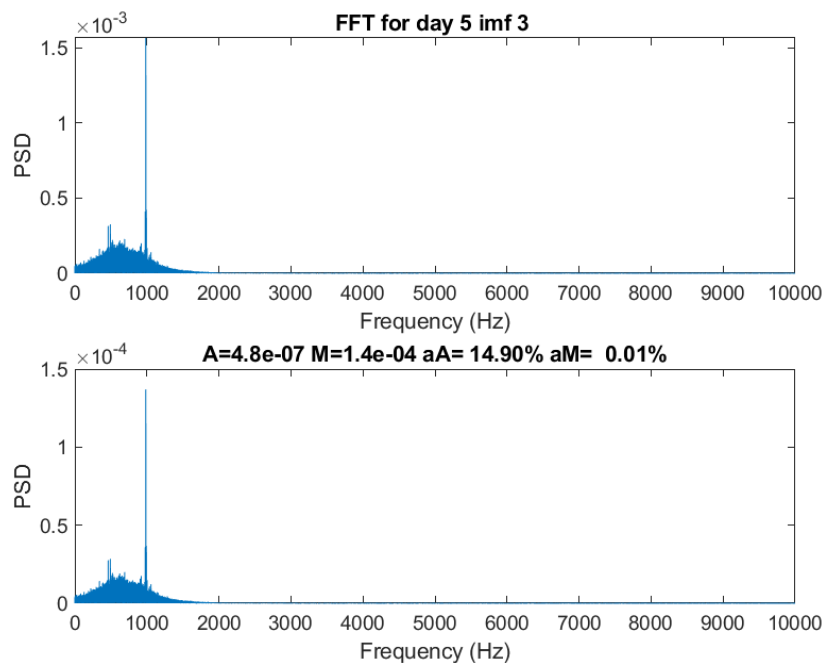
Εικόνα 3.43 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.44 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

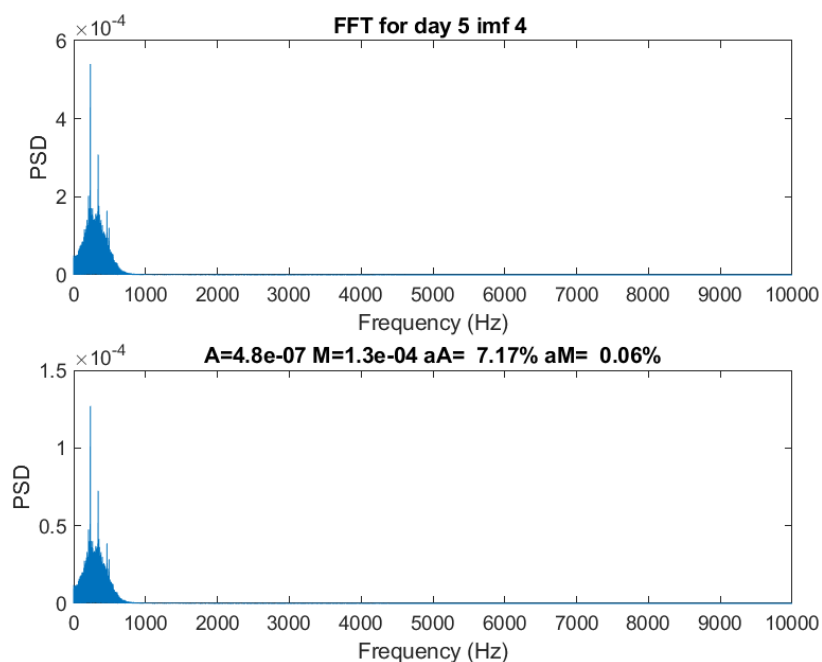


Εικόνα 3.45 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

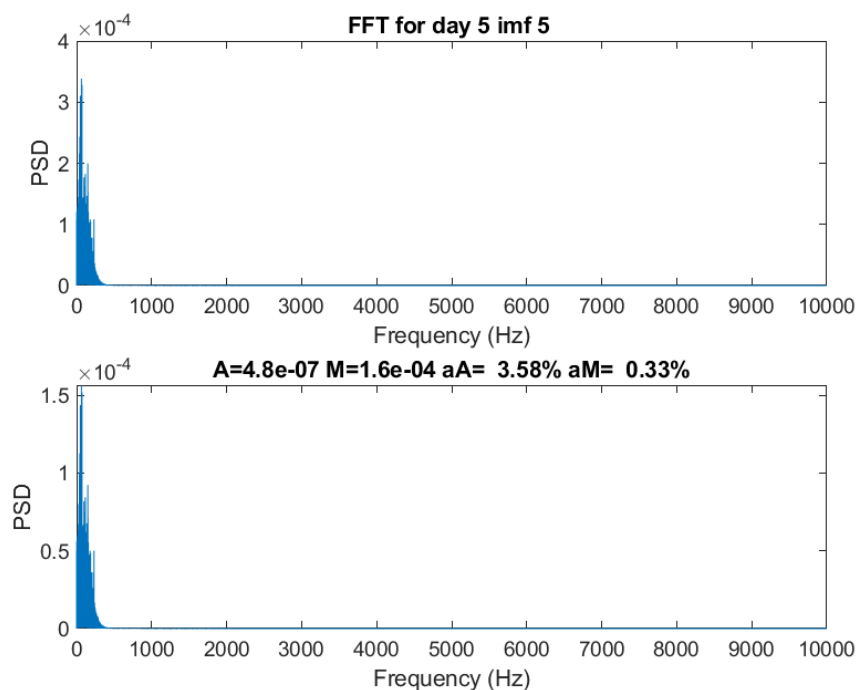


Εικόνα 3.46 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

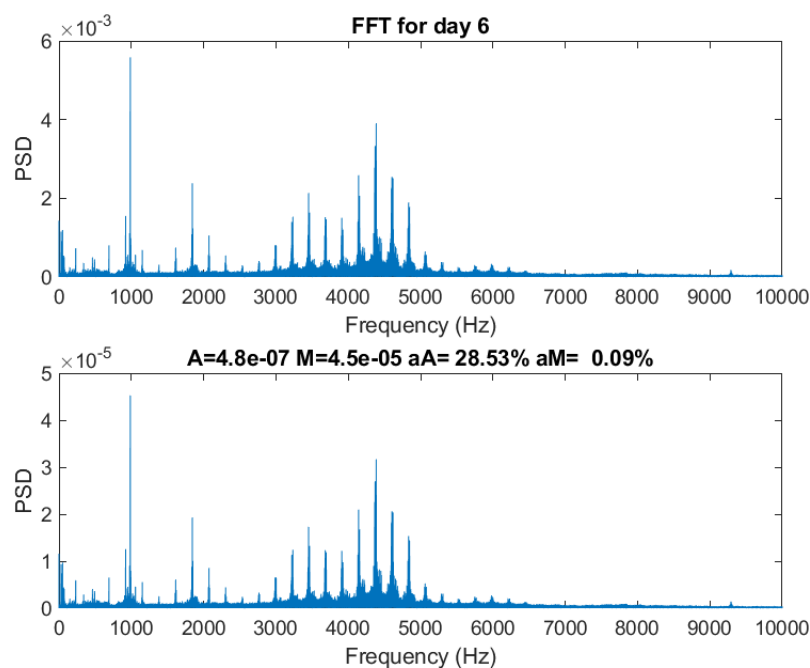


Εικόνα 3.47 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

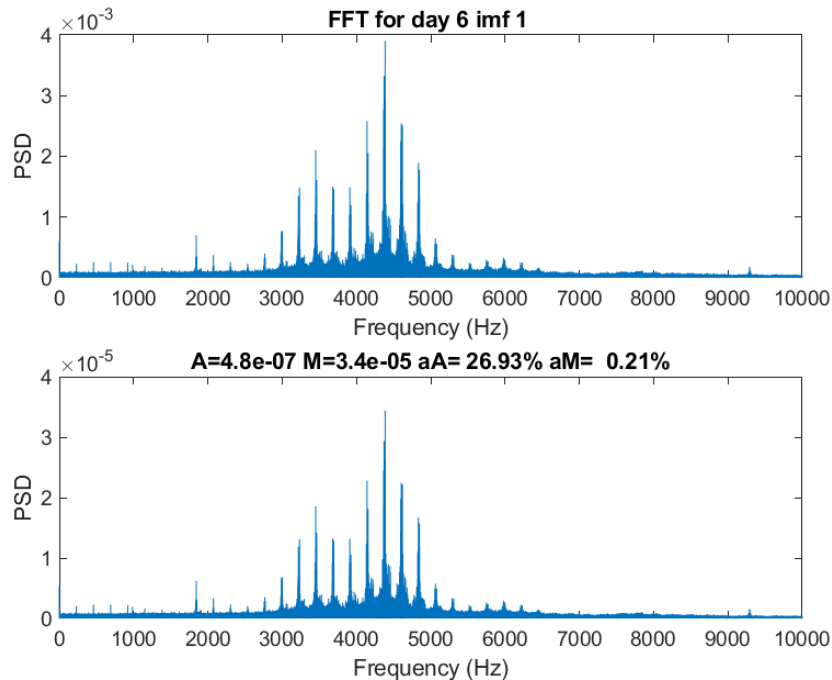


Εικόνα 3.48 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 5ης ημέρας. (Το 2ο

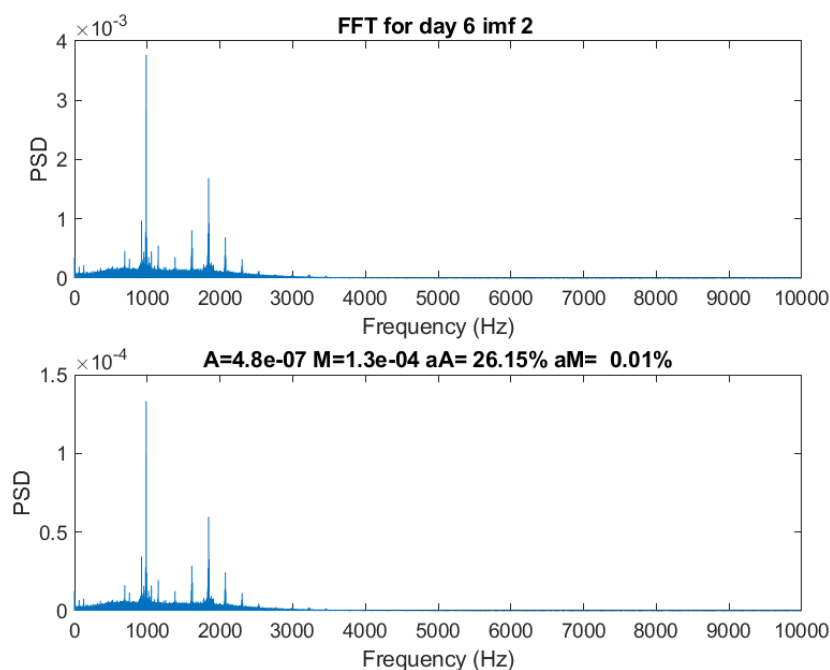
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.49 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

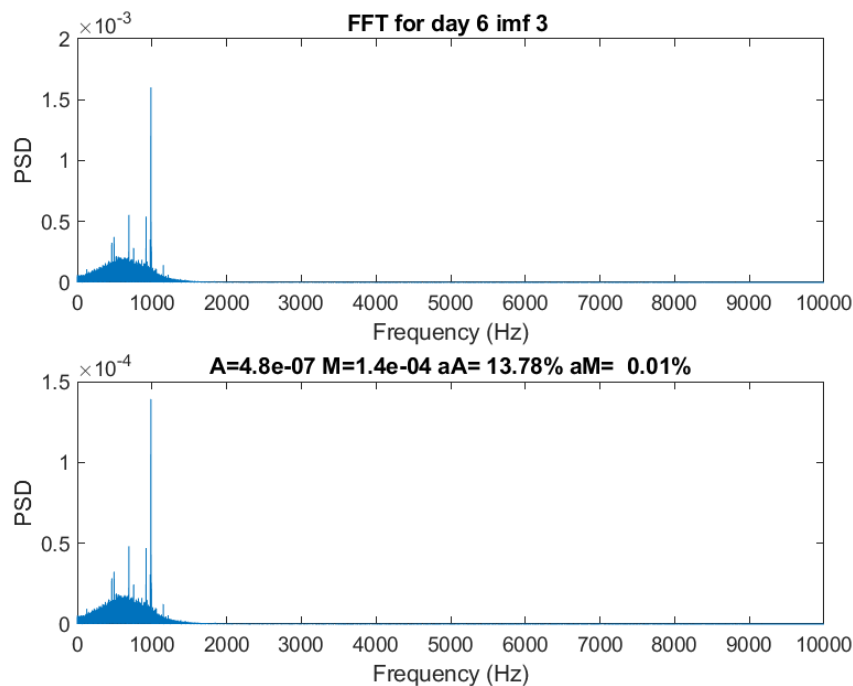


Εικόνα 3.50 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



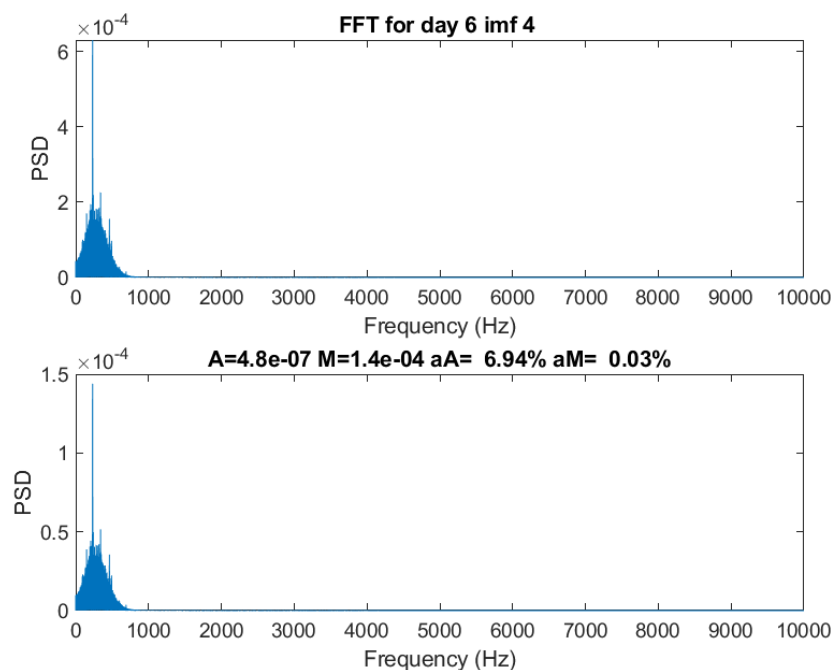
Εικόνα 3.51 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



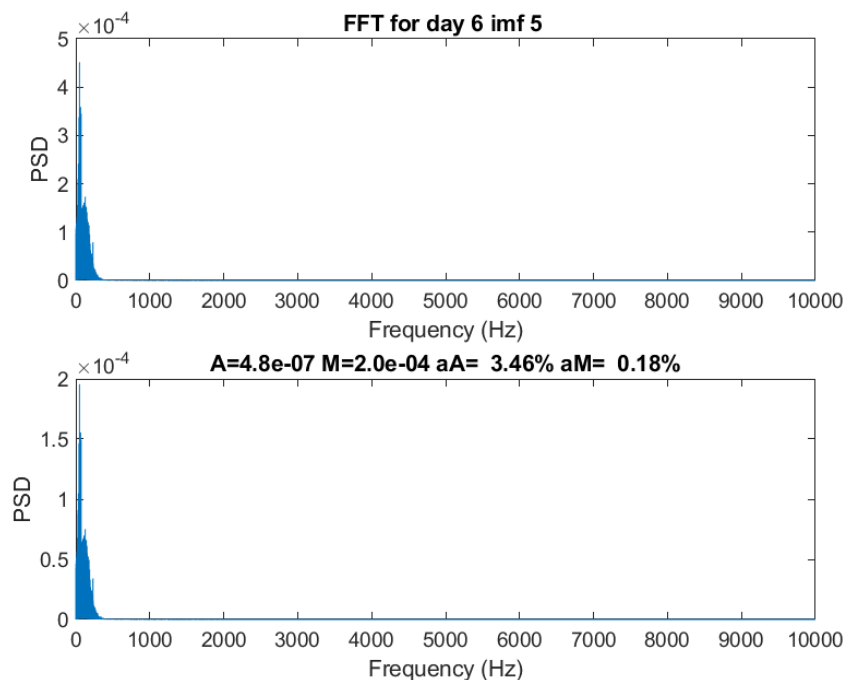
Εικόνα 3.52 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



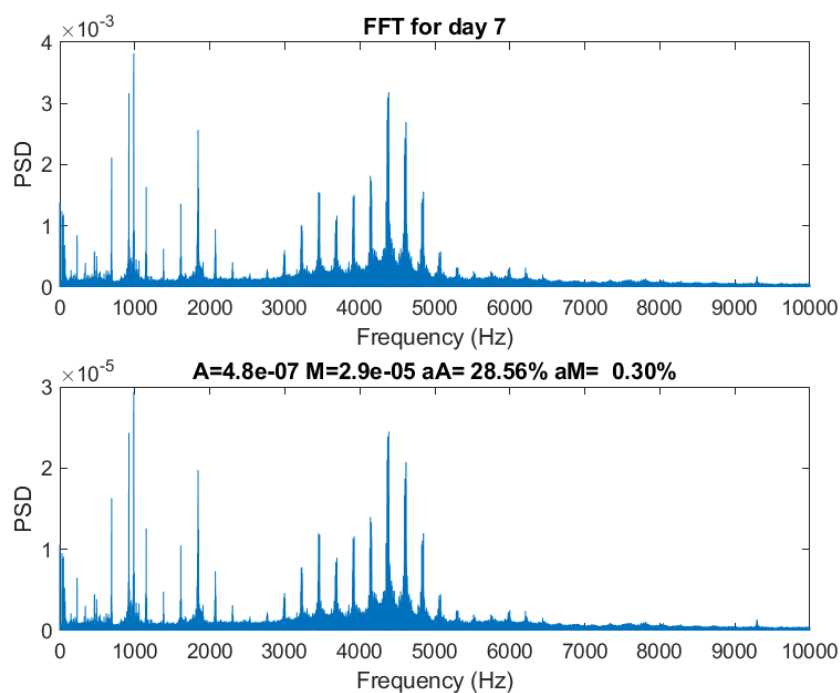
Εικόνα 3.53 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

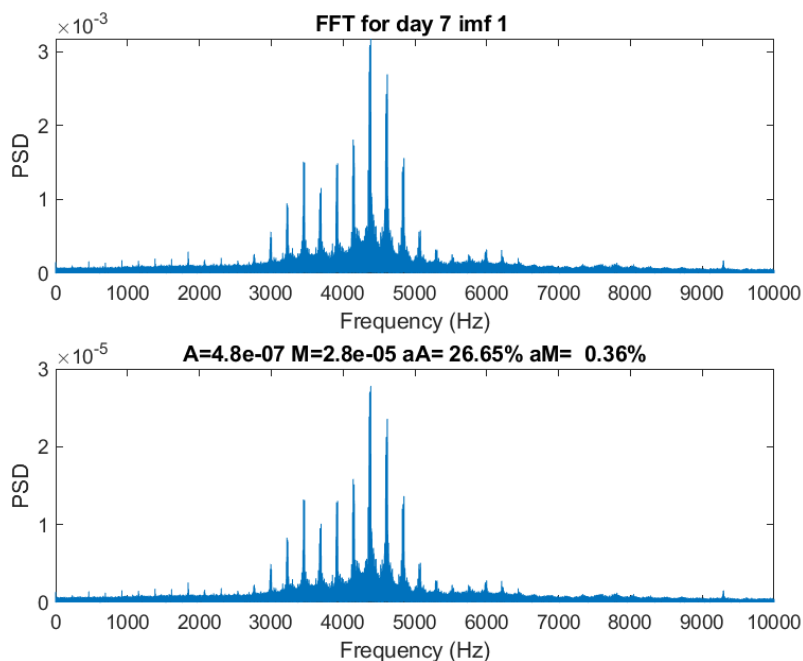


Εικόνα 3.54 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 6ης ημέρας. (Το 2ο

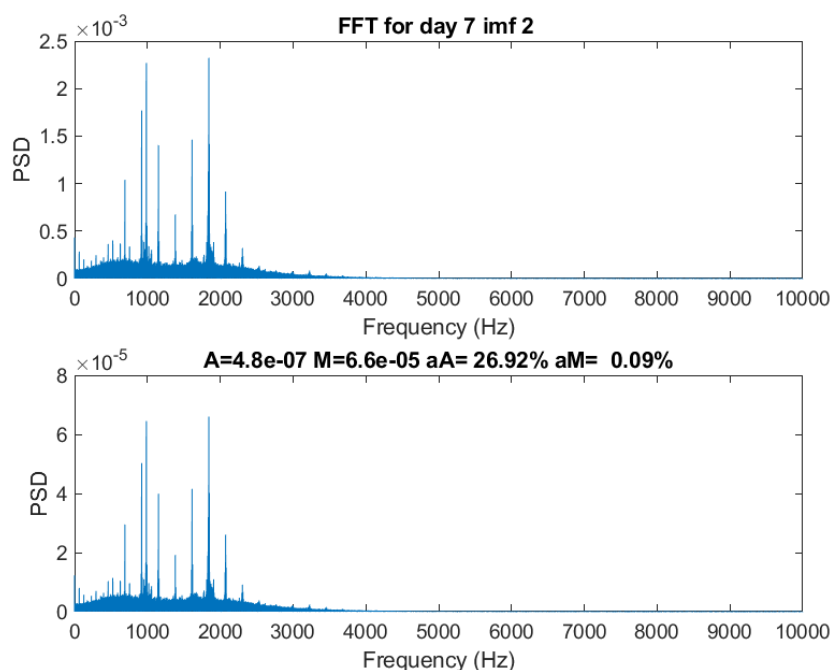
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.55 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

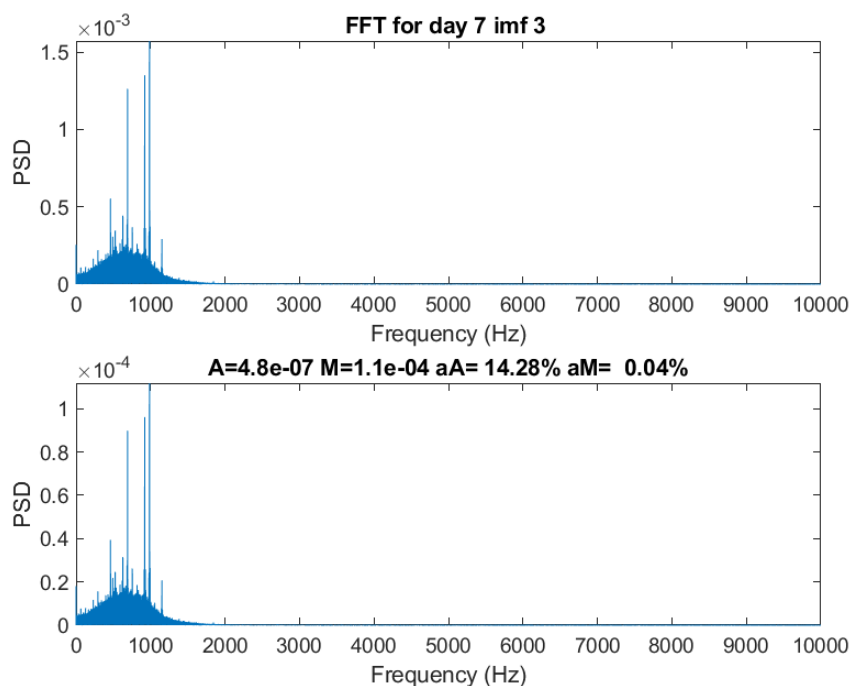


Εικόνα 3.56 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



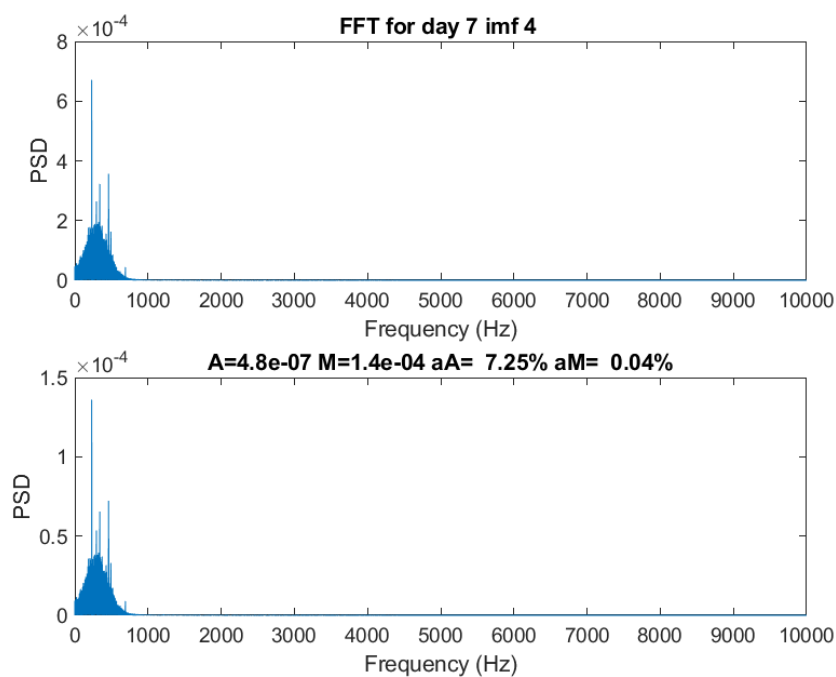
Εικόνα 3.57 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

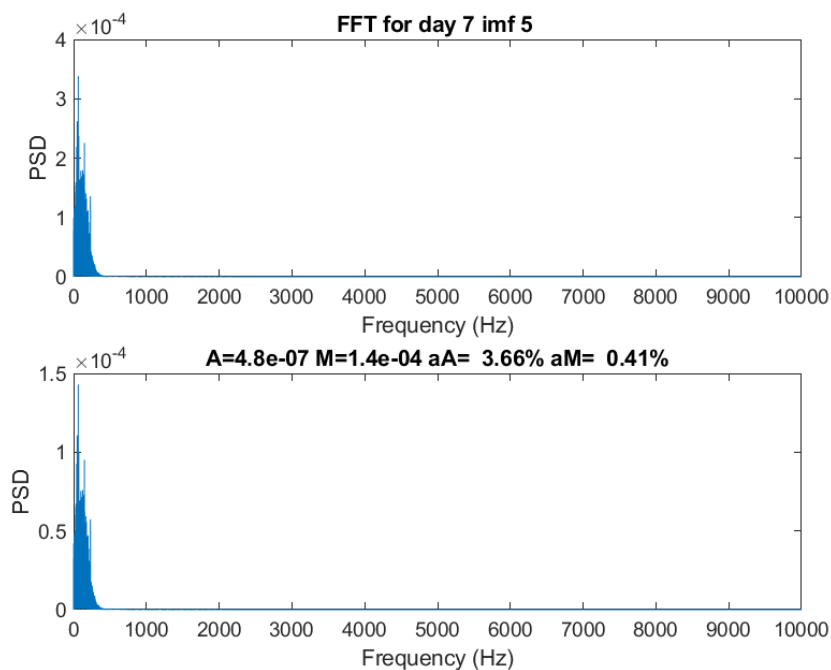


Εικόνα 3.58 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο

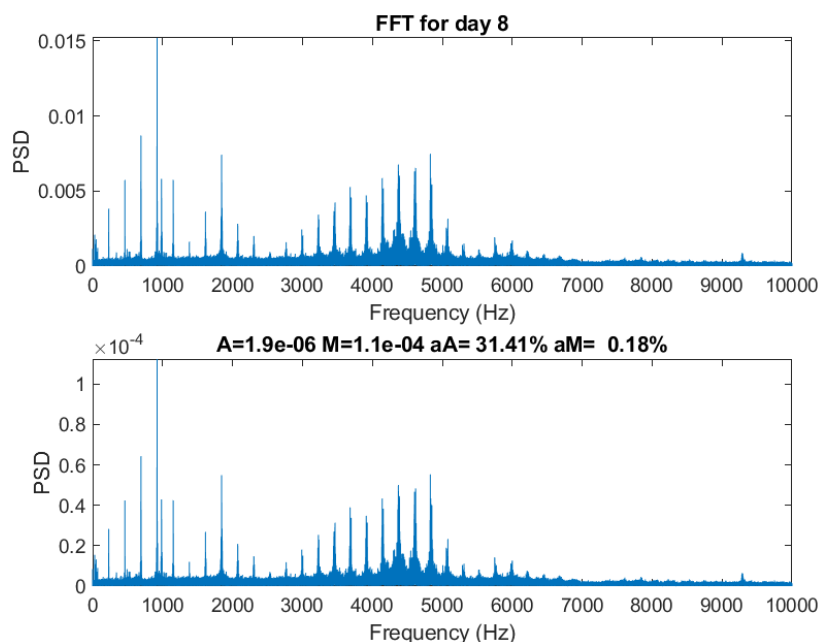
διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



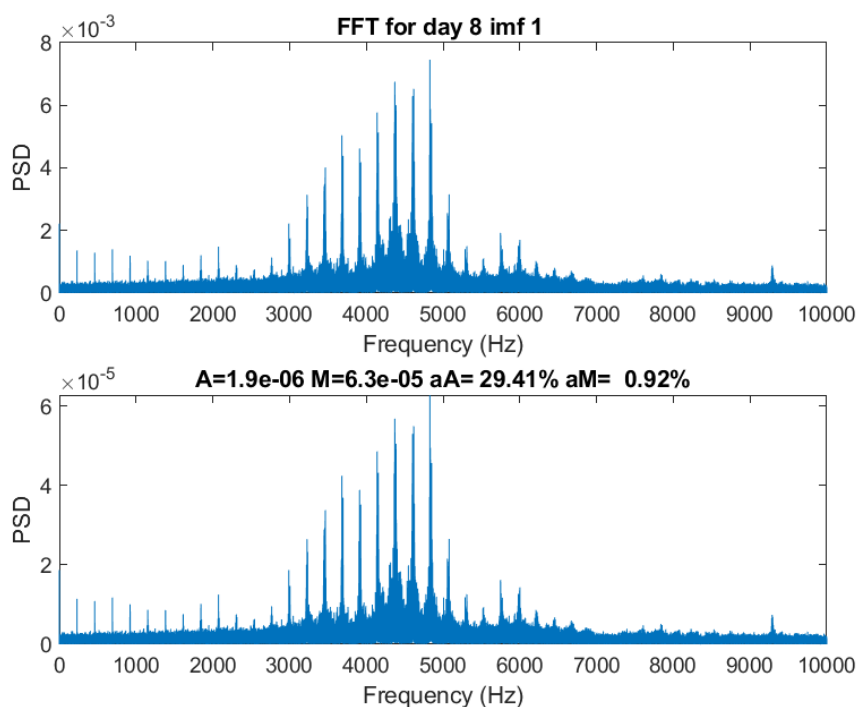
Εικόνα 3.59 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



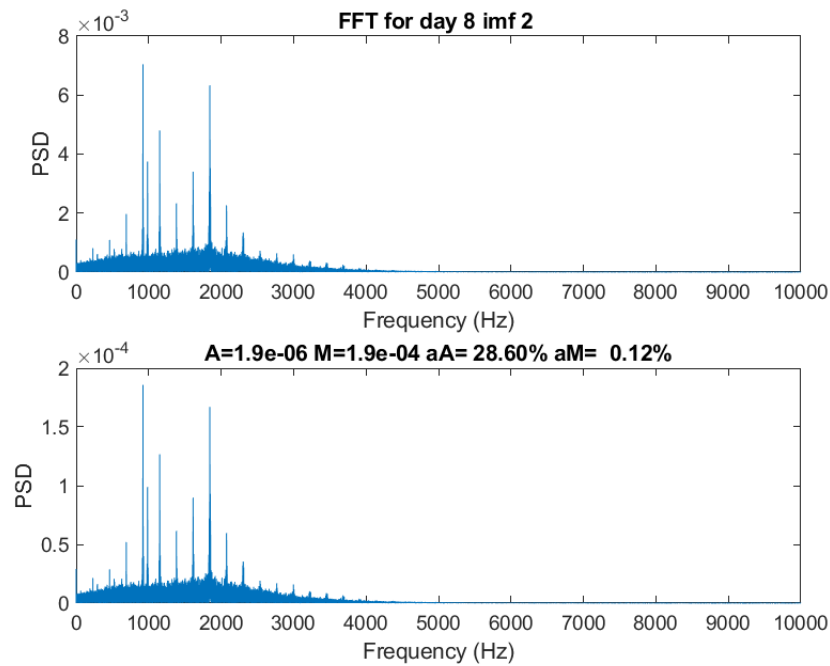
Εικόνα 3.60 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 7ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.61 Μετασχηματισμός Fourier για το σήμα της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

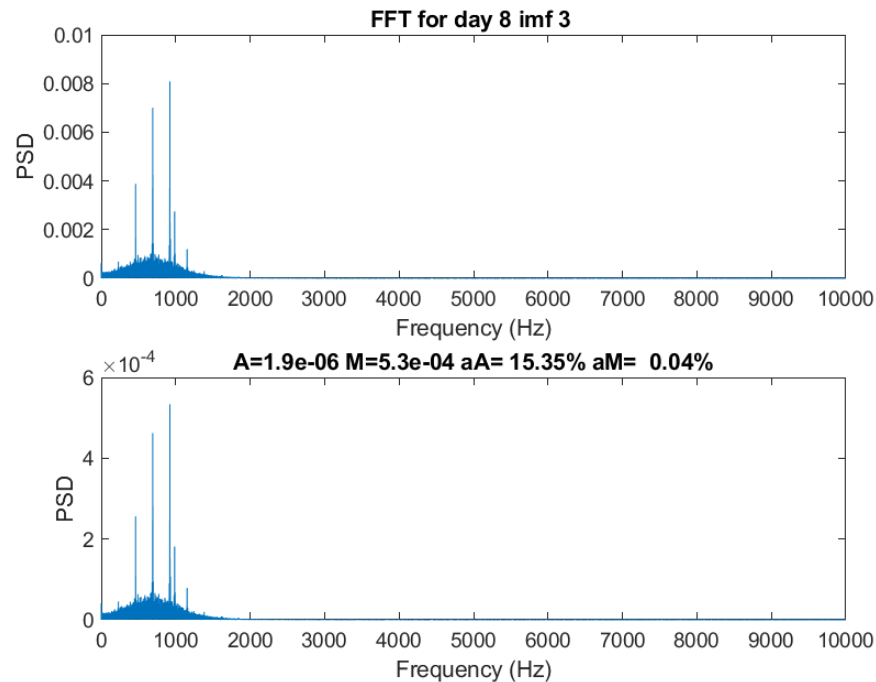


Εικόνα 3.62 Μετασχηματισμός Fourier για το 1ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



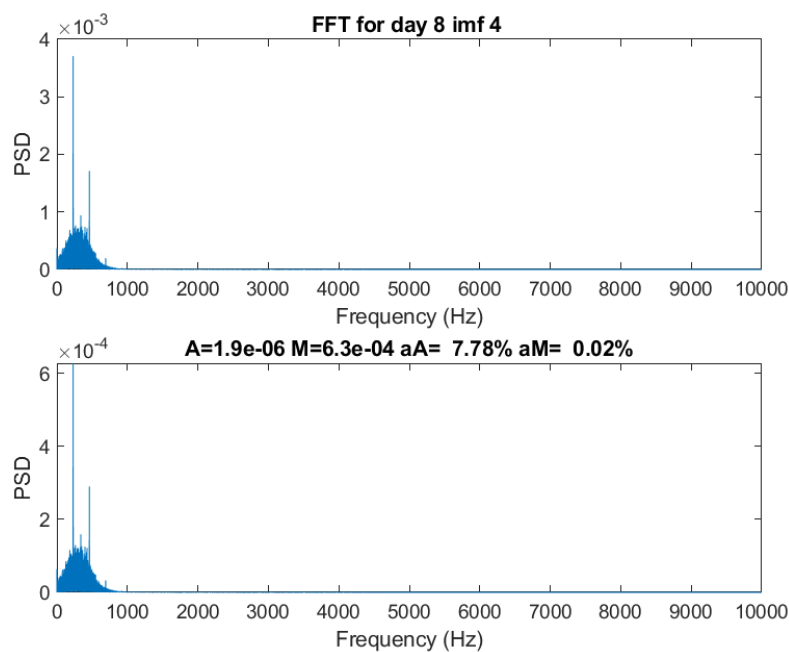
Εικόνα 3.63 Μετασχηματισμός Fourier για το 2ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

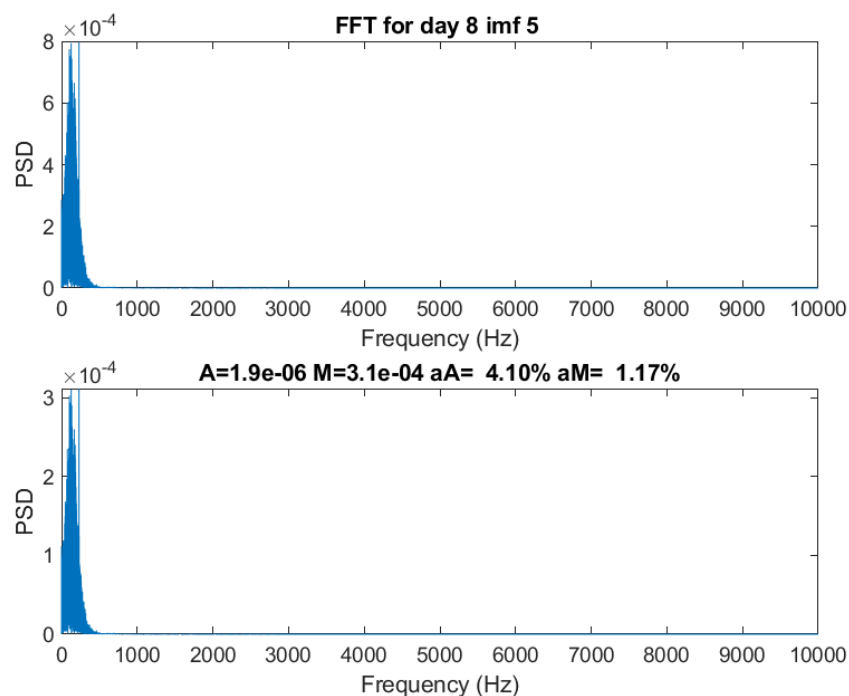


Εικόνα 3.64 Μετασχηματισμός Fourier για το 3ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.65 Μετασχηματισμός Fourier για το 4ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).



Εικόνα 3.66 Μετασχηματισμός Fourier για το 5ο επίπεδο αποσύνθεσης της 8ης ημέρας. (Το 2ο

διάγραμμα προκύπτει από το 1ο με την κανονικοποίηση των τιμών του).

Συμβολισμοί διαγραμμάτων:

- A = Μέση ενέργεια σήματος (Average).
- M = Μέγιστη ενέργεια σήματος (Max value).
- aA = Ποσοστό συχνοτήτων που έχουν ενέργεια πάνω από την μέση ενέργεια σήματος (Above average).
- aM = Ποσοστό συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από το 20% της μέγιστης ενέργειας σήματος (Above 20% of maximum energy).

Αξίζει να δώσουμε έμφαση στο ενεργειακό περιεχόμενο που απεικονίζεται στα διαγράμματα Fourier του σήματος. Γι' αυτό το λόγο, στα διαγράμματα που βρίσκονται στην κανονικοποιημένη μορφή, έχουμε σημειώσει το ποσοστό των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια πάνω από τη μέση τιμή της ενέργειας του υπολοίπου σήματος.

Η διπλανή τιμή (aM) από αυτήν που προαναφέραμε, αποτελεί το ποσοστό των συχνοτήτων που ξεπερνούν το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. Αυτά τα νούμερα θα χρησιμοποιηθούν στο επόμενο βήμα που είναι η δημιουργία αλγορίθμου ανίχνευσης βλάβης στα έδρανα με τη μέθοδο SVM.

Είναι άξια παρατήρησης, η αύξηση του ποσοστού των συχνοτήτων που ξεπερνούν το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος, καθώς μελετάμε το σήμα από την πρώτη προς την όγδοη ημέρα. Ήδη, από την τέταρτη ημέρα, ξεκινάει να αυξάνεται το νούμερο αυτό, γεγονός που σηματοδοτεί την υφέρπουσα βλάβη.

3.5 ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΒΛΑΒΗΣ ΜΕΣΩ SVM

Στην ενότητα αυτή θα αναλύσουμε την μέθοδο που ακολουθήσαμε για να κάνουμε διάγνωση της βλάβης που προκύπτει στα έδρανα. Αρχικά, έχει σημασία να αναφέρουμε λίγα λόγια για τη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουμε. Για την υλοποίηση της διάγνωσης βλάβης αναπτύξαμε έναν αλγόριθμο μηχανικής μάθησης, που αναγνωρίζει τις βλάβες σε ένα σήμα μέσω της μεθόδου SVM (Support Vector Machine).

Στην περίπτωση μας θα διαχωρίσουμε στο πρόβλημα δύο κλάσεις. Δηλαδή, η πρώτη κλάση θα έχει την τιμή -1 και θα δηλώνει την μη ύπαρξη βλάβης και η δεύτερη κλάση θα έχει την τιμή +1 και θα δηλώνει την ύπαρξη βλάβης. Το σύστημα που μελετάμε είναι μη γραμμικό και αποτελεί ένα στοχαστικό σήμα που έχει παραχθεί από φυσικό πείραμα. Στις περιπτώσεις αυτές η συνάρτηση πυρήνα (Kernel Function) που χρησιμοποιείται είναι η Radial Basis Function (RBF).

Για την ανάπτυξη του αλγορίθμου χρησιμοποιήσαμε το λογισμικό MATLAB. Συγκεκριμένα, οι δύο εντολές που υλοποίησαν την επεξεργασία του SVM είναι οι παρακάτω:

```
➔ svmmodel = fitcsvm(svmdata(tvset,:), y(tvset), 'KernelFunction', 'rbf', 'BoxConstraint', Inf, 'ClassNames',[-1,1]);  
➔ [l, s] = predict(svmmodel, svmdata(ie, :));
```

Η εντολή `fitcsvm()` εκτελεί την εκπαίδευση του ταξινομητή για μία ή για δύο κλάσεις. Στην δική μας περίπτωση υπάρχουν δύο κλάσεις. Ο πίνακας `svmdata` περιλαμβάνει τις τιμές των ποσοστών των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος (`aA`) και τις τιμές των ποσοστών των συχνοτήτων που ξεπερνούν το 20% της μέγιστης ενέργειας (`aM`) για κάθε ημέρας και για κάθε IMF κάθε ημέρας. Για να γίνει πιο σαφές το περιεχόμενο του

πίνακα svmdata, οι τιμές που περιλαμβάνονται σε αυτόν είναι οι τιμές που υπάρχουν στα διαγράμματα των εικόνων 3.19-3.66.

Παρακάτω παρουσιάζονται σε δύο πίνακες οι τιμές που περιλαμβάνονται στον πίνακα svmdata.

Πίνακας 5 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά τη μέση τιμή της ενέργειας του σήματος.

DAY	aA_Raw	aA_IMF1	aA_IMF2	aA_IMF3	aA_IMF4	aA_IMF5
1	36.71	34.231	29.027	15.280	7.345	3.617
2	36.60	33.941	28.988	15.220	7.214	3.601
3	36.56	33.638	28.891	15.201	7.270	3.603
4	36.54	33.483	28.868	15.179	7.269	3.618
5	34.16	30.623	28.288	14.901	7.174	3.583
6	28.53	26.928	26.154	13.780	6.936	3.465
7	28.56	26.651	26.915	14.278	7.246	3.657
8	31.41	29.413	28.600	15.348	7.784	4.099

Πίνακας 6 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος.

DAY	aM_Raw	aM_IMF1	aM_IMF2	aM_IMF3	aM_IMF4	aM_IMF5
1	0.015	7.503	0.014	0.014	0.173	0.213
2	0.017	7.843	0.015	0.013	0.021	0.222
3	0.013	6.018	0.012	0.011	0.037	0.301
4	0.010	6.279	0.010	0.010	0.104	0.259
5	0.019	0.265	0.013	0.013	0.058	0.333
6	0.092	0.213	0.015	0.011	0.034	0.185
7	0.297	0.361	0.092	0.039	0.042	0.414
8	0.178	0.917	0.123	0.038	0.025	1.172

Στη συνέχεια, ο πίνακας γ περιλαμβάνει τις τιμές των κλάσεων που έχουν ορίσει. Πιο συγκεκριμένα, ο γ έχει διαστάσεις 8×1 . Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις που έγιναν πάνω στην

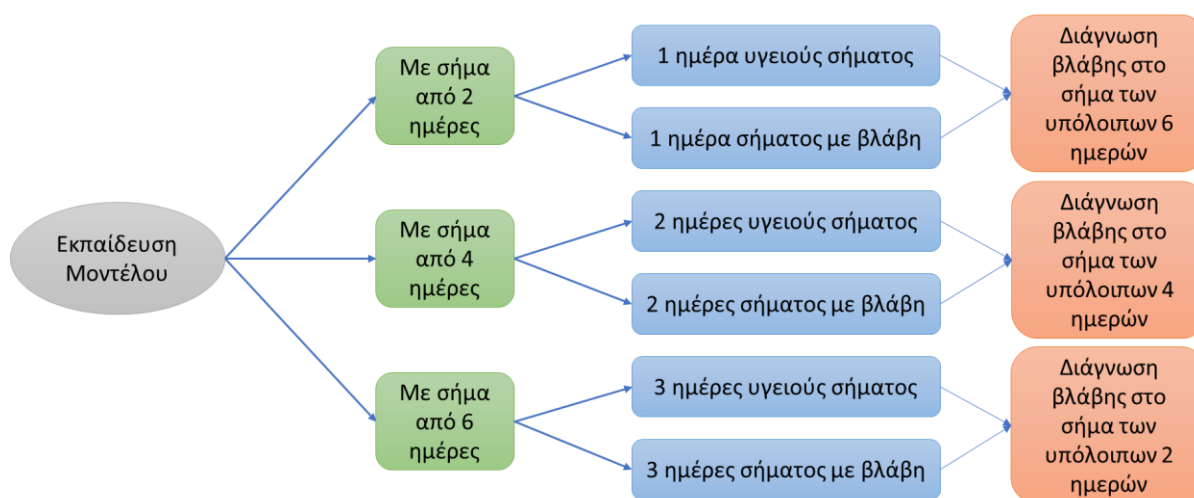
απόκριση των εδράνων, επιλέξαμε να ορίσουμε από την πρώτη έως την τέταρτη ημέρα ως χρόνο υγιής λειτουργίας και από την πέμπτη έως την όγδοη ημέρα ως χρόνο μη υγιής λειτουργίας. Επομένως, μέσα στον y οι πρώτες τέσσερεις θέσεις καταλαμβάνονται από την πρώτη κλάση (-1), που υποδηλώνει την υγιή λειτουργία του εδράνου και οι υπόλοιπες θέσεις από την δεύτερη κλάση (+1).

Έπειτα, δηλώνουμε την συνάρτηση πυρήνα (Kernel Function) που θα χρησιμοποιήσουμε, η οποία είναι και η Radial Basis Function (RBF). Το πεδίο Box Constraint αποτελεί μια παράμετρο που ελέγχει την υπερβολική κανονικοποίηση λόγω των διαφόρων τιμών του περιθωρίου (margin) κατά την δημιουργία του υπερεπιπέδου. Με την αύξηση της τιμής του Box Constraint εκχωρούνται λιγότερα διανύσματα υποστήριξης (support vectors). Ωστόσο, η αύξηση του Box Constraint μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερους χρόνους εκπαίδευσης. Στην περίπτωση μας επιλέξαμε την τιμή Inf, που ορίζει ότι δεν θέτουμε κάποιον περιορισμό στο πεδίο αυτό, ως προς τα όρια της τιμής του. Τέλος, ορίζουμε τις δύο κλάσεις που υπάρχουν στην ανάλυσή μας.

Η εντολή predict υλοποιεί την πρόβλεψη, χρησιμοποιώντας ένα εκπαιδευμένο δίκτυο deep learning, στην περίπτωση μας δηλαδή το svmmodel που δημιουργούμε με την εντολή fitcsvm. Η μεταβλητή l περιέχει την τιμή της πρόβλεψης, δηλαδή το όνομα της κλάσης (+1 ή -1), ανάλογα με το που έχει κατηγοριοποιήσει το συγκεκριμένο dataset.

Έπειτα, για την εκπαίδευση και πιστοποίηση του μοντέλου χρησιμοποιήσαμε ένα σύστημα διατάξεων. Ειδικότερα, το μοντέλο εκπαιδευόταν είτε με τις 2, είτε με τις 4, είτε με τις 6 ημέρες από τις 8, και με τις ημέρες που απέμεναν εκτελούσε την πρόβλεψη. Να σημειωθεί πως όταν το μοντέλο εκπαιδευόταν με τις 2 ημέρες, εννοείται πως έπαιρνε σαν είσοδο μία ημέρα υγιούς λειτουργίας και μία ημέρα με εσφαλμένη λειτουργία. Αντίστοιχα, στην εκπαίδευση με 4 ημέρες,

το μοντέλο εκπαιδεύεται με 2 ημέρες υγιούς λειτουργίας και 2 με εσφαλμένη λειτουργία. Όμοια συνέβαινε και στην εκπαίδευση με 6 ημέρες (3 ημέρες υγιούς λειτουργίας και 3 ημέρες με εσφαλμένη λειτουργία). Αυτό έγινε για να μπορούμε να είμαστε σίγουροι πως το μοντέλο μας έχει εκπαιδευτεί σωστά και πως μπορεί να λειτουργήσει και με νέα δεδομένα, πέραν αυτών με τα οποία έχει εκπαιδευτεί.



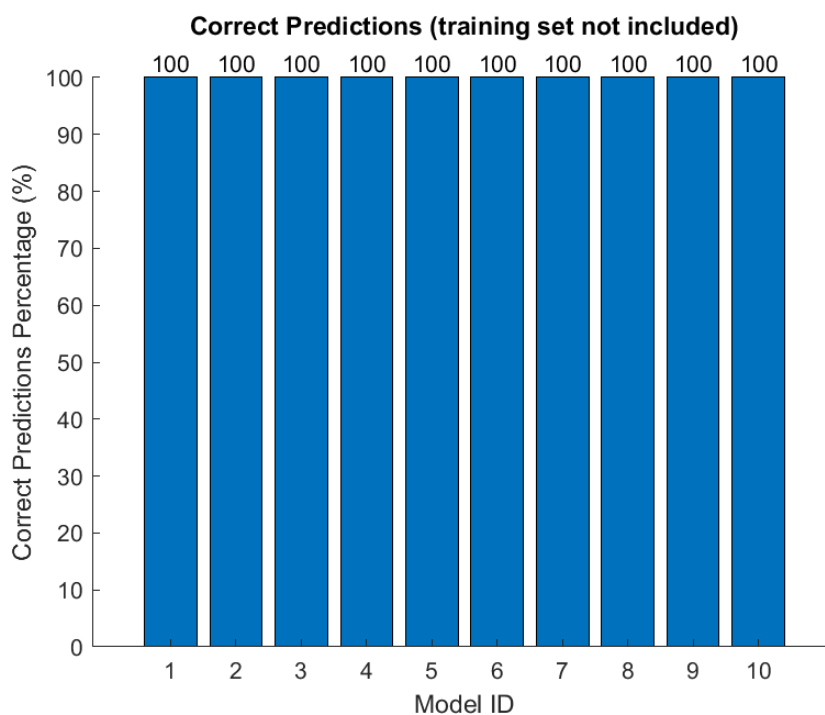
Εικόνα 3.67 Εκπαίδευση μοντέλου SVM με το σύστημα διατάξεων.

4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

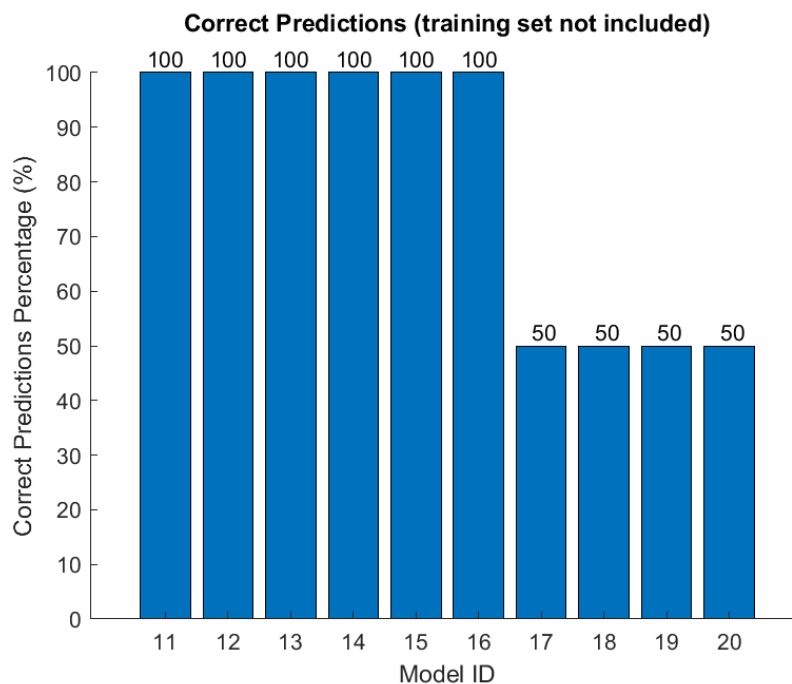
Τα αποτελέσματα που λάβαμε ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία είναι αρκετά ενθαρρυντικά και ξεπερνούν το 79 % σε ποσοστό επιτυχίας.

Για να γίνω πιο σαφής, δεν έχει τόση σημασία να ορίσουμε ένα γενικό ποσοστό επιτυχίας όσο το να μελετήσουμε κάθε περίπτωση ξεχωριστά. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζοντας το σύστημα διατάξεων που περιγράψαμε παραπάνω, δημιουργήσαμε ένα σύνολο 68 μοντέλων όπου αποτελούν κάθε πιθανό συνδυασμό εκπαίδευσης και πιστοποίησης, με την μέθοδο SVM, των δεδομένων που έχουμε.

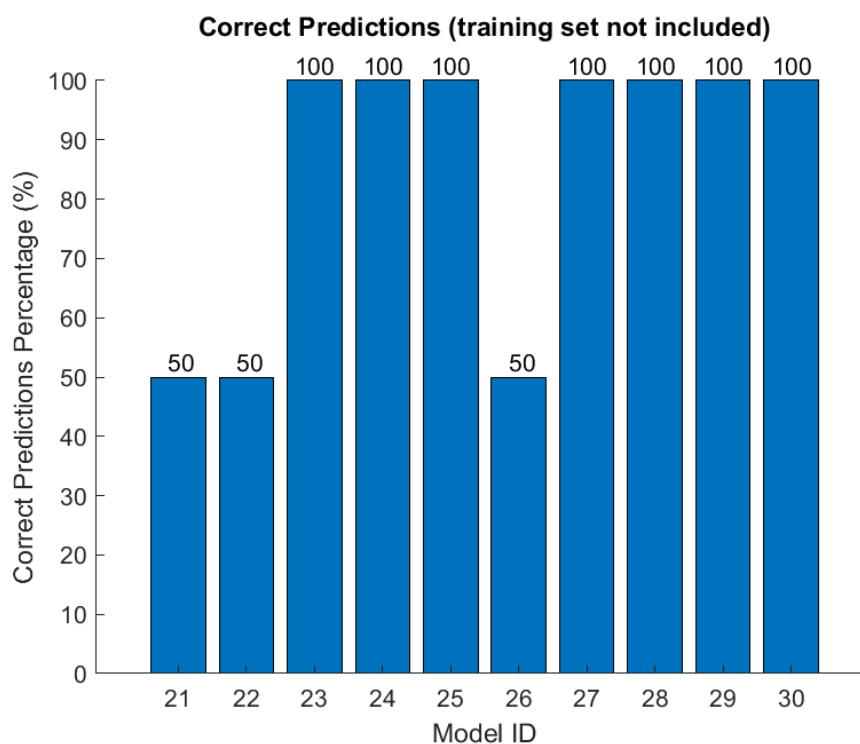
Τα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζουν το ολικό ποσοστό επιτυχίας από κάθε μοντέλο που δημιουργήσαμε:



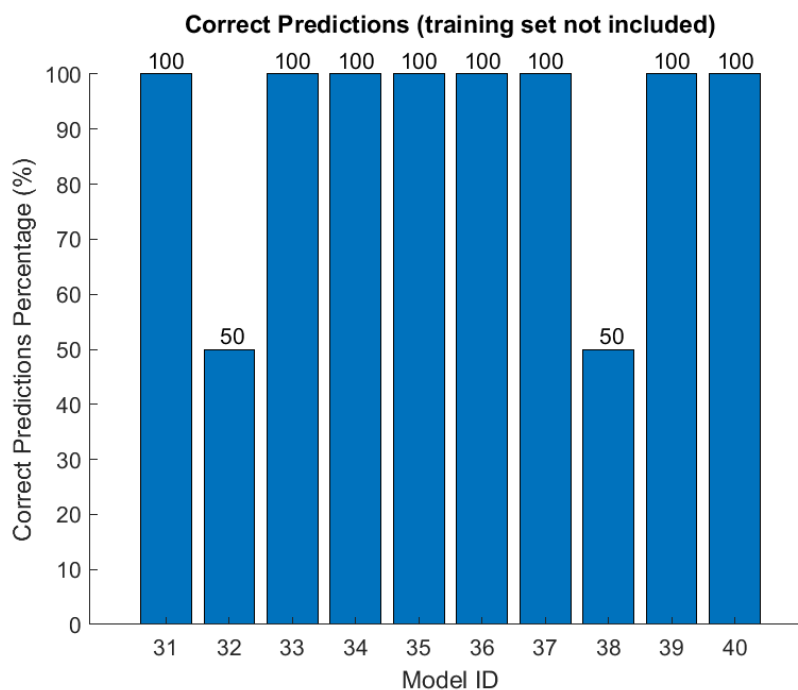
Διάγραμμα 4.1 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 1-10.



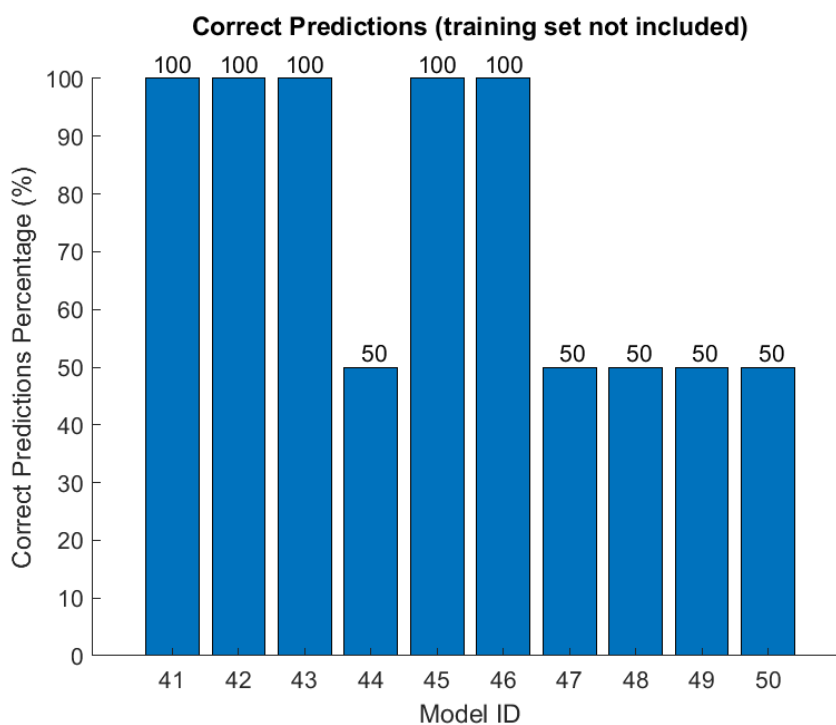
Διάγραμμα 4.2 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 11-20.



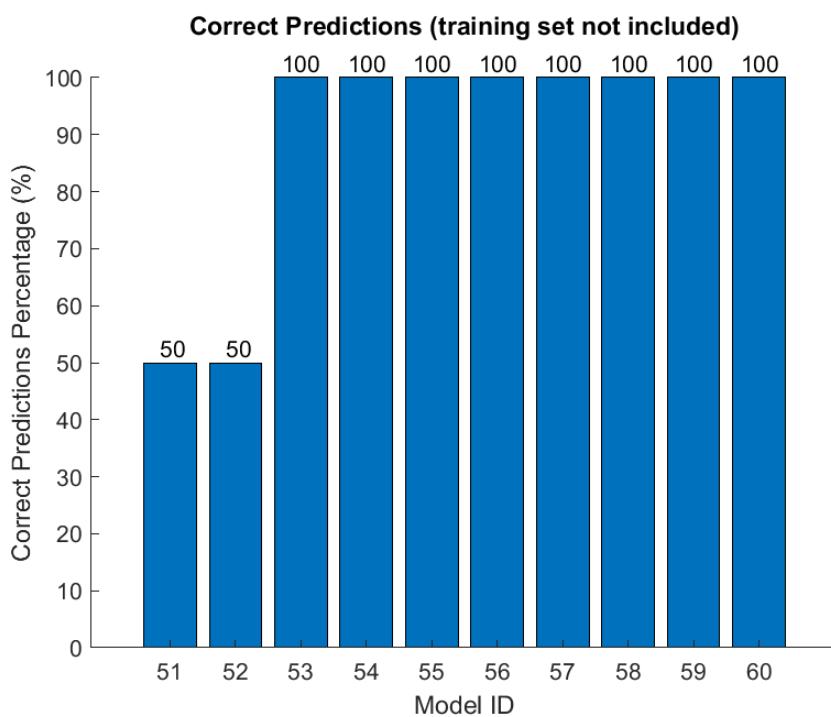
Διάγραμμα 4.3 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 21-30.



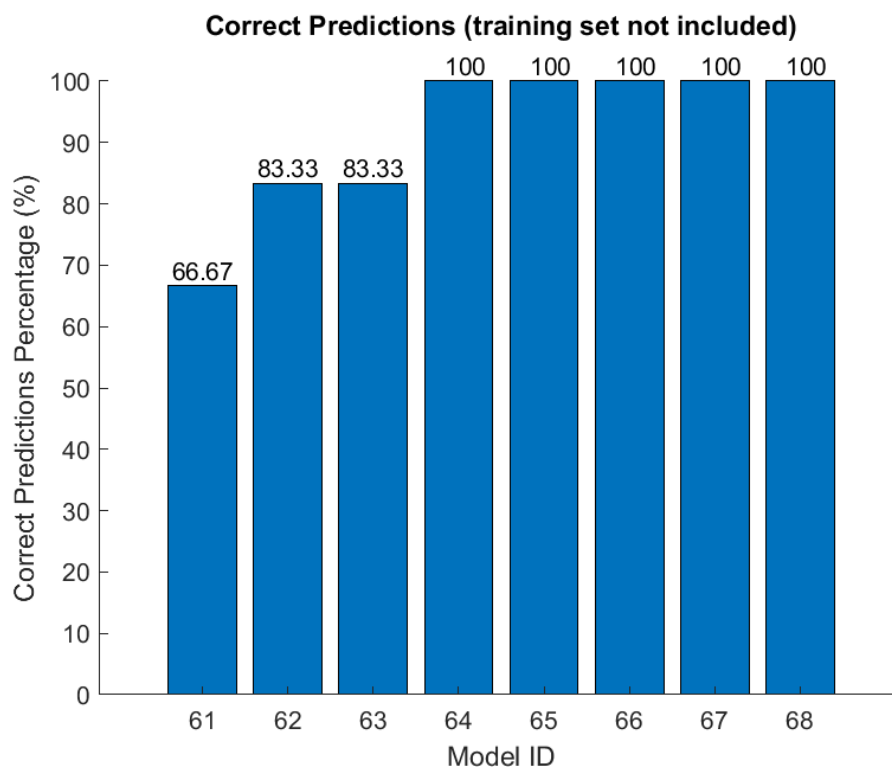
Διάγραμμα 4.4 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 31-40.



Διάγραμμα 4.5 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 41-50.



Διάγραμμα 4.6 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 51-60



Διάγραμμα 4.7 Ποσοστό επιτυχίας για τα μοντέλα 61-68.

Πίνακας 7 Οι διατάξεις με τους αριθμούς των ημερών που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση κάθε μοντέλου, για τα μοντέλα 1-40.

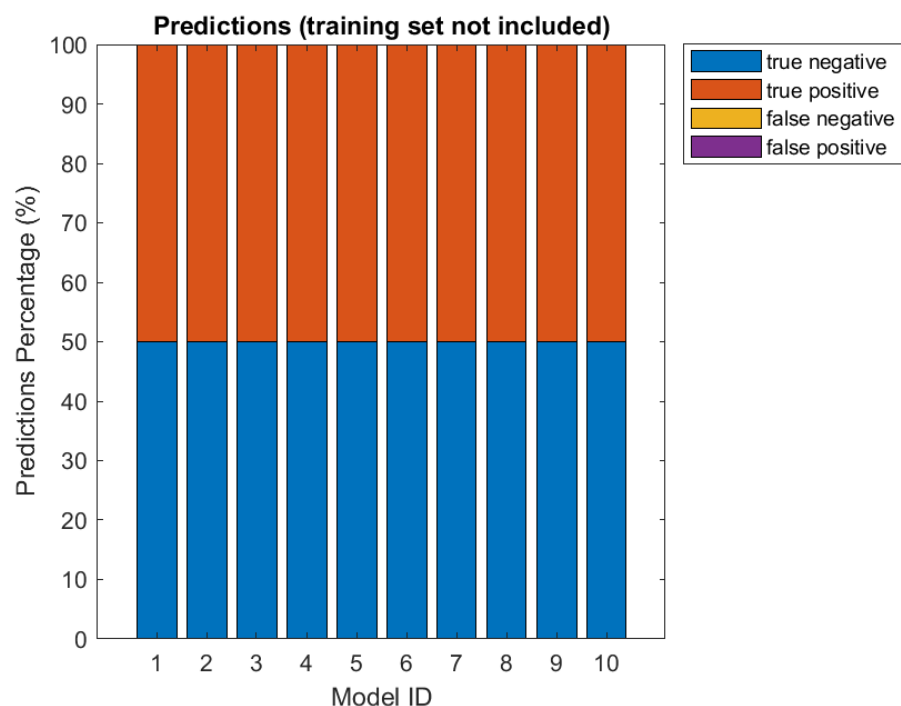
ModelID	Training Models	ModelID	Training Models	ModelID	Training Models	ModelID	Training Models
1	1 2 3 5 6 7	11	1 3 4 5 7 8	21	1 2 6 8	31	1 4 5 8
2	1 2 3 5 6 8	12	1 3 4 6 7 8	22	1 2 7 8	32	1 4 6 7
3	1 2 3 5 7 8	13	2 3 4 5 6 7	23	1 3 5 6	33	1 4 6 8
4	1 2 3 6 7 8	14	2 3 4 5 6 8	24	1 3 5 7	34	1 4 7 8
5	1 2 4 5 6 7	15	2 3 4 5 7 8	25	1 3 5 8	35	2 3 5 6
6	1 2 4 5 6 8	16	2 3 4 6 7 8	26	1 3 6 7	36	2 3 5 7
7	1 2 4 5 7 8	17	1 2 5 6	27	1 3 6 8	37	2 3 5 8
8	1 2 4 6 7 8	18	1 2 5 7	28	1 3 7 8	38	2 3 6 7
9	1 3 4 5 6 7	19	1 2 5 8	29	1 4 5 6	39	2 3 6 8
10	1 3 4 5 6 8	20	1 2 6 7	30	1 4 5 7	40	2 3 7 8

Πίνακας 8 Οι διατάξεις με τους αριθμούς των ημερών που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση κάθε μοντέλου για τα μοντέλα 41-68.

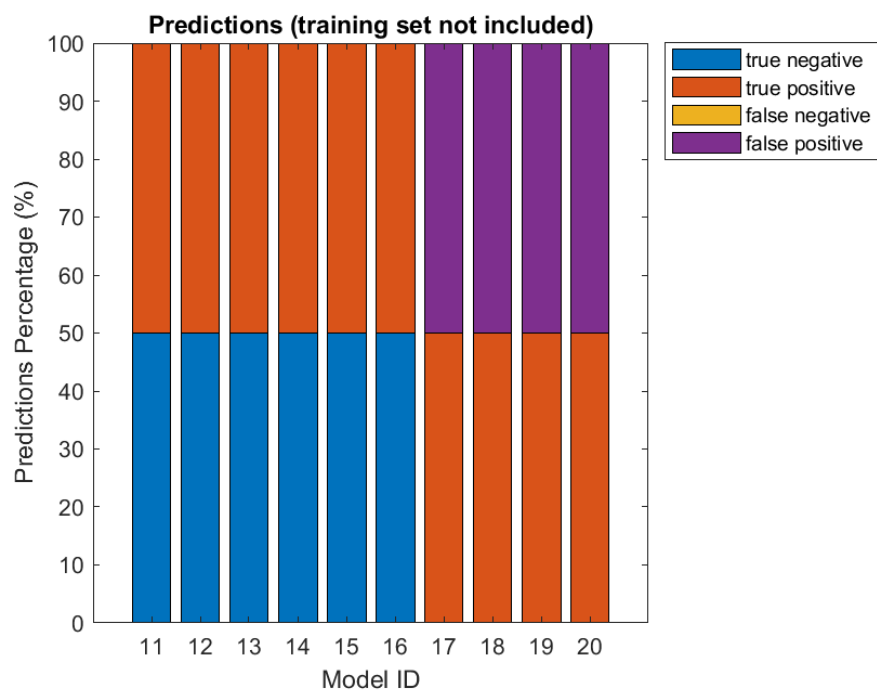
ModelID	Training Models	ModelID	Training Models	ModelID	Training Models
41	2 4 5 6	51	3 4 6 8	61	3 5
42	2 4 5 7	52	3 4 7 8	62	3 6
43	2 4 5 8	53	1 5	63	3 7
44	2 4 6 7	54	1 6	64	3 8
45	2 4 6 8	55	1 7	65	4 5
46	2 4 7 8	56	1 8	66	4 6
47	3 4 5 6	57	2 5	67	4 7
48	3 4 5 7	58	2 6	68	4 8
49	3 4 5 8	59	2 7		
50	3 4 6 7	60	2 8		

Στους πίνακες 7 και 8 βλέπουμε ποιες ημέρες χρησιμοποίησε κάθε μοντέλο για να εκπαιδευτεί. Να υπενθυμίσουμε πως τα σήματα από τις ημέρες 1-4 θεωρούνται ως οι καταγραφές υγιούς λειτουργίας του εδράνου, ενώ οι ημέρες 5-8 ως οι καταγραφές όπου το έδρανο έχει υποστεί βλάβη.

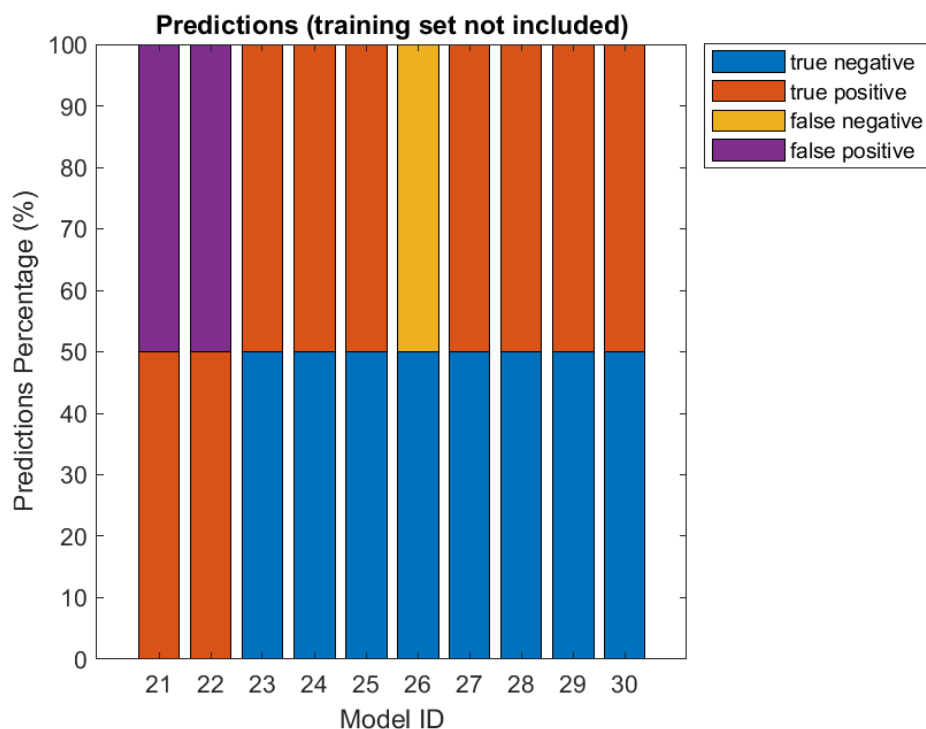
Για να μελετήσουμε εκτενέστερα το αποτέλεσμα εκπαίδευσης και πρόβλεψης κάθε μοντέλου, φτιάξαμε και τα παρακάτω διαγράμματα, τα οποία δίνουν περισσότερες πληροφορίες:



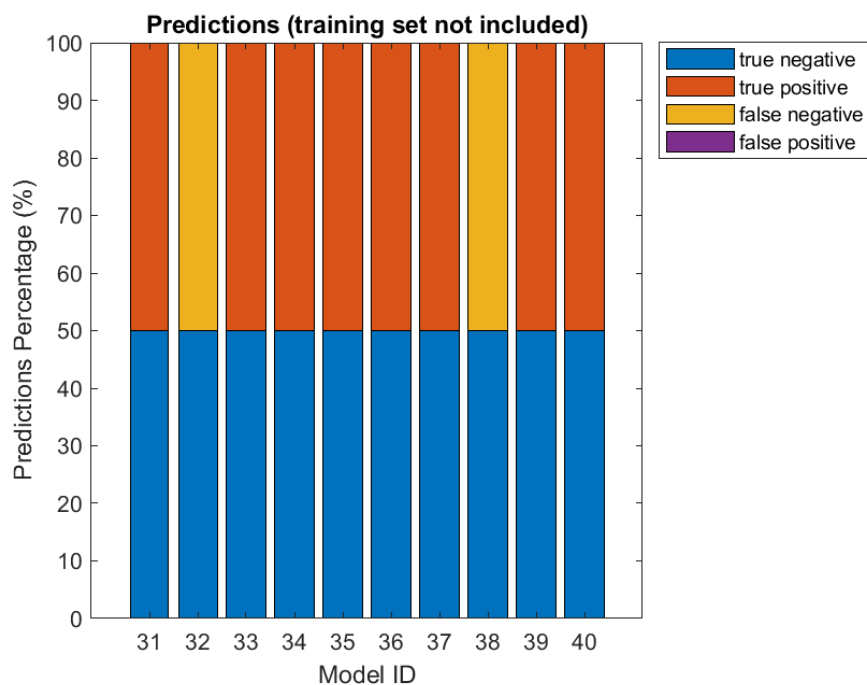
Διάγραμμα 4.8 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 1-10.



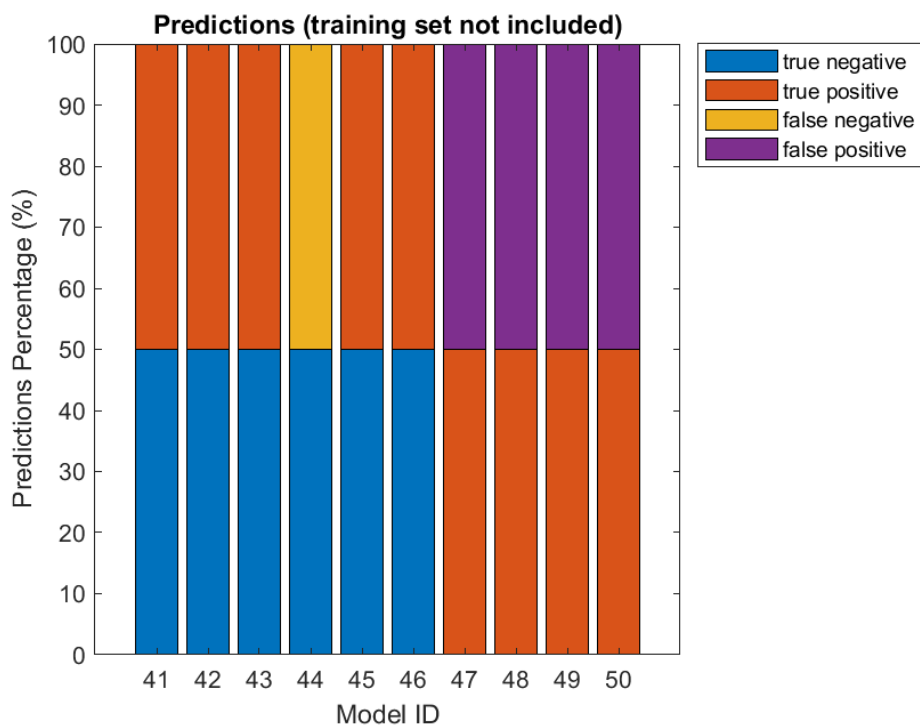
Διάγραμμα 4.9 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 11-20.



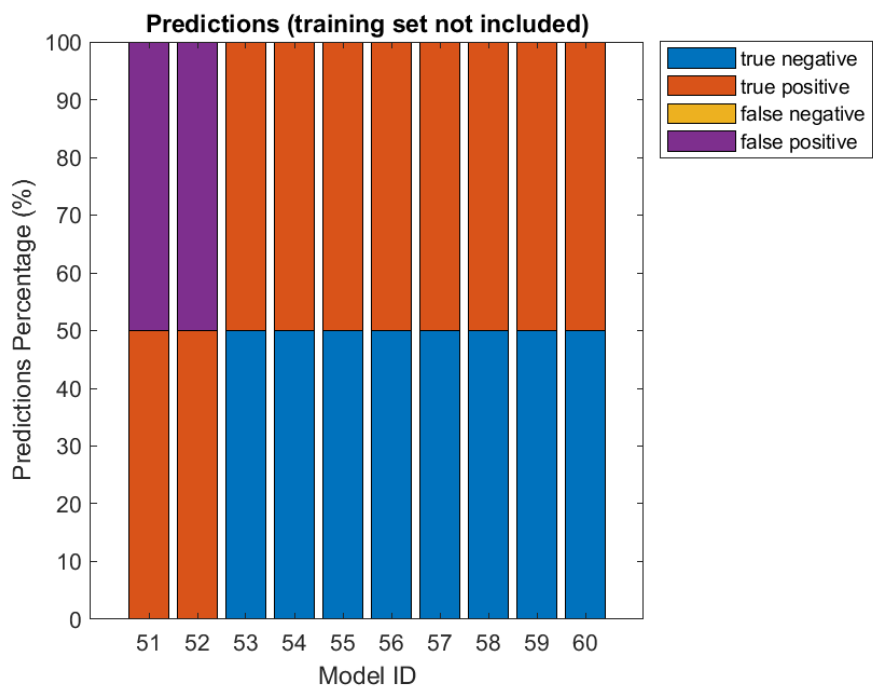
Διάγραμμα 4.10 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 21-30.



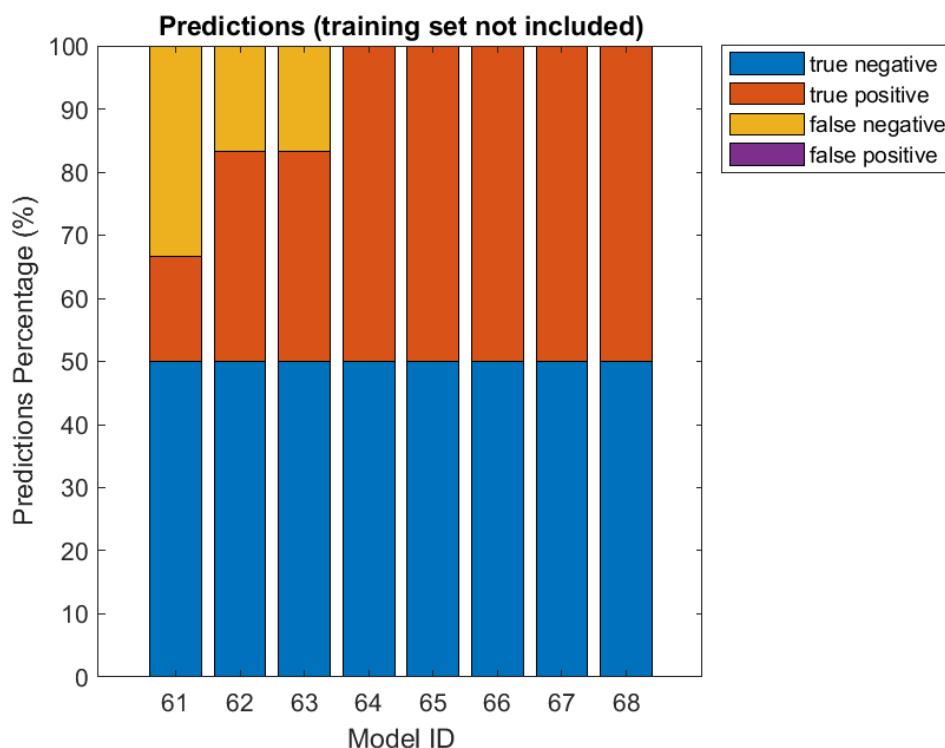
Διάγραμμα 4.11 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 31-40.



Διάγραμμα 4.12 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 41-50.



Διάγραμμα 4.13 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 51-60.



Διάγραμμα 4.14 Διάγραμμα με λεπτομερή απεικόνιση της πρόβλεψης για τα μοντέλα 61-68.

Στα διαγράμματα 4.8-4.14 μπορούμε να δούμε ακριβώς το αποτέλεσμα της πρόβλεψης για το κάθε μοντέλο ξεχωριστά.

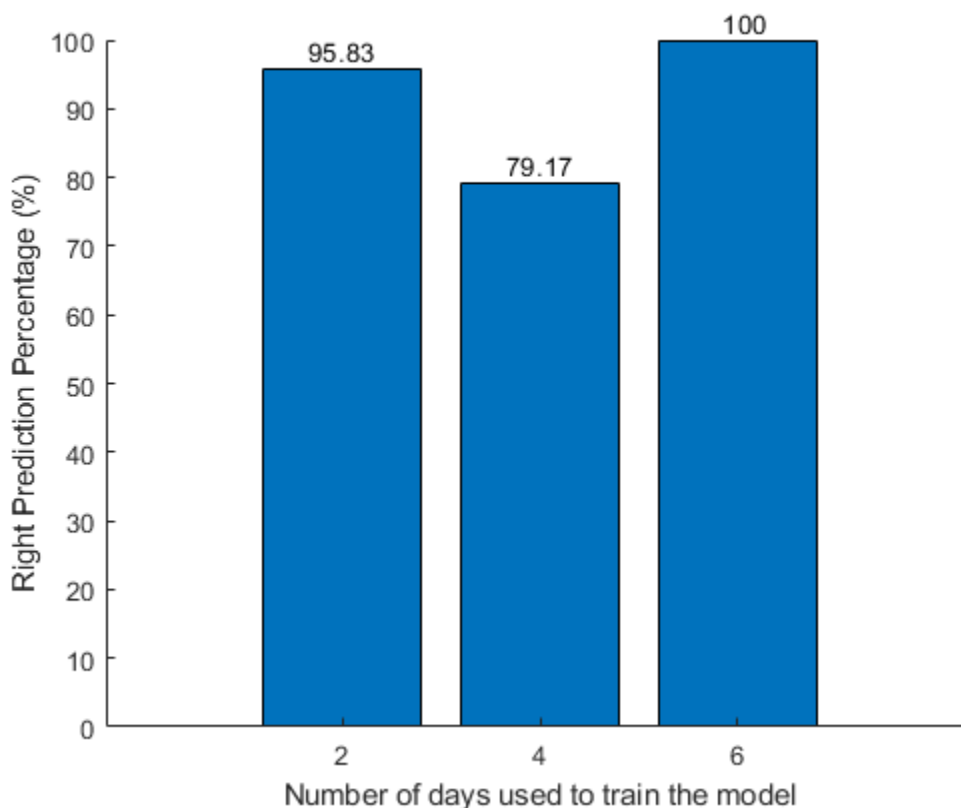
Για να γίνει πιο σαφές το περιεχόμενο των παραπάνω διαγραμμάτων, αξίζει να θυμίσουμε πως στο μοντέλο που αναπτύξαμε, η τιμή -1 (negative) σημαίνει την μη ανίχνευση βλάβης στο σήμα, ενώ η τιμή +1 (positive) σημαίνει την ανίχνευση βλάβης σε αυτό. Στα παραπάνω διαγράμματα βλέπουμε πως εμφανίζονται τέσσερα διαφορετικά χρώματα, όπου το καθένα αντιστοιχίζεται σε μία κατάσταση (μπλε → true negative, πορτοκαλί → true positive, κίτρινο → false negative, μωβ → false positive). Οι καταστάσεις true positive και true negative, δηλώνουν την ορθή ανίχνευση βλάβης ή μη, αντίστοιχα. Από την άλλη πλευρά οι καταστάσεις false positive και false negative, δηλώνουν την μη ορθή ανίχνευση βλάβης ή μη, αντίστοιχα.

Είναι, λοιπόν, λογικό πως όταν σε ένα μοντέλο εμφανίζονται μόνο οι καταστάσεις `true positive` και `true negative`, τότε το μοντέλο αυτό έχει 100% επιτυχία. Για παράδειγμα, στο μοντέλο 1 όπου εμφανίζονται οι δύο αυτές περιπτώσεις (`true positive` και `true negative`), το μοντέλο εμφανίζει 100% επιτυχία. Ειδικότερα, το μοντέλο 1 εκπαιδεύτηκε με τις ημέρες 1, 2, 3, 5, 6 και 7, επομένως η πιστοποίηση του εκπαιδευμένου μοντέλου 1 έγινε με τις ημέρες 4 και 8. Στο μοντέλο αυτό, συνεπώς, οι τιμές που προβλέφθηκαν για τις ημέρες αυτές είναι -1 για την 4η ημέρα (μη ανίχνευση βλάβης) και +1 για την 8η ημέρα (ανίχνευση βλάβης), δηλαδή οι πραγματικές τιμές που τους αντιστοιχούν. Με την ίδια λογική, λειτουργεί ο αλγόριθμος μας και για τα υπόλοιπα μοντέλα.

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα διαγράμματα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5, αποτελούν τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής. Από τα αποτελέσματα αυτά μπορούμε να αντλήσουμε σημαντικές πληροφορίες για την αποτελεσματικότητα της μεθόδου SVM σε προβλήματα ανίχνευσης βλάβης. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να κατατάξουμε τα 68 μοντέλα που μελετήσαμε σε τρεις κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία θα περιλαμβάνει όλα τα μοντέλα που εκπαιδεύτηκαν με 2 ημέρες καταγραφής (1 ημέρα από το υγιές σήμα και 1 ημέρα από το σήμα με βλάβη), στην δεύτερη κατηγορία θα ανήκουν τα μοντέλα που εκπαιδεύτηκαν με 4 ημέρες καταγραφής (2 ημέρες από το υγιές σήμα και 2 ημέρες από το σήμα με βλάβη) και τέλος στην τρίτη κατηγορία θα ανήκουν τα μοντέλα που εκπαιδεύτηκαν με 6 ημέρες καταγραφής (3 ημέρες από το υγιές σήμα και 3 ημέρες από το σήμα με βλάβη).

Με βάση την παραπάνω κατηγοριοποίηση μπορούμε να βγάλουμε ένα συνολικό ποσοστό επιτυχίας για κάθε κατηγορία:

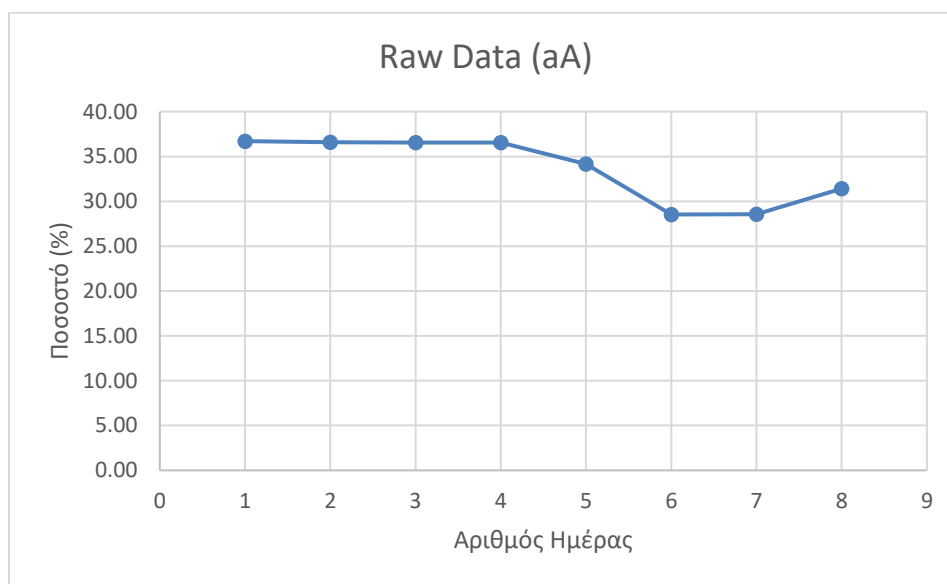


Διάγραμμα 5.1 Συνολικό ποσοστό επιτυχίας συναρτήσει του αριθμού ημερών καταγραφής που χρησιμοποιήθηκαν στην εκπαίδευση του μοντέλου.

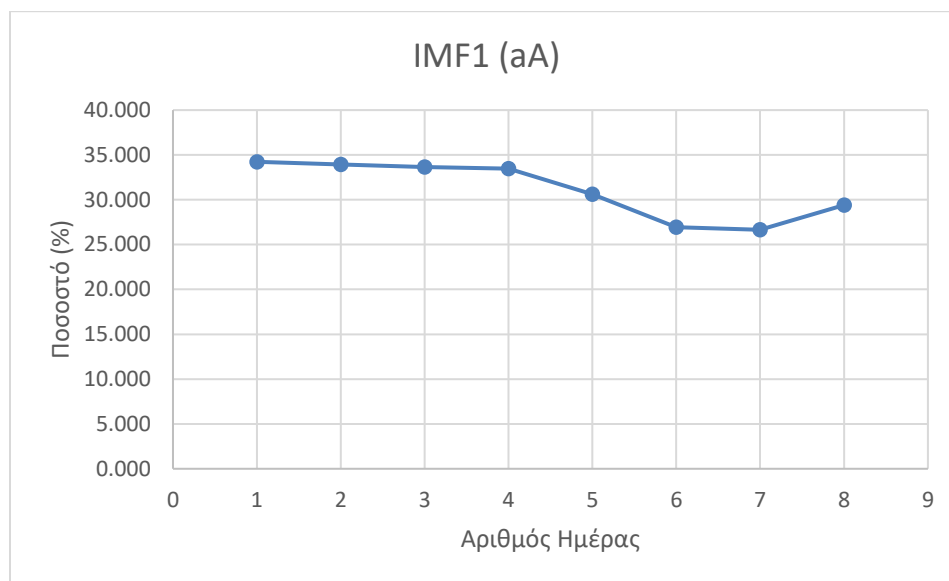
Παρατηρούμε πως τα μοντέλα που χρησιμοποιούν για την εκπαίδευση τους σήμα από 6 ημέρες εμφανίζουν ποσοστό επιτυχίας που αγγίζει το 100%. Φυσικά αυτή η περίπτωση είναι αρκετά ιδανική καθώς μπορεί σε ορισμένες εφαρμογές να μην έχουμε στη διάθεσή μας το ανάλογο καταγραφικό για να γίνει μία τόσο επαρκής εκπαίδευση μοντέλου. Βέβαια, αν παρατηρήσουμε τις άλλες δύο κατηγορίες μοντέλων, βλέπουμε πως εμφανίζουν αρκετά καλά ποσοστά, πράγμα που σημαίνει πως η μέθοδος SVM μπορεί να εκπαιδεύσει ένα μοντέλο που να κάνει επιτυχείς προβλέψεις για επερχόμενη αστοχία ακόμα και με μικρότερο αριθμό δεδομένων, όπως στη κατηγορία εκπαίδευσης με 2 ή με 4 ημέρες καταγραφής.

Πρόταση για επόμενη έρευνα

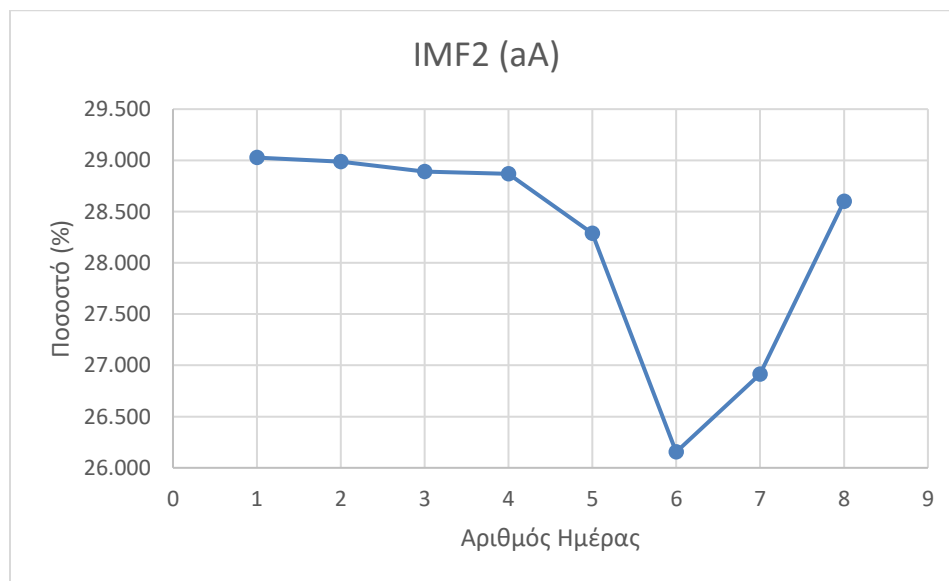
Στην ενότητα αυτή αξίζει να δούμε γραφικά τα δεδομένα των πινάκων 3.4 και 3.5, που περιλαμβάνουν τα δεδομένα του πίνακα *symmatrix*, δηλαδή τις τιμές των ποσοστών των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος (aA) και τις τιμές των ποσοστών των συχνοτήτων που ξεπερνούν το 20% της μέγιστης ενέργειας (aM) για κάθε ημέρας και για κάθε IMF κάθε ημέρας.



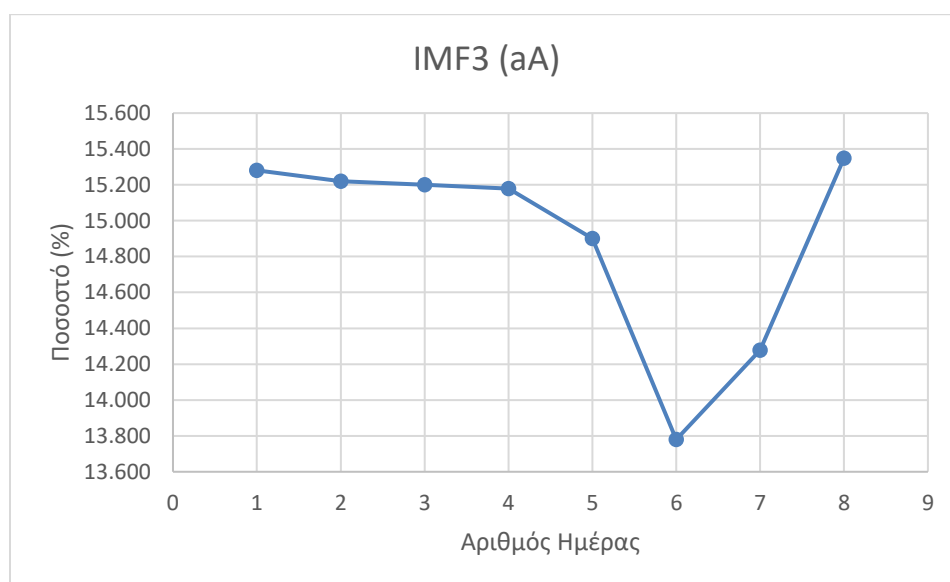
Διάγραμμα 5.2 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (Raw data)



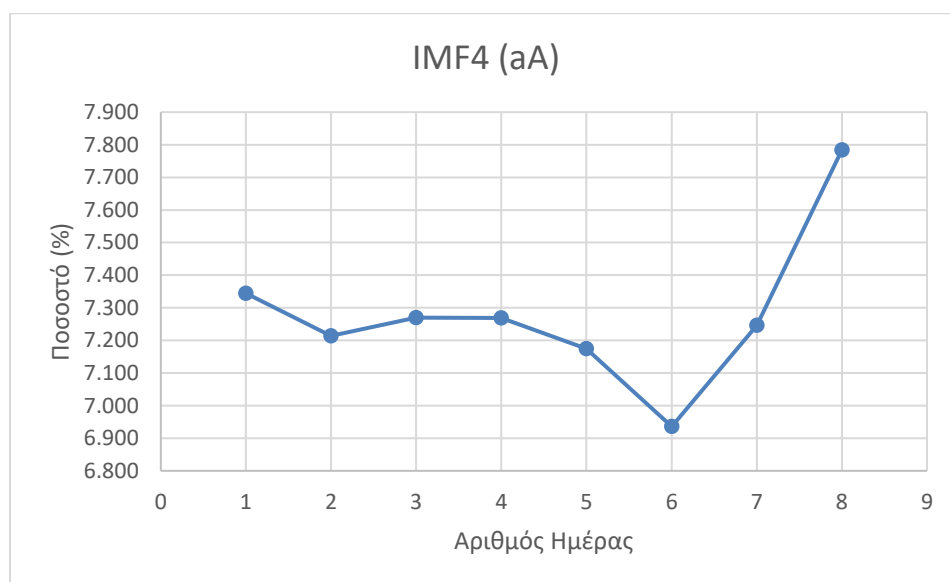
Διάγραμμα 5.3 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 1)



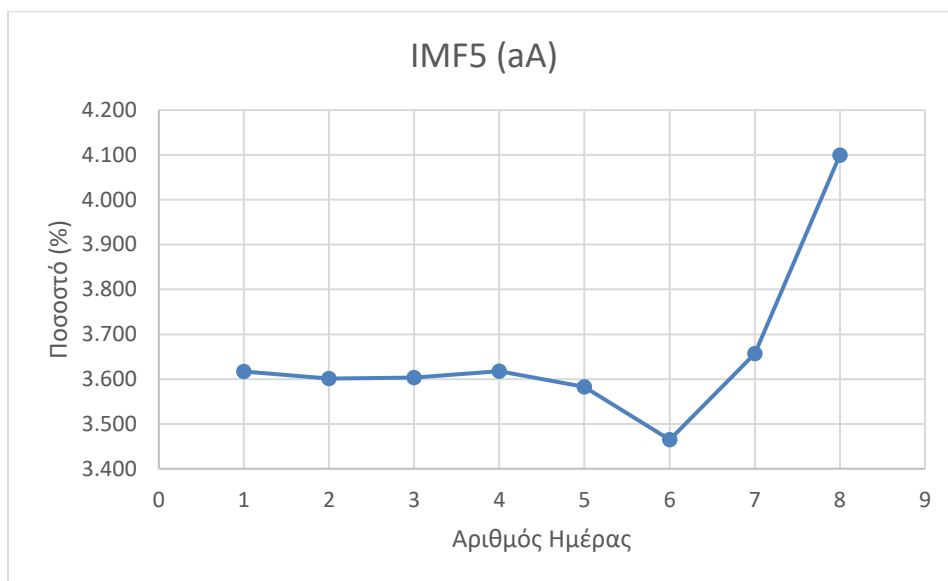
Διάγραμμα 5.4 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 2)



Διάγραμμα 5.5 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 3)

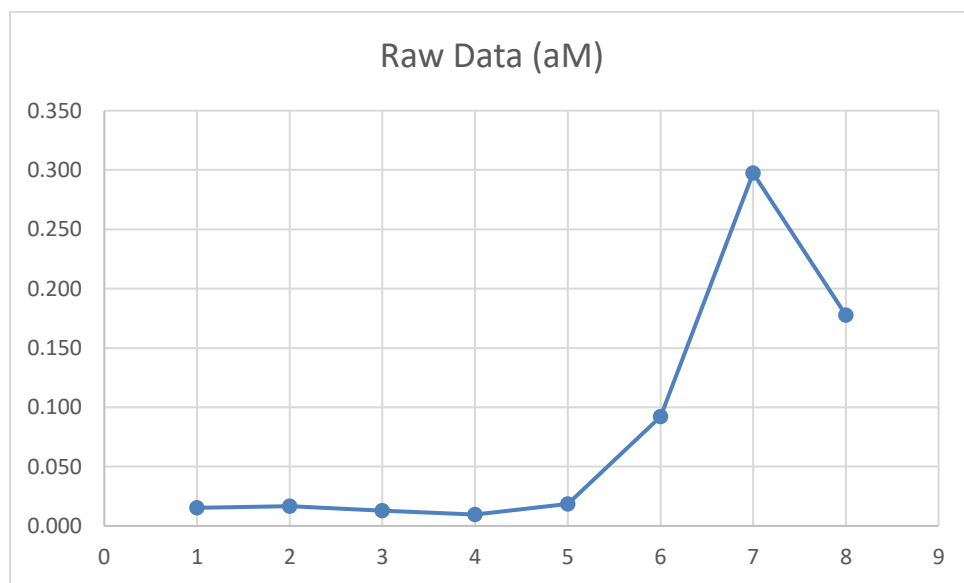


Διάγραμμα 5.6 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 4)

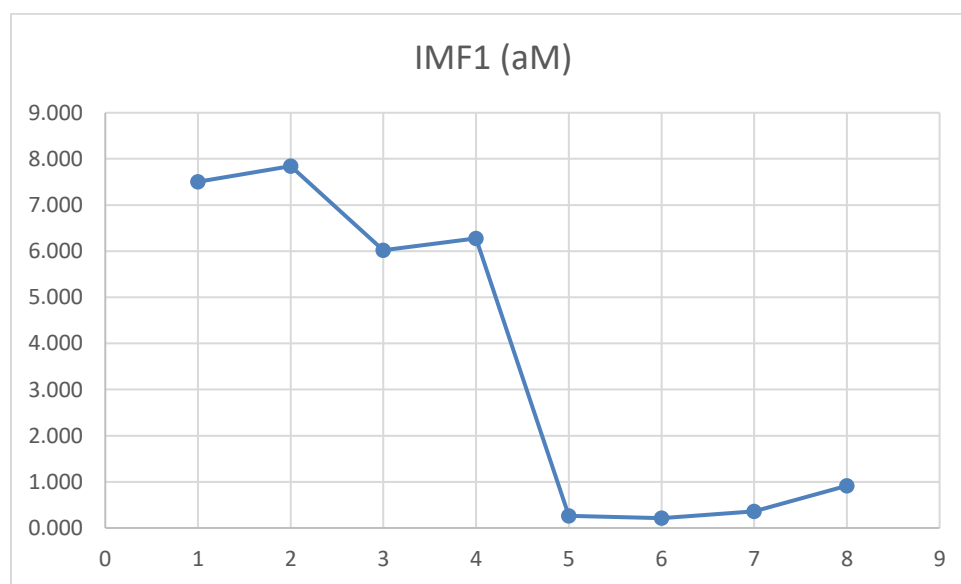


Διάγραμμα 5.7 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος. (IMF 5)

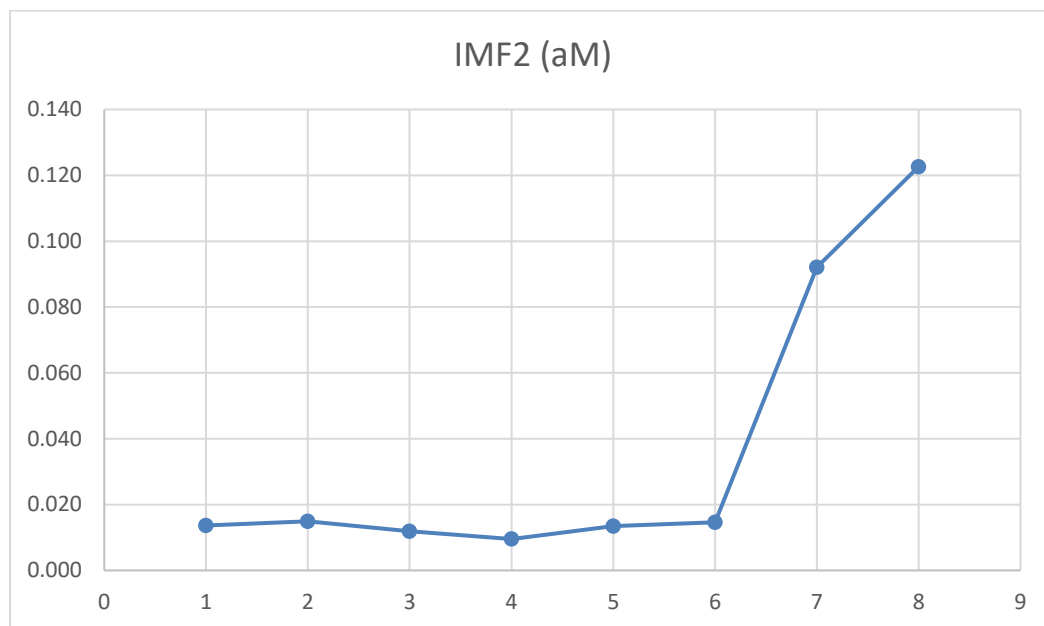
Στα διαγράμματα 5.2-5.7 απεικονίζονται τα ποσοστά των συχνοτήτων που η ενέργειά τους είναι μεγαλύτερη από την μέση ενέργεια του σήματος για την περίπτωση του καθαρού σήματος (raw signal) και τις περιπτώσεις των εγγενών συναρτήσεων (IMF) που προκύπτουν από την αποσύνθεση του σήματος (EMD). Αξίζει να σημειωθεί πως σε όλες τις περιπτώσεις, διακρίνεται μία απότομη αλλαγή της κλίσης των ευθειών από την τέταρτη ημέρα και έπειτα. Συγκεκριμένα, βλέπουμε απότομη πτώση του ποσοστού συχνοτήτων με ενέργεια μεγαλύτερη της μέσης, από την τέταρτη έως την έκτη ημέρα και έπειτα μία απότομη αύξηση του ποσοστού αυτού. Θα ήταν άξιο μελέτης, λοιπόν, η εκπαίδευση ενός μοντέλου με την μέθοδο SVM χρησιμοποιώντας ως δεδομένα εκπαίδευσης, όχι τα ποσοστά που αναγράφονται στα παραπάνω διαγράμματα (5.2-5.7), αλλά την τιμή (είτε απόλυτη είτε όχι) της κλίσης των ευθειών που δημιουργούνται από τα σημεία των διαγραμμάτων.



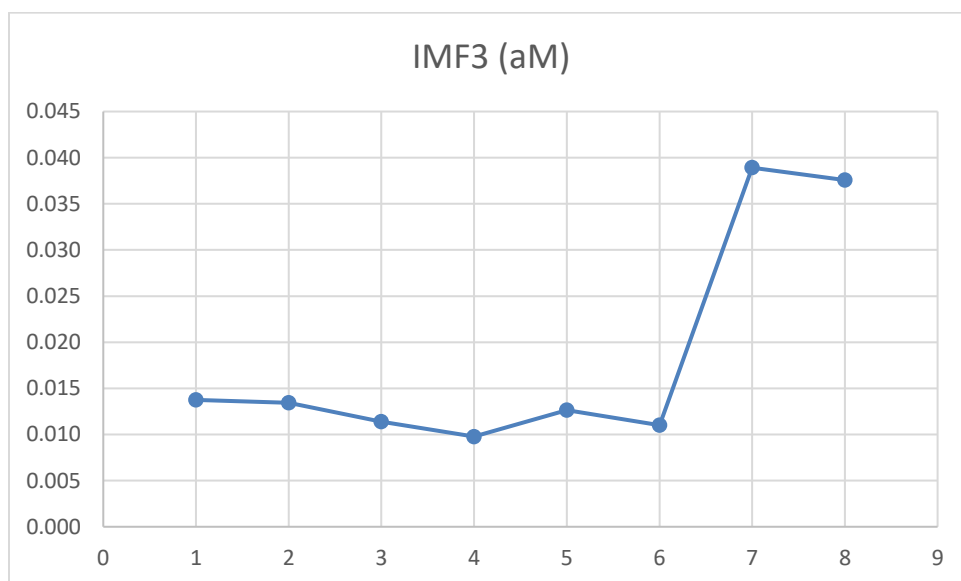
Διάγραμμα 5.8 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (Raw signal)



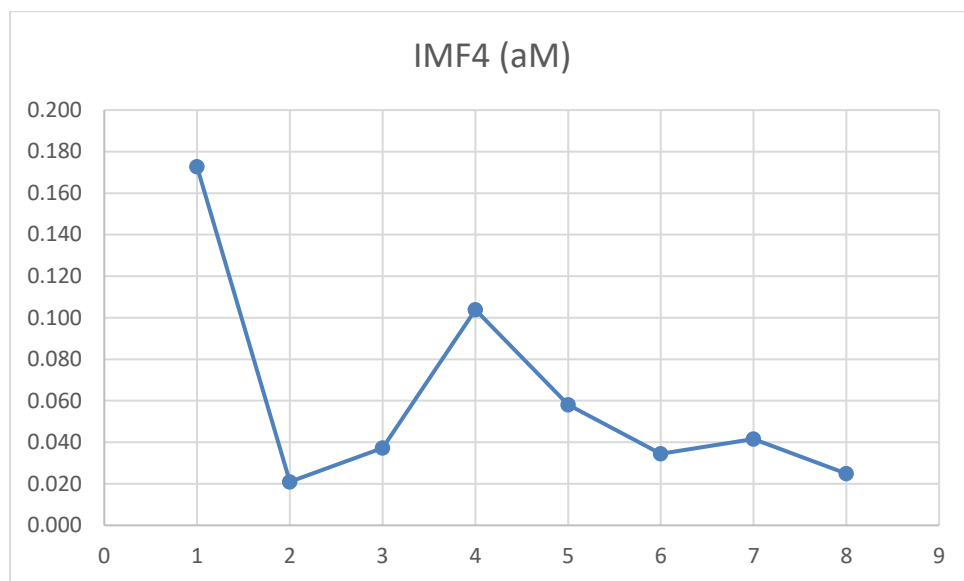
Διάγραμμα 5.9 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 1)



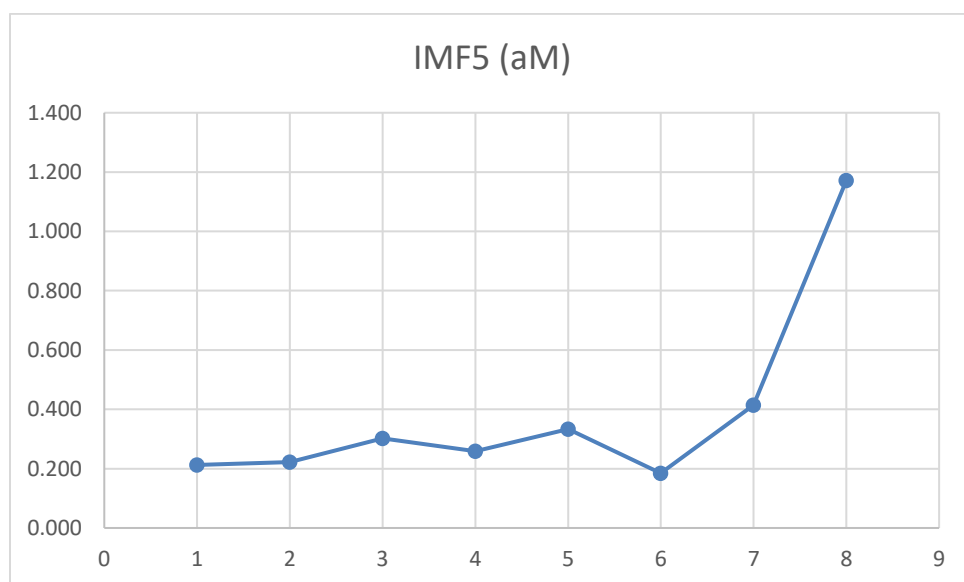
Διάγραμμα 5.10 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 2)



Διάγραμμα 5.11 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 3)



Διάγραμμα 5.12 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 4)



Διάγραμμα 5.13 Ποσοστά (%) των συχνοτήτων του σήματος που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος. (IMF 5)

Στα διαγράμματα 5.8-5.13 απεικονίζονται τα ποσοστά των συχνοτήτων που η ενέργειά τους ξεπερνά το 20% της μέγιστης ενέργειας του σήματος, για την περίπτωση του καθαρού σήματος (raw signal) και τις περιπτώσεις των εγγενών συναρτήσεων (IMF) που προκύπτουν από την αποσύνθεση του σήματος (EMD). Σε αυτή την περίπτωση δεν μπορεί να αναγνωριστεί κάποιο μοτίβο όσο αφορά τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν τα ποσοστά, καθώς πηγαίνουμε από την μία μέτρηση στην επόμενη. Θα μπορούσε βέβαια να γίνει μία μελέτη της ίδιας λογικής με αυτή που προτάθηκα παραπάνω, δηλαδή να εκπαιδευτεί ένα μοντέλο με την μέθοδο SVM χρησιμοποιώντας ως δεδομένα εκπαίδευσης, όχι τα ποσοστά που αναγράφονται στα παραπάνω διαγράμματα (5.8-5.13), αλλά την τιμή (είτε απόλυτη είτε όχι) της κλίσης των ευθειών που δημιουργούνται από τα σημεία των διαγραμμάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Kotzalas & Harris, 2006. *Advanced Concepts of Bearing Technology*. 5th επιμ. s.l.:CRC Press.
2. Dong-Soo Lee, D.-H. C., 1997. A Dynamic Analysis of a Flexible Rotor in Ball Bearings with Nonlinear Stiffness Characteristics. *International Journal of Rotating Machinery*.
3. Genta, G., 2005. Στο: E. F. G. Frederick F. Ling, επιμ. *Dynamics of Rotating systems*. Torino, Italy: Springer Science+Business Media, Inc., pp. 33-90.
4. Jung, H.-C. & Krumdieck, S., 2014. Rotordynamic Modelling and Analysis of a Radial Inflow Turbine Rotor-Bearing System. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*.
5. Maheshwari, S. & Kumar, A., 2014. Empirical Mode Decomposition: Theory & Applications. *International Journal of Electronic and Electrical Engineering*.
6. Qi, G. και συν., 2017. Fault-diagnosis for reciprocating compressors using big data. *ELSEVIER*.
7. Qiu, H., Lee, J., Lin, J. & Yuc, G., 2005. Wavelet Filter-based Weak Signature Detection Method and its Application on Roller Bearing Prognostics. *Elsevier*.
8. SKF, 2020. *SKF*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://www.skf.com/us>
[Πρόσβαση January 2020].
9. Vapnik, V., 2000. *The Nature of Statistical Learning Theory*. 2nd edition επιμ. New York : Springer-Verlag New York, Inc..

10. Yerui Fan, C. Z. ,. Y. X. J. W. a. F. G., 2020. A Bearing Fault Diagnosis Using a Support Vector Machine Optimised by the Self-Regulating Particle Swarm. *Hindawi*.
11. Zuyu Yin, J. H., 2015. • ‘Recent advances on SVM based fault diagnosis and process monitoring in complicated industrial processes. *ELSEVIER*.
12. Καλαθάκης, . X., 2010. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ. *ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ*, pp. 7-36.
13. Σεργίου , N., 2017. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ. *ΑΠΘ*.
14. ΣΕΡΓΙΟΥ, N., 2017. *ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ*, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ: ΑΠΘ.