



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
[ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ]
[ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΕΩΣ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ]

ΣΠΟΥΔΑΣΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**[Κόπωσης μεταλλικού δοκιμίου με εγκοπή βασισμένη σε
μοντέλα τάσεων]**

[Δαμιανόπουλος Χριστόφορος]

[246932]

[Νικολακόπουλος Παντελής-Αναπληρωτής Καθηγητής]

ΠΑΤΡΑ, [02/2023]

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό την πλήρη μοντελοποίηση και μελέτη ενός κοχλία τύπου 8.8 διαστάσεων M8*150 από ανθρακοχάλυβα γνωστών προδιαγραφών με εγκοπή τύπου U βάθους 2 χιλιοστών για μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων και συνεπώς γρηγορότερη αστοχία, τόσο σε στατική όσο και σε δυναμική μονοαξονική φόρτιση με χρήση μοντέλων τάσεων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση του προγράμματος προσομοίωσης Ansys για τη μοντελοποίηση της διάταξης του κοχλία και την εξαγωγή των ζητούμενων αποτελεσμάτων και στη συνέχεια υπολογίζονται τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από τη θεωρία τάσεων και κόπωσης. Τα αποτελέσματα που μας ενδιαφέρουν είναι αρχικά, η στατική ανάλυση του κοχλία όταν του ασκείται σταθερή δύναμη στον άξονα y σε συγκεκριμένο σημείο του χρησιμοποιώντας το θεώρημα του έργου παραμόρφωσης (ισοδύναμη τάση von Mises). Στη συνέχεια ακολουθεί η δυναμική ανάλυση του κοχλία η οποία μελετά τη συμπεριφορά του δοκιμίου αρχικά σε καθαρά εναλλασσόμενη τάση υπό την οποία καταπονείται ο κοχλίας λόγω της ίδιας δύναμης με αυτή που χρησιμοποιήθηκε στη στατική ανάλυση και στη συνέχεια σε επαναλαμβανόμενο τυχαίο ιστορικό φόρτισης που περιέχει φορτία μικρότερα ή ίσα με αυτό που χρησιμοποιήθηκε στην καθαρά εναλλασσόμενη φόρτιση και που μοντελοποιείται με χρήση της μετρητικής μεθόδου Rainflow για την εξαγωγή πλήρων κύκλων φόρτισης από το τυχαίο ιστορικό και του γραμμικού αθροιστικού κανόνα του Miner για τον υπολογισμό της συσσωρευσης ζημιάς στην κόπωση του κοχλία με σκοπό τη σύγκριση της συμπεριφοράς του δοκιμίου στις 2 διαφορετικές αυτές φορτίσεις. Και στη δυναμική ανάλυση χρησιμοποιείται το θεώρημα έργου παραμόρφωσης. Πολύ σημαντικό τμήμα της εργασίας αποτελεί η επίδραση της εγκοπής στη συμπεριφορά του δοκιμίου τόσο στη στατική όσο και στη δυναμική ανάλυση καθώς είναι υπεύθυνη για το φαινόμενο της συγκέντρωσης τάσεων όσο για την υποβάθμιση της αντοχής του κοχλία σε κόπωση. Αφού τα αποτελέσματα έχουν εξαχθεί τόσο από το μοντέλο όσο και από τους θεωρητικούς υπολογισμούς η εργασία μπορεί να προχωρήσει στο τελικό στάδιο που είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε μεθόδου και η εξαγωγή συμπερασμάτων για την ακρίβεια των μεθόδων αυτών, της ποιότητας του μοντέλου καθώς και η πρόταση ιδεών για τη βελτίωση της συμπεριφοράς του κοχλία σε κόπωση.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is the complete modeling and study of a type 8.8 screw of dimensions M8*150 made of carbon steel of known specifications with a 2mm deep U-type notch for greater stress concentration and therefore faster failure, both in static and dynamic uniaxial loading using stress models. This is achieved by using the Ansys simulation program to model the screw arrangement and derive the required results and then calculate the corresponding theoretical results as derived from stress and fatigue theory. The results we are interested in are initially, the static analysis of the screw when a constant force is applied to it in the y-axis at a specific point using the strain work theorem (von Mises equivalent stress). This is followed by the dynamic analysis of the bolt which studies the behavior of the specimen initially under purely alternating stress under which the bolt is under the same force

as the one used in the static analysis and then under a repeated random loading history containing loads smaller or equal to the one used in purely alternating loading and modeled using the Rainflow metric method to extract full loading cycles from the random history and Miner's linear summation rule to calculate bolt fatigue damage accumulation for the purpose of comparing behavior of the specimen under these 2 different loadings. The strain work theorem is used in dynamic analysis as well. A very important part of this thesis is the effect of the notch on the behavior of the specimen in both static and dynamic analysis as it is responsible for the phenomenon of stress concentration as well as the degradation of the fatigue strength of the bolt. After the results have been extracted both from the model and from the theoretical calculations, the thesis can proceed to the final stage which is the comparison of the results of each method and the drawing of conclusions about the accuracy of these methods, the quality of the model as well as the proposal ideas for improving the fatigue behavior of the screw.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Όνομα-αριθμός πίνακα	Σελίδα
Πίνακας 1 Δυναμική αντοχή υλικών, S'n	36
Πίνακας 2 Συντελεστής συγκέντρωσης τάσης για διάφορα υλικά και φορτίσεις	38
Πίνακας 3 Συντελεστές αξιοπιστίας CR που αντιστοιχούν σε τυπική απόκλιση 8% από το όριο διαρκούς αντοχής	40
Πίνακας 4 Χαρακτηριστικά δοκιμίου	53
Πίνακας 5 Πίνακας δεδομένων των σημείων του μπλοκ φόρτισης	73
Πίνακας 6 Αποτελέσματα μεθόδου rainflow	76

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ/ΕΙΚΟΝΩΝ

Όνομα-αριθμός σχήματος/εικόνας	Σελίδα
Σχήμα 1 (α) Γενική φόρτιση τρισδιάστατου στοιχείου, (β) Φορτίση επίπεδου στοιχείου.	
Σχήμα 2 Κάμψη δοκού	
Σχήμα 3 Κατανομή ορθών τάσεων λόγω κάμψης	
Σχήμα 4 Διατμητικές τάσεις δοκού υπό κάμψη	
Σχήμα 5 Μέγιστες διατμητικές τάσεις σε δοκούς διαφόρων διατομών	
Σχήμα 6 Στρέψη σε δοκό κυκλικής διατομής	
Σχήμα 7 Διάγραμμα επίπεδων τάσεων	
Σχήμα 8 (α) Μοναδιαίο στοιχείο με 3 διαφορετικές κύριες τάσεις, (β) Το στοιχείο με ομοιόμορφη τάση (μέσον όρο των κυρίων τάσεων) υφίσταται μόνο μεταβολή όγκου, (γ) Στοιχείο με γωνική παραμόρφωση χωρίς μεταβολή όγκου	
Σχήμα 9 Θεωρία Έργου Παραμόρφωσης, σε επίπεδη εντατική κατάσταση	
Σχήμα 10 (α) Αρμονική μεταβολή της τάσης με το χρόνο, (β) Βηματική μεταβολή της τάσης με το χρόνο, (γ) Τυχαία μεταβολή της τάσης με το χρόνο	
Σχήμα 11 Ημιτονοειδής εναλλακτική φόρτιση (N =κύκλος φόρτισης, T =περίοδος, σ_a =πλάτος τάσης σ_m =μέση τάση, σ_{max} =μέγιστη τάση, σ_{min} =ελάχιστη τάση)	
Σχήμα 12 Δοκίμια κόπωσης κατά ASTM	
Σχήμα 13 Χαρακτηριστικές οριακές τιμές κόπωσης	
Σχήμα 14 Σχηματική αναπαράσταση εναλλακτικών καταπονήσεων (α) αντιστρεφόμενη-καθαρά εναλλασσόμενη καταπόνηση, (β) επαναλαμβανόμενη καταπόνηση	
Σχήμα 15 (α) Ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων από στατική φόρτιση, (β) ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων από κυκλική φόρτιση	
Σχήμα 16 Τυπικές διαστάσεις μιας προεξοχής	
Σχήμα 17 Σχηματική παράσταση του τρόπου διάδοσης των ρωγμών κόπωσης	
Σχήμα 18 Στάδια της κόπωσης. (α) Έναρξη μικρορωγμής, (β) διάδοση ρωγμής, (γ) αυλακώσεις κόπωσης	
Σχήμα 19 Σχηματική παράσταση της διαδικασίας κόπωσης	
Σχήμα 20 Σχηματική παράσταση της καμπύλης WOHLER ($\sigma_m=0$)	
Σχήμα 21 Καμπύλη WOHLER I) περιοχή ολιγοκυκλικής κόπωσης, II) περιοχή πολυκυκλικής κόπωσης, III) περιοχή αντοχής διάρκειας	
Σχήμα 22 Σχηματική παράσταση του διαγράμματος κόπωσης κατά SMITH	
Σχήμα 23 Διαγράμματα κόπωσης	
Σχήμα 24 Συντελεστής ευαισθησίας q	
Σχήμα 25 Συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων εγχοπής τύπου U σε κυκλική διατομή για διάφορες φορτίσεις	

Σχήμα 26 Συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας (CF)	
Σχήμα 27 Συντελεστής διόρθωσης μεγέθους (CS)	
Σχήμα 28 Διάγραμμα Soderberg	
Σχήμα 29 Κριτήρια αστοχίας σε δυναμική φόρτιση	
Σχήμα 30 Κριτήριο αστοχίας Goodman για δυναμική φόρτιση	
Σχήμα 31 Κριτήριο Goodman σε διάγραμμα SMITH	
Σχήμα 32 Ιστορικά τάσεων-παραμορφώσεων και οι αντίστοιχοι βρόχοι υστέρησης	
Σχήμα 33 ASTM κανόνας μέτρησης κύκλων φόρτισης rainflow 3 σημείων. $X \geq Y$ (a) κύκλος ανάρτησης, (b) κύκλος στάσης	
Σχήμα 34 Εξαγόμενη αναστροφή στο αρχικό σημείο του ιστορικού φόρτισης με τη μέθοδο μέτρησης 3 σημείων: (a) αναστροφή P1 προς P2, (b) αναστροφή P1 προς P2	
Σχήμα 35 Μέθοδος μέτρησης κύκλων rainflow 4 σημείων (a) κύκλος ανάρτησης, (b) κύκλος στάσης	
Εικόνα 1 Εικόνα δοκιμίου	
Εικόνα 2 Διάταξη πειράματος	
Εικόνα 3 Καμπύλη Wohler του υλικού δοκιμίου	
Εικόνα 4 Γεωμετρία δοκιμίου στο Ansys	
Εικόνα 5 Επιλογή υλικού και γεωμετρίας εφαρμογής του για την ανάλυση	
Εικόνα 6 Δημιουργία πλέγματος Ansys (i) πλέγμα αδιάφορων επιφανειών, (ii) πλέγμα επιφάνειας δύναμης, (iii) πλέγμα εγκοπής, (iv) refinement εγκοπής	
Εικόνα 7 Τελικό πλέγμα Ansys και συνολικός αριθμός κόμβων και στοιχείων	
Εικόνα 8 Κοντινό πλάνο της ποιότητας του πλέγματος στην εγκοπή	
Εικόνα 9 Σύγκριση αποτελεσμάτων averaged-unaveraged για την ισοδύναμη τάση von-Mises σε μονοαξονική καταπόνηση	
Εικόνα 10 Στηρίξεις του μοντέλου στο Ansys	
Εικόνα 11 Μοντελοποίηση της δύναμης στο Ansys	
Εικόνα 12 Ορισμός ισοδύναμης τάσης von-Mises	
Εικόνα 13 Ορισμός fatigue tool για καθαρά εναλλασσόμενη καταπόνηση	
Εικόνα 14 Επαναλαμβανόμενο ιστορικό φόρτισης	
Εικόνα 15 Ορισμός fatigue tool για τυχαίο ιστορικό φόρτισης	
Εικόνα 16 Μπλοκ ιστορικού φόρτισης	
Εικόνα 17 Κοντινή εικόνα της κατανομής τάσεων στην εγκοπή	
Εικόνα 18 Ισοδύναμη τάση von-Mises για τη δύναμη των 400N	
Εικόνα 19: Διάγραμμα ελευθέρου σώματος	
Εικόνα 20 Διάρκεια ζωής δοκιμίου σε κόπωση στην καθαρά εναλλασσόμενη τάση	
Εικόνα 21 Διάρκεια ζωής δοκιμίου σε κόπωση λόγω του επαναλαμβανόμενου μπλοκ φόρτισης	
Εικόνα 22 Κύκλοι φόρτισης που προέκυψαν απ'την μέθοδο	
Σχήμα 36 Αρχικό διάγραμμα rainflow	
Σχήμα 37 Νέο διάγραμμα rainflow	

Σχήμα 38 Νέο διάγραμμα rainflow	
Σχήμα 39 Νέο διάγραμμα rainflow	
Σχήμα 40 Τελευταίο διάγραμμα rainflow	

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

Όνομα μεταβλητής	Μονάδα μέτρησης (S.I.)	Λειτουργία μεταβλητής
σ	Pa	Τάση
$\sigma_{\text{επ}}$	Pa	Επιτρεπόμενη τάση
δ	m	Μετατόπιση
$\delta_{\text{επ}}$	m	Επιτρεπόμενη μετατόπιση
N	-	Συντελεστής ασφαλείας
S_y	Pa	Όριο διαρροής
$\sigma_{x/y/z}$	Pa	Αξονικές ορθές τάσεις
$\tau_{xy/yz/xz}$	Pa	Διατμητικές τάσεις xy,yz,zx
$\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3$	Pa	Κύριες τάσεις
M	Nm	Καμπτική ροπή
ρ	m	Ακτίνα κύκλου ουδέτερου άξονα
φ	rad	Γωνία μετατόπισης
s	m	Μήκος τόξου μετατόπισης
ε	-	Παραμόρφωση
E	Pa	Μέτρο ελαστικότητας
A	m ²	Επιφάνεια διατομής
c	m	Μήκος ημιδιατομής
I	m ⁴	Ροπή αδράνειας
F_N	N	Ορθή δύναμη λόγω κάμψης
F_F	N	>>
F_B	N	Διατμητική δύναμη
V	N	>>
b	m	Μήκος ορθογωνίου
Q	m ⁴	Στατική ροπή αδράνειας
T	Nm	Στρεπτική ροπή
θ	rad	Γωνία στρέψης
l	m	Μήκος ράβδου στρέψης
J	m ⁴	Ροπή αδράνειας στρέψης
r	m	Ακτίνα κυκλικής διατομής
U	J	Ενέργεια παραμόρφωσης
$\varepsilon_1/\varepsilon_2/\varepsilon_3$	-	Κύριες παραμορφώσεις
ν	-	Λόγος Poisson
σ_{eq}	Pa	Ισοδύναμη τάση
S_{sy}	Pa	Όριο διαρροής σε διάτμηση
σ_m	Pa	Μέση τάση
σ_r	Pa	Εύρος τάσης
N_f	-	Κύκλοι φόρτισης για

		αστοχία
S_{ut}	Pa	Όριο θραύσης σε εφελκυσμό
S_u	Pa	Όριο θραύσης
S_e	Pa	Τροποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής
S_f	Pa	Τάση αστοχίας
m	-	Κλίση καμπύλης Wohler
b	-	Σταθερά καμπύλης Wohler
σ_{max}	Pa	Μέγιστη τάση κύκλου φόρτισης
σ_{min}	Pa	Ελάχιστη τάση κύκλου φόρτισης
S_{yt}	Pa	Όριο διαρροής σε εφελκυσμό
S'_n	Pa	Όριο διαρκούς αντοχής
S'_{nb}	Pa	Όριο διαρκούς αντοχής κάμψης
S'_{ns}	Pa	Όριο διαρκούς αντοχής στρέψης
C_F	-	Συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας
C_R	-	Συντελεστής αξιοπιστίας
C_S	-	Συντελεστής διόρθωσης μεγέθους
C_W	-	Συντελεστής συγκολλήσεων
k_f	-	δυναμικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων
q	-	συντελεστής ευαισθησίας σε εγχοπές
k_t	-	Γεωμετρικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων
σ_0	Pa	Ονομαστική ορθή τάση
τ_0	Pa	Ονομαστική διατμητική τάση
τ_{max}	Pa	Μέγιστη διατμητική τάση σε εγχοπή
k_{ts}	-	Γεωμετρικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων σε στρέψη
k_{fs}	-	δυναμικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων σε στρέψη
h	m	Βάθος εγχοπής
r	m	Ακτίνα εγχοπής
D	m	Διάμετρος κυκλικής διατομής

d	m	Εσωτερική διάμετρος εγκοπής
P	N	Αξονική δύναμη
$(\sigma_{eq})_{st}$	Pa	Ισοδύναμη στατική τάση
$(\sigma_{eq})_{dyn}$	Pa	Ισοδύναμη δυναμική τάση
S_{se}	Pa	Τροποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής σε διάτμηση
S_{su}	Pa	Όριο θραύσης σε διάτμηση
τ_a	Pa	Εύρος διατμητικής τάσης
τ_m	Pa	Μέση διατμητική τάση
n	-	Κύκλοι φόρτιση $<N_f$
C	-	Συντελεστής συσσώρευσης βλάβης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	2
ABSTRACT.....	2
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ	3
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	4
ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2-ΣΤΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΩΝ.....	14
2.1 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΩΝ(ΤΑΣΕΙΣ,ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ).....	14
2.1.1 ΚΑΜΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΔΟΚΩΝ.....	15
2.1.2 ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΔΟΚΩΝ	16
2.1.3 ΣΤΡΕΨΗ.....	18
2.1.4 ΘΕΩΡΙΑ ΕΡΓΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ	18
2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΩΝ(ΘΕΩΡΙΑ ΚΟΠΩΣΗΣ)	21
2.2.1 ΚΟΠΩΣΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΑ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΕΥΡΟΥΣ	23
2.2.1.1 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΟΠΩΣΗΣ.....	23
2.2.1.2 ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΑΣΕΙΣ-ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΖΩΗΣ	29
2.2.1.3 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΙΔΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΟΠΩΣΗ.....	36
2.2.1.4 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΝΤΟΧΗΣ ΣΕ ΚΟΠΩΣΗ.....	42
2.2.2 ΚΟΠΩΣΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΕΥΡΟΥΣ.....	45
2.2.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΣΣΩΡΕΥΣΗΣ ΒΛΑΒΩΝ ΚΟΠΩΣΗΣ.....	52
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3-ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΑΤΑΞΗΣ	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	67
4.1 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	67
4.1 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	70

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	78
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	79

Κεφάλαιο 1-Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Το 1945 ο Milton A Miner μελέτησε για το περιοδικό American Society of Mechanical Engineering 12 το φαινόμενο της συσσωρευμένης βλάβης στην κόπωση όπου πρότεινε ένα απλό και συντηρητικό μοντέλο που βασιζόταν στην ιδέα ότι κάθε αριθμός κύκλων φόρτισης εκφραζόμενος ως ποσοστό της διάρκειας ζωής για τη συγκεκριμένη τάση θα αντιστοιχούσε στην χρησιμοποιημένη ζωή του υλικού και όταν το συνολικό ποσοστό έφτανε το 100% θα είχαμε αστοχία του υλικού.

Το 1962 οι C Laird και GC Smith μελέτησαν στο περιοδικό Philosophical magazine I τη διάδοση ρωγμών σε κόπωση υψηλών τάσεων και συμπέραναν ότι η κόπωση σε υψηλές τάσεις δεν είναι διαφορετική απ' την κόπωση σε χαμηλές τάσεις και δεν προκύπτει από καθυστερημένη στατική θραύση.

Το 1963 οι C Laird, GC Smith μελέτησαν τα αρχικά στάδια βλάβης για κόπωση σε υψηλές τάσεις σε κάποια καθαρά μέταλλα για το περιοδικό Philosophical Magazine 8 και συμπέραναν ότι η διάδοση ρωγμών μέσω της δημιουργίας ρητιδώσεων στην επιφάνεια θραύσης αποτελεί πολύ μεγάλο ποσοστό της διάρκειας ζωής σε υψηλή τάση, ενώ σε χαμηλές τάσεις αποτελεί μικρό ποσοστό.

Το 1970 οι KN Smith, P Watson και TH Topper μελέτησαν στο βιβλίο J mater 5 μια συνάρτηση τάσεων-παραμορφώσεων για την κόπωση μετάλλων που περιλαμβάνει την επίδραση των μέσων τάσεων που έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα στα στάδια της δημιουργίας ρωγμής και στο αρχικό στάδιο της διάδοσης ρωγμής και πρότεινα μια διαδικασία για την συσσώρευση βλάβης για αυτήν την συνάρτηση.

Το 1971 ο Norman Edwin Dowling μελέτησε την πρόβλεψη αστοχίας σε κόπωση για πολύπλοκα ιστορικά τάσεων-παραμορφώσεων που συνυπολογίζουν σειρά φόρτισης και μέση τάση και συμπέρανε ότι η μέθοδος rainflow δίνει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αντίθεση με τις μεθόδους μέτρησης κορυφών, εναλλαγής επιπέδων και εύρους τάσεων.

Το 1984 οι D. Kujawski, F.Ellyin μελέτησαν για το περιοδικό International Journal of Fatigue μια θεωρία συσσώρευσης βλάβης για σχηματισμό και διάδοση

ρωγμών σε κόπωση. Η μέθοδος βασίζεται στην ιδέα της απόσβεσης πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης ως μεταβλητή της διάρκειας ζωής και συμπεράνε ότι συγκλίνει με τα πειραματικά αποτελέσματα κύκλων παραμόρφωσης 2 επιπέδων για λεπτότοιχα δοκίμια.

Το 1990 ο GA Patterson μελέτησε στο βιβλίο *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 13 μια συγκριτική μελέτη των τεχνικών υπολογισμού αντοχής κοχλίων σε κόπωση όπου συμπεράνε ότι οι μέθοδοι δεν είναι αρκετά ευαίσθητες σε αλλαγή γεωμετρίας, η επίδραση μέσων τάσεων είναι μεγάλη και ότι υπερεκτιμούν τη διάρκεια ζωής για πιο ακραίες γεωμετρίες απ' την κανονική.

Το 1990 οι Julie A Bannatine, Jess Comer, James L Hnadrock μελέτησαν στην έρευνα που δημοσιεύτηκε απ' το πανεπιστήμιο του Illinois τα βασικά θεωρήματα της ανάλυσης μεταλλικών υλικών σε κόπωση όπου ανέλυσαν τα διαγράμματα S-N, επίδραση της μέσης τάσης, τη σχέση τάσεων-πλαστικών παραμορφώσεων, μηχανισμούς θραύσης στην γραμμική-ελαστική περιοχή, διάδοση ρωγμών λόγω κόπωσης, εγκοπές, μεταβλητό εύρος φόρτισης και πολυαξονική κόπωση.

Το 1990 οι A.K. Khosrovaneh και NE Dowling μελέτησαν για το περιοδικό *International Journal of Fatigue* 12 την ανακατασκευή ιστορικού φόρτισης κόπωσης με βάση τη μέθοδο rainflow όπου πρότειναν 3 μεθόδους, 2 με βάση το δισδιάστατο διάγραμμα rainflow και μία με βάση το τρισδιάστατο και συμπεράναν ότι και οι 3 μέθοδοι δίνουν ιστορικό φόρτισης παρόμοιο με το αρχικό, με μόνη διαφορά τη σειρά άσκησης φορτίων.

Το 1994 οι C. Amzallag, JP Gerey, JL Robert και J. Bahuaud μελέτησαν για το περιοδικό *International Journal of Fatigue* 16 την τυποποίησης της μεθόδου rainflow για ανάλυση κόπωσης όπου παρουσίασαν τη διαδικασία της μεθόδου rainflow, την τυποποιημένη παρουσίαση αποτελεσμάτων και την ανακατασκευή ενός ιστορικού φόρτισης από ένα διάγραμμα rainflow.

Το 1995 οι RL Burguete, EA Petterson μελέτησαν για το περιοδικό *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 209 την επίδραση της μέσης τάσης στη διάρκεια ζωής εφελκυστικών κοχλίων και συμπεράνε ότι οι υπάρχουσες εξισώσεις όπως οι Goodman, Gerber δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα για περιορισμένο εύρος μέσης τάσης και πρότειναν ιδέες για τη βελτίωση της ακρίβειάς τους για υψηλές μέσες τάσεις.

Το 1999 οι Norman Edward Frost, Kenneth James Marsh, Leslie Philip Hook μελέτησαν για το βιβλίο *Courier Corporation* την κόπωση σε μεταλλικά υλικά όπου διερεύνησαν την επίδραση συσσωρευμένων τάσεων σε εγκοπές, θεωρίες διάδοσης ρωγμής λόγω κόπωσης και άλλα θέματα.

Το 1999 οι De-Guang Shang Wei-Xing Yao στο επιστημονικό περιοδικό *International Journal of Fatigue* στο κεφάλαιο A nonlinear damage cumulative model

for uniaxial fatigue πρότειναν τη χρήση ενός μη γραμμικού μοντέλου συγκέντρωσης βλάβης κόπωσης το οποίο βασίζεται στο μοντέλο συγκέντρωσης βλάβης κόπωσης του Chaboche που έδωσε καλή προσέγγιση της διάρκειας ζωής του υλικού με βάση πειράματα που έγιναν.

Το 2000 ο George E. Dieter το βιβλίο ASM HANDBOOK Mechanical Testing and Evaluation όπου μελέτησε και τη μηχανική συμπεριφορά υλικών σε μονοαξονικό εφελκυσμό και θλίψη και παρουσίασε μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν διάφορα μεταλλικά υλικά στην πλαστική περιοχή.

Το 2002 οι KS Kim, X. Chen, C. Han και HW Lee μελέτησαν για το περιοδικό International Journal of Fatigue μοντέλα υπολογισμού παραμέτρων κόπωσης χαλύβων υπό αξονικά και στρεπτικά φορτία και συμπέραναν ότι οι μέθοδοι των Muralidharan και Manson, των Baunell και Seeger και των Roessle και Fatemi πρόβλεψαν πάνω από 93% των περιπτώσεων με καλή ακρίβεια.

Το 2004 ο L Susmel μελέτησε για το βιβλίο Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 27 μια ενωτική μέθοδο για τον υπολογισμό πολυκυκλικής κόπωσης δοκιμών με εγκοπές σε μονοαξονικά και πολυαξονικά κυκλικά φορτία με βάση την υπόθεση ότι τα όρια κόπωσης μπορούν να εκτιμηθούν με βάση την γραμμική-ελαστική κατάσταση τάσεων υπολογισμένες στο κέντρο του δοκιμίου και τα αποτελέσματα είχαν διαστήματα σφαλμάτων $\pm 25\%$ για τις τάσεις.

Το 2006 οι Raymond Browell, Al Haniq μελέτησαν για το εγχειρίδιο Ansys Inc 2 τον υπολογισμό και παρουσίαση αποτελεσμάτων ανάλυσης κόπωσης όπου ανέλυσαν τις 3 κύριες μεθόδους, παραμόρφωσης-διάρκεια ζωής, τάσης-διάρκεια ζωής και θραυστομηχανικής όπου η μέθοδος παραμορφώσης-διάρκειας ζωής ασχολείται με τη δημιουργία ρωγμών και κυρίως χρησιμοποιείται στην ολιγοκυκλική περιοχή, ενώ η μέθοδος τάσης-διάρκειας ζωής χρησιμοποιείται κυρίως για πολυκυκλική κόπωση (>105 κύκλοι φόρτισης) και δεν διαχωρίζει μεταξύ σχηματισμού και διάδοσης ρωγμής.

Το 2007 οι Onome Scott-Emuakpor, M.-H. Herman Shen, Tommy George, Charles J. Cross, Jeffrey Calcaterra στο paper Development of an Improved High Cycle Fatigue Criterion πρότειναν μια μέθοδο προσέγγισης της διάρκειας ζωής δοκιμίου με δημιουργία ενός κριτηρίου πολυκυκλικής φόρτισης που συνδέει τη διάρκεια ζωής του υλικού με την απώλεια ενέργειας του σε κάθε κύκλο με ικανοποιητική ακρίβεια.

Το 2009 οι NE Dowling, CA Calhaun και A Arcari μελέτησαν την επίδραση των μέσων τάσεων στη διάρκεια ζωής σε κόπωση και την εξίσωση Walker για διάφορους χάλυβες, κράματα αλουμινίου και τιτανίου και συμπέραναν ότι η εξίσωση Walker δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα με την κατάλληλη ρύθμιση της παραμέτρου γ , ενώ οι εξισώσεις Morrow και SWT δίνουν ικανοποιητική ακρίβεια και η μέθοδος Goodman είναι ανακριβής.

To 2013 οι Nikita Khlystov Daniel Lizardo Keisuke Matsushita Jennie Zheng στην δημοσίευση με όνομα Uniaxial Tension and Compression Testing of Materials έκαναν πειραματική μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων διαφόρων υλικών σε μονοαξονικό εφελκυσμό και θλίψη όπου συμπεραίνουν ότι τα πραγματικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων είναι παρόμοια στη δομή τους με τα θεωρητικά παρά τυχόν αποκλίσεις.

To 2014 οι M.Liakat, M.M.Khonsari στο επιστημονικό περιοδικό Materials & Design στο κεφάλαιο An experimental approach to estimate damage and remaining life of metals under uniaxial fatigue loading έδωσαν μια πειραματική μέθοδο υπολογισμού της εξέλιξης της βλάβης και της διάρκειας ζωής μετάλλων που προκαλούνται από φορτίο κόπωσης με τη χρήση μιας σχέσης που συνδέει μια παράμετρο βλάβης με την διάρκεια ζωής του υλικού.

To 2019 οι Shengwen Tu, Xiaobo Ren, Jianying He, Zhiliang Zhang στο άρθρο Stress-strain curves of metallic materials and post-necking strain hardening characterization: A review μελέτησαν διάφορες μεθόδους ψευδοστατικών τεστ εφελκυσμού και την εισαγωγή σχέσεων για τον υπολογισμό πραγματικών τάσεων-παραμορφώσεων μετά τη δημιουργία λαιμού.

To 2020 οι Ding Liao, Shun-Peng Zhu, Jose AFO Correia, Abilio MP De Jesus και Filippo Berto μελέτησαν για το βιβλίο Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 43 την επίδραση των εγκοπών στην κόπωση μεταλλικών υλικών όπου ανέλυσαν 4 συνηθισμένες μεθόδους, των ονομαστικών τάσεων, τοπικών τάσεων-παραμορφώσεων, θεωρία κρίσιμης απόστασης και παραμετρική με συντελεστές βαρύτητας για την πρόοδο της θεωρίας κόπωσης εγκοπών.

To 2020 οι Shun-Peng Zhu, Jin-Chao He, Ding Liao, Qingyuan Wang, Yongjce Liu μελέτησαν για το βιβλίο Materials & Design 196 την επίδραση του μεγέθους της εγκοπής στην πρόβλεψη της διάρκειας ζωής και της κρίσιμης απόστασης όπου πρότειναν μια τροποποιημένη μέθοδο για τον υπολογισμό της διάρκειας ζωής δοκιμίων με εγκοπές βασισμένη στο μοντέλο Weibull και τη θεωρία κρίσιμης απόστασης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΣΤΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

2.1 Στατική ανάλυση δοκιμίων (τάσεις, παραμορφώσεις)

Τα στοιχεία μηχανών φέρουν φορτία. Επομένως η εύρεση των αναπτυσσόμενων τάσεων στο στοιχείο που προκαλούν τα εξωτερικά φορτία είναι απαραίτητη για το σχεδιασμό του, δηλαδή για τον καθορισμό των διαστάσεων του καθώς και του υλικού από το οποί θα κατασκευαστεί. Για τον καθορισμό των διαστάσεων χρησιμοποιούνται οι βασικές σχεδιαστικές ανισότητες, σύμφωνα με τις οποίες η τάση ή η παραμόρφωση στην κρίσιμη διατομή του στοιχείου, οφείλει να είναι μικρότερη απ' την επιτρεπόμενη τάση ή παραμόρφωση.

$$\sigma \leq \sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{S_y}{N}$$

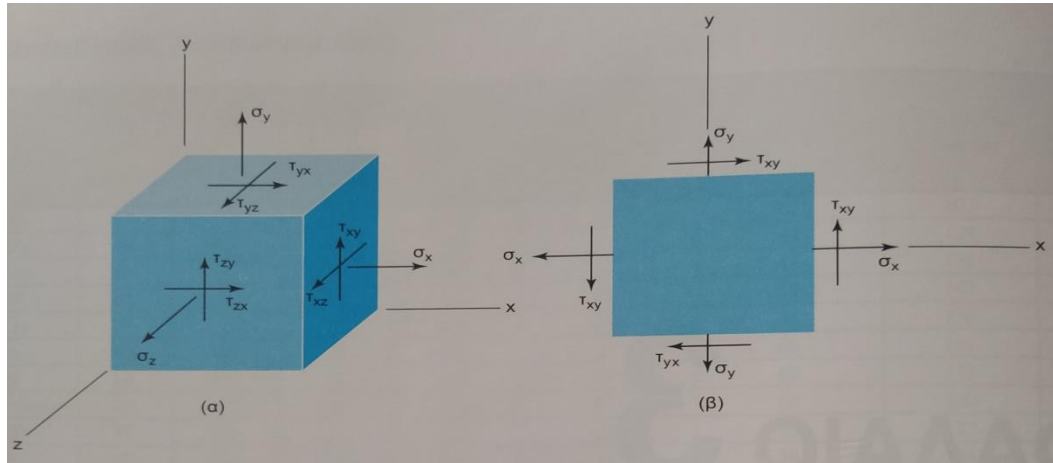
$$\delta \leq \delta_{\varepsilon\pi}$$

Όπου σ είναι η τάση που επικρατεί στην κρίσιμη διατομή του στοιχείου, $\sigma_{\varepsilon\pi}$ η επιτρεπόμενη τάση, S_y το όριο διαρροής του υλικού, N ο συντελεστής ασφαλείας, δ η μετατόπιση στην κρίσιμη διατομή υπό την επενέργεια του εξωτερικού φορτίου και $\delta_{\varepsilon\pi}$ η επιτρεπόμενη μετατόπιση.

Αλλά πως μπορεί κανείς να εντοπίσει την κρίσιμη διατομή, δηλαδή την διατομή εκείνη στην οποία το στοιχείο πρόκειται να αστοχήσει; Υποψήφια κρίσιμη διατομή είναι:

- i. Κάθε διατομή που δέχεται φορτίο (ιδιαίτερα το μεγαλύτερο). Με τον όρο φορτίο εννοούμε δύναμη ή ροπή.
- ii. Κάθε διατομή με γεωμετρική ανομοιομορφία (π.χ. αύξηση ή μείωση της διαμέτρου ενός άξονα)
- iii. Κάθε διατομή με αίτιο αύξησης των τάσεων (π.χ. τρύπα, σφηνόδρομος, ρωγμή κλπ.)

Στο σχήμα 2-1, φαίνεται ένας στοιχειώδης όγκος ενός φορτιζόμενου στοιχείου. Γενικά η εντατική κατάσταση προσδιορίζεται πλήρως αν οι ορθές τάσεις $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ και οι διατμητικές τάσεις σε κατάσταση ισορροπίας $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$, είναι γνωστές:



Σχήμα 1 (α) Γενική φόρτιση τρισδιάστατου στοιχείου, (β) Φορτίση επίπεδου στοιχείου. [1]

Οι κύριες τάσεις $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ προκύπτουν από την επίλυση της εξίσωσης:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0$$

Μια συνηθισμένη κατάσταση τάσεων παρουσιάζεται όταν η μία από τις τάσεις τείνει προς το μηδέν. Τότε έχουμε κατάσταση επίπεδης τάσης (plane stress) όπου $\sigma_z = 0, \tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0$ όπως φαίνεται στο σχήμα 2-1β).

2.1.1 Καμπτικές τάσεις δοκών

Έστω δοκός από ομογενές και ισότροπο υλικό, καταπονούμενη σε καθαρή κάμψη M (χωρίς διατμητικές) περί τον άξονα z . Ας ονομάσουμε ρ την ακτίνα του κύκλου τον οποίο σχηματίζει ο ουδέτερος άξονας της καμπτόμενης δοκού. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABDC$ στην αρχική κατάσταση της δοκού μετά την κάμψη παίρνει το σχήμα $A'B'DC$. Η ίνα AC υφίσταται θλίψη και το μήκος της μειώνεται κατά AA' , ενώ η ίνα DB υφίσταται εφελκυσμό και το μήκος της αυξάνεται κατά BB' .

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds}, \quad dx = yd\varphi, \quad \varepsilon = -\frac{d\varphi}{ds}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{dx}{yds} = -\frac{\varepsilon}{y}, \quad \varepsilon = -\frac{y}{\rho}$$

$$\sigma = E\varepsilon = E\left(-\frac{y}{\rho}\right) = -\frac{Ey}{\rho}$$

Δεν υπάρχουν αξονικές δυνάμεις, δηλαδή,

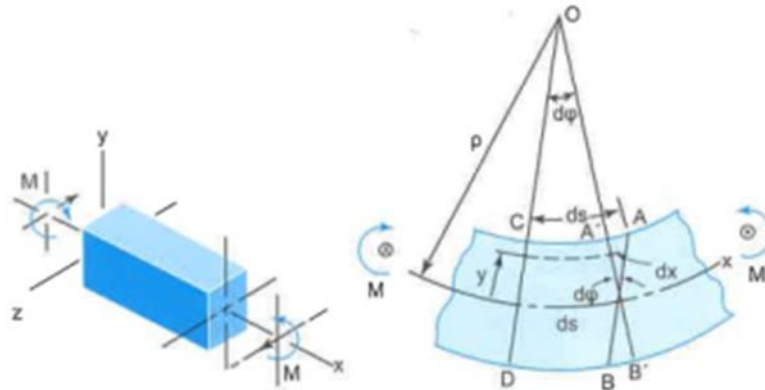
$$\int_A \sigma dA = -\frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0$$

Οι δημιουργούμενες από τις τάσεις ροπές ισούνται με M ,

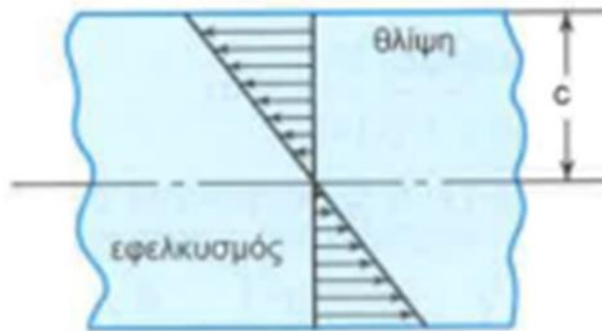
$$M = \int y \sigma dA = \int y \frac{E y}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA = \frac{EI}{\rho} \quad \text{ή} \quad \frac{M}{EI} = \frac{1}{\rho}$$

οπότε,

$$\sigma = \frac{M y}{I}$$



Σχήμα 2 Κάμψη δοκού



Σχήμα 3 Κατανομή ορθών τάσεων λόγω κάμψης

2.1.2 Διατμητικές τάσεις δοκών

Έστω δοκός υφιστάμενη κάμψη M και διάτμηση V . Επίσης, έστω ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο διαστάσεων dx , $(c-y_1)$ και b . Αυτό θα δέχεται τις ορθές λόγω κάμψης F_N , και F_F και τη διατμητική δύναμη F_B .

$$F_N = \int_{y_1}^c \sigma dA = \frac{M}{I} \int_{y_1}^c y dA$$

$$F_N = \int_{y_1}^c (\sigma + d\sigma) dA = \frac{M + dM}{I} \int_{y_1}^c y dA$$

$$F_B = \tau b dx$$

Οι δυνάμεις αυτές πρέπει να ισορροπούν,

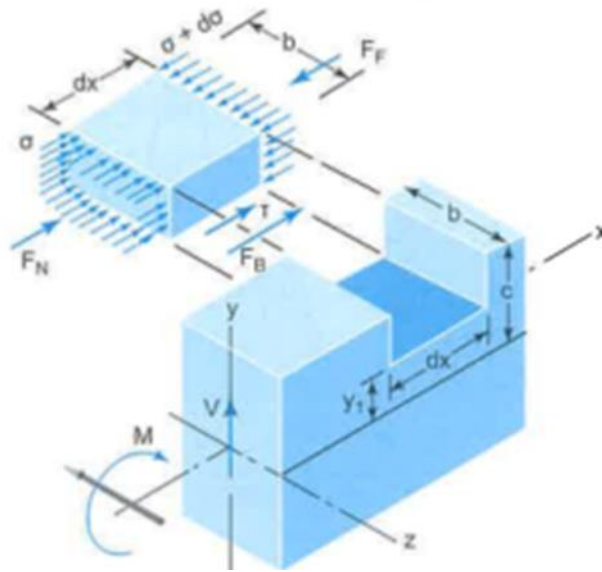
$$\sum F_x = 0 \text{ ή } F_N - F_F + F_B = 0 \text{ ή } F_B = F_F - F_N = \frac{dM}{I} \int_{y_1}^c y dA$$

Άρα

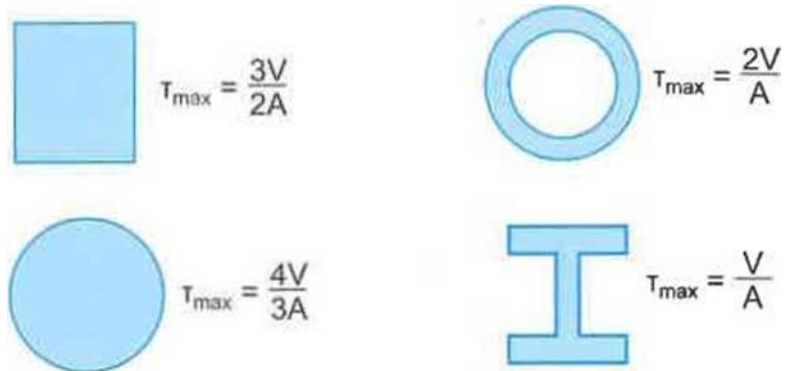
$$\tau = \frac{dM}{dx} \frac{1}{Ib} \int_{y_1}^c y dA = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^c y dA$$

$$\text{ή } \tau = \frac{VQ}{Ib}$$

όπου $Q = \int_{y_1}^c y dA$ είναι η πρωτοβάθμια ή στατική ροπή της επιφάνειας dA .



Σχήμα 4 Διατμητικές τάσεις δοκού υπό κάμψη



Σχήμα 5 Μέγιστες διατμητικές τάσεις σε δοκούς διαφόρων διατομών

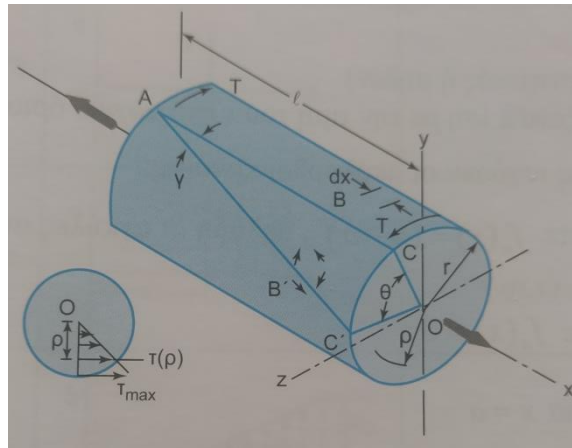
2.1.3 Στρέψη

Έστω η ράβδος κυκλικής διατομής καταπονούμενη σε στρεπτική ροπή T . Τότε η γωνία στρέψης θ , και η διατμητική λόγω στρέψης τάση θα είναι αντίστοιχα

$$\theta = \frac{Tl}{GJ}, \tau(\rho) = \frac{T}{J} \rho, \tau_{max} = \frac{T}{J} r$$

όπου για κυκλικές διατομές διαμέτρου d ροπή αδράνειας είναι:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

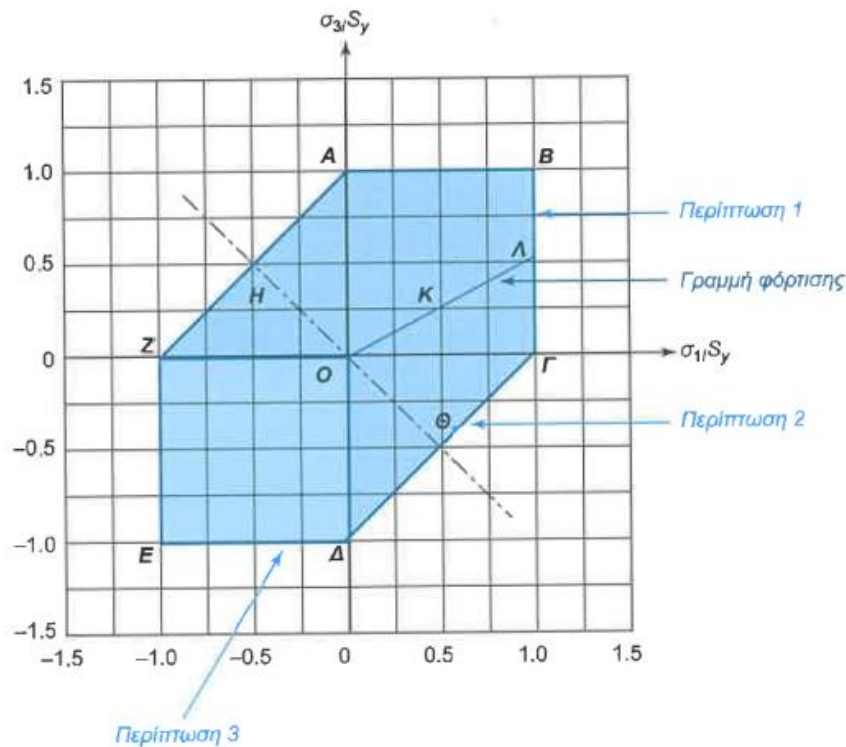


Σχήμα 6 Στρέψη σε δοκό κυκλικής διατομής

2.1.4 Θεωρία έργου παραμόρφωσης (Ισοδύναμη τάση Von Mises)

Η θεωρία του έργου παραμόρφωσης προβλέπει ότι αστοχία σε διαρροή θα συμβεί, όταν η ενέργεια παραμόρφωσης ανά μονάδα όγκου φθάσει ή ξεπεράσει την ενέργεια παραμόρφωσης ανά μονάδα όγκου που αντιστοιχεί σε τάση ίση με το όριο διαρροής, στο πείραμα του εφελκυσμού ή της θλίψης.

Η θεωρία του έργου παραμόρφωσης προέρχεται από την παρατήρηση ότι όλκιμα υλικά σε υδροστατική τάση εμφανίζουν αντοχή σε διαρροή πολύ μεγαλύτερη από τις τιμές που δίνονται για απλό εφελκυσμό.



Σχήμα 7 Διάγραμμα επίπεδων τάσεων

Έτσι θεωρήθηκε ως δεδομένο ότι η διαρροή υλικού δεν είναι απλά ένα φαινόμενο εφελκυσμού ή θλίψης, αλλά μάλλον συνδέεται κάπως με την γωνιακή παραμόρφωση του υπό τάση στοιχείου. Για να δείξουμε τη θεωρία ας θεωρήσουμε το Σχήμα (α), όπου φαίνεται ένα στοιχείο μοναδιαίου όγκου με τρεις κύριες τάσεις τέτοιες ώστε $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Η εντατική κατάσταση στο Σχήμα (β) είναι υδροστατικού τύπου, εφελκυστική λόγω των τάσεων $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$. Επομένως το στοιχείο (β) υφίσταται καθαρή μεταβολή όγκου, χωρίς γωνιακές παραμορφώσεις. Αν αφαιρέσουμε το (β) από το (α) θα λάβουμε το (γ), το οποίο παρουσιάζει καθαρή γωνιακή παραμόρφωση, χωρίς αλλαγή στον όγκο του.

Η συνολική ενέργεια παραμόρφωσης σε στοιχείο μοναδιαίου όγκου με τρεις κύριες τάσεις είναι:

$$U = (\sigma_1 * \varepsilon_1 + \sigma_2 * \varepsilon_2 + \sigma_3 * \varepsilon_3)/2$$

όπου

$$\varepsilon_1 = (\sigma_1 - \nu * \sigma_2 - \nu * \sigma_3), \varepsilon_2 = (\sigma_2 - \nu * \sigma_3 - \nu * \sigma_1), \varepsilon_3 = (\sigma_3 - \nu * \sigma_1 - \nu * \sigma_2)$$

Οπότε αντικαθιστώντας έχουμε,

$$U = \frac{1}{2E} * [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu * (\sigma_1 * \sigma_2 + \sigma_2 * \sigma_3 + \sigma_3 * \sigma_1)]$$

Αν θεωρήσουμε ότι το στοιχείο καταπονείται από

$$\sigma_{av} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$$

και $\sigma_1 - \sigma_{av}$, $\sigma_2 - \sigma_{av}$, $\sigma_3 - \sigma_{av}$, αντίστοιχα τότε η ενέργεια λόγω μεταβολής όγκου είναι:

$$U_{av} = \frac{3 * (1 - 2 * \nu)}{2E} * \sigma_{av}^2 = \frac{1 - 2 * \nu}{6E} * (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

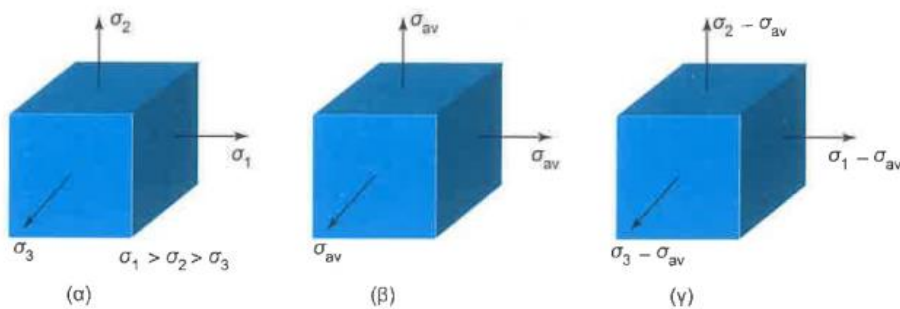
Έτσι η ενέργεια που οφείλεται στη παραμόρφωση μόνο θα είναι:

$$U_d = U - U_{av} = \frac{1 + \nu}{3E} * [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 * \sigma_2 + \sigma_2 * \sigma_3 + \sigma_3 * \sigma_1)]$$

Η ενέργεια παραμόρφωσης στο πείραμα του εφελκυσμού, όταν η τάση έχει φτάσει το όριο διαρροής S_y είναι:

$$U_d = \frac{1 + \nu}{3E} * S_y^2$$

Εξισώνοντας τα δεξιά μέλη των δύο τελευταίων εξισώσεων, και λαμβάνοντας υπ'όψη ότι η ισοδύναμη τάση πρέπει να απέχει N φορές από το όριο διαρροής έχουμε:



Σχήμα 8 (α) Μοναδιαίο στοιχείο με 3 διαφορετικές κύριες τάσεις, (β) Το στοιχείο με ομοιόμορφη τάση (μέσον όρο των κυρίων τάσεων) υφίσταται μόνο μεταβολή όγκου, (γ) Στοιχείο με γωνική παραμόρφωση χωρίς μεταβολή όγκου

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 * \sigma_2 + \sigma_2 * \sigma_3 + \sigma_3 * \sigma_1)} \leq \frac{S_y}{N}$$

(για τρισδιάστατη εντατική κατάσταση)

ή

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \leq \frac{S_y}{N}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 * \sigma_3 + \sigma_3^2} \leq \frac{S_y}{N} \text{ (για επίπεδη εντατική κατάσταση)}$$

Χρησιμοποιώντας xyz συντεταγμένες η ισοδύναμη τάση μπορεί να γραφεί:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \leq \frac{S_y}{N}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq \frac{S_y}{N}$$

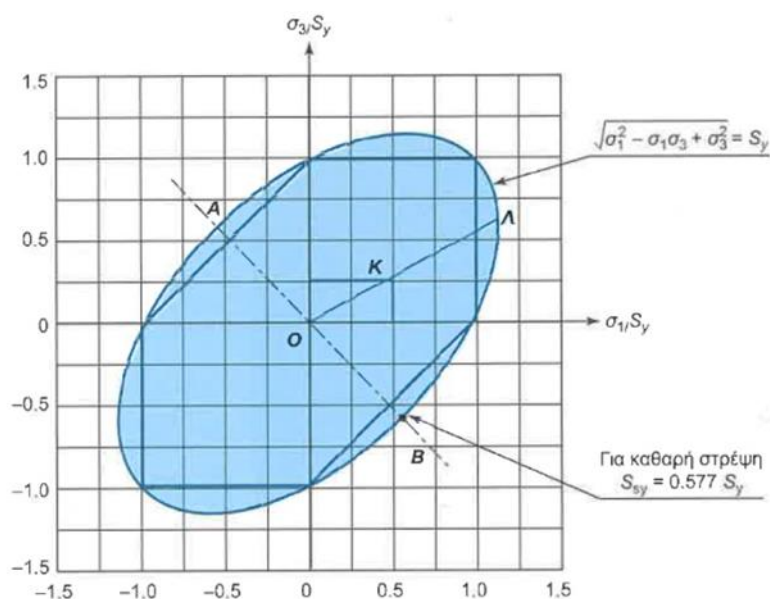
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq \frac{S_y}{N} \text{ (για μονοαξονική εντατική κατάσταση)}$$

Στην περίπτωση της καθαρής διάτμησης όπου $\sigma_x = \sigma_y = 0$, αντικαθιστώντας

λαμβάνουμε:

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} = S_y \rightarrow \tau_{xy} = \frac{S_y}{\sqrt{3}} = 0.577 S_y \rightarrow S_{sy} = 0.577 S_y$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι σύμφωνα με την ΘΕΠ το όριο διαρροής σε διάτμηση είναι το 57.7% του ορίου διαρροής σε εφελκυσμό. Αυτό δείχνεται στο παρακάτω σχήμα, στο σημείο Β.



Σχήμα 9 Θεωρία Έργου Παραμόρφωσης, σε επίπεδη εντατική κατάσταση

2.2 Δυναμική ανάλυση δοκιμών (θεωρία κόπωσης)

Η έννοια *κόπωση* είναι συνδεδεμένη με τη μηχανική συμπεριφορά των υλικών υπό την επίδραση μεταβαλλόμενων τάσεων ή παραμορφώσεων. Η συμπεριφορά των υλικών στις συνθήκες αυτές είναι διαφορετική από τη συμπεριφορά τους κάτω από τις στατικές ή ψευδοστατικές φορτίσεις. Η μεταβολή των φορτίων μπορεί να είναι ομαλή, απότομη ή τυχαία. Παραδείγματα μεταβαλλόμενων φορτίων δίνονται στο Σχήμα 1.

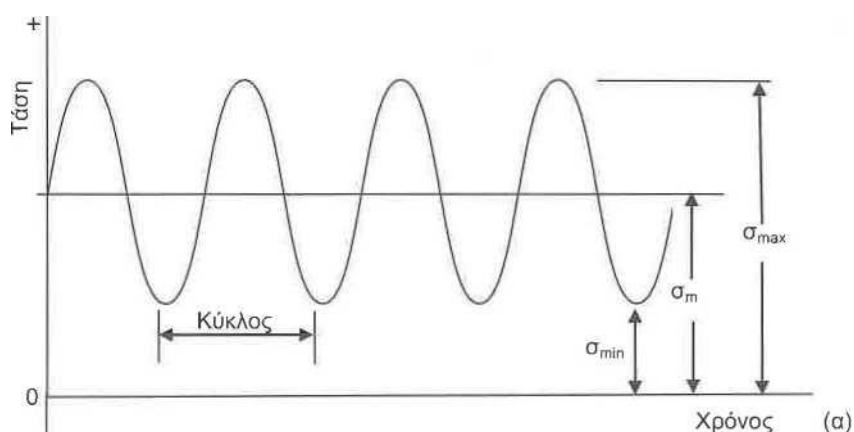
Η κόπωση ορίζεται από την ASTM (American Society for Testing and Material) ως εξής:

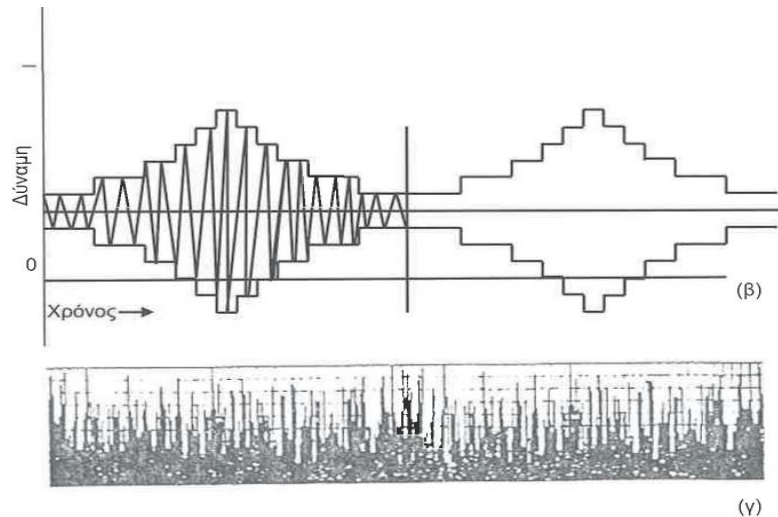
“Κόπωση είναι η διαδικασία των προοδευτικών τοπικών μόνιμων δομικών μεταβολών που συμβαίνουν στα υλικά που υποβάλλονται σε συνθήκες μεταβαλλόμενων τάσεων και παραμορφώσεων σε ένα ή περισσότερα σημεία και που μπορούν να οδηγήσουν σε ρωγμές ή πλήρη θραύση, μετά από ένα επαρκή αριθμό μεταβολών του φορτίου.”

Στον ορισμό αυτόν η έκφραση “προοδευτικών” εμπεριέχει τη διαδικασία κόπωσης που συμβαίνει σε μια χρονική περίοδο ή σε μια περίοδο χρήσης. Η αστοχία λόγω της κόπωσης είναι συχνά απότομη και χωρίς καμία εξωτερική προειδοποίηση. Η έκφραση “τοπικών” εμπεριέχει ότι η διαδικασία κόπωσης συμβαίνει κυρίως τοπικά (δηλαδή σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο ή περιοχή) και όχι παντού στο εσωτερικό του δομικού στοιχείου ή της κατασκευής. Αυτές οι περιοχές που υφίστανται τις δομικές μεταβολές λόγω κόπωσης μπορεί να υφίστανται υψηλές τάσεις και παραμορφώσεις λόγω μεταφοράς εξωτερικών φορτίων, απότομες αλλαγές στη γεωμετρία, διαφορές θερμοκρασίας, αυτεντατικές καταστάσεις, ατέλειες του υλικού κ.λπ.

Ο μηχανικός κατά τη σχεδίαση μιας κατασκευής πρέπει να δείχνει μεγάλο ενδιαφέρον για αυτές τις περιοχές των δομικών στοιχείων. Η λέξη “ρωγμή” εκφράζει την τελική αιτία κάθε αστοχίας κόπωσης. Καθώς η ρωγμή μεγαλώνει μέχρι το σημείο που το παραμένον υλικό δεν μπορεί να αντέξει περισσότερο τις τάσεις, επέρχεται η θραύση.

Η ανάπτυξη της ρωγμής μέχρι να αποκτήσει αυτό το κρίσιμο μέγεθος οφείλεται στη φόρτιση κόπωσης. Η λέξη “θραύση” σημαίνει ότι το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας κόπωσης είναι ο μακροσκοπικός διαχωρισμός ενός δομικού στοιχείου ή κατασκευής σε δύο ή περισσότερα μέρη.





Σχήμα 10 (α) Αρμονική μεταβολή της τάσης με το χρόνο, (β) Βηματική μεταβολή της τάσης με το χρόνο, (γ) Τυχαία μεταβολή της τάσης με το χρόνο

2.2.1 Κόπωση με φορτία σταθερού εύρους

2.2.1.1 Χαρακτηριστικές τιμές κόπωσης

Η διεξαγωγή των πειραμάτων στο εργαστήριο για τον προσδιορισμό της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών σε δυναμικές καταπονήσεις γίνεται συνήθως με απλά μεταβαλλόμενα φορτία. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται μηχανές κόπωσης και δοκίμια που διαφέρουν ανάλογα με το υλικό, τη μορφή του υλικού (πλάκες, φύλλα, ράβδοι) και το είδος της καταπόνησης (εφελκυσμός - θλίψη, κόπωση σε κάμψη, στρέψη κ.λπ.). Στο Σχήμα 2 φαίνονται διάφορα χαρακτηριστικά δοκίμια κατά ASTM.

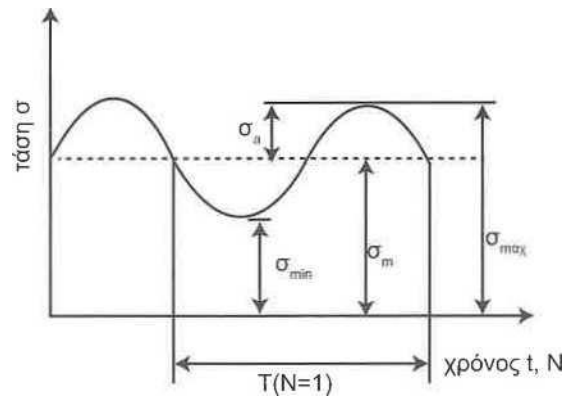
Η πιο απλή μεταβαλλόμενη φόρτιση παριστάνεται στο Σχήμα 3 στη μορφή ενός ημιτονοειδούς κύματος. Η μέση τάση σ_m μπορεί να επιβληθεί στο δοκίμιο σαν προένταση γύρω από την οποία εκτελείται μια ταλάντωση με πλάτος κύματος σ_a . Η τάση σ_a ονομάζεται εύρος τάσης. Η τάση μεταβάλλεται μεταξύ μιας μεγίστης τάσης σ_{max} και μιας ελάχιστης σ_{min} , έτσι ώστε να ισχύει:

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$$

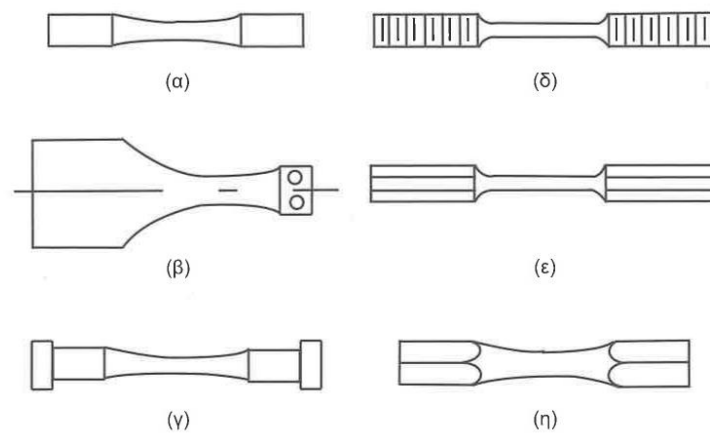
$$\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$$

Ο χρόνος T που απαιτείται για έναν πλήρη κύκλο φόρτισης ($N = 1$) ονομάζεται περίοδος της μεταβαλλόμενης φόρτισης. Ανάλογα με την τιμή της μέσης τάσης σ_m οι αναπτυσσόμενες τάσεις στο δοκίμιο μπορεί να βρίσκονται μόνο στη θλιπτική περιοχή (περιοχή I) του Σχήματος 4, η οποία χαρακτηρίζεται και σαν περιοχή μεταβαλλόμενης φόρτισης σε θλίψη ή να βρίσκονται στην εφελκυστική και θλιπτική περιοχή (περιοχή II), η οποία χαρακτηρίζεται και σαν περιοχή εναλλασσόμενης φόρτισης σε εφελκυσμό και θλίψη ή να βρίσκονται στην εφελκυστική περιοχή (Περιοχή III του σχήματος 4).

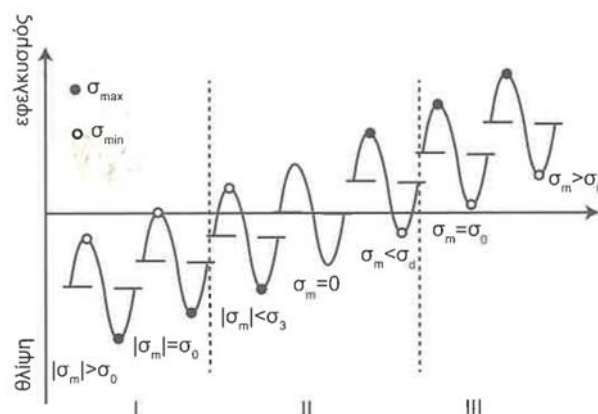
Χαρακτηριστική περίπτωση αποτελεί η επαναλαμβανόμενη φόρτιση σε εφελκυσμό ή θλίψη, η οποία χαρακτηρίζεται με $\sigma_{min} = 0$ και $\sigma_m = \sigma_{max}/2 = \sigma_a$



Σχήμα 11 Ημιτονοειδής εναλλακτική φόρτιση (N =κύκλος φόρτισης, T =περίοδος, σ_a =πλάτος τάσης, σ_m =μέση τάση, σ_{max} =μέγιστη τάση, σ_{min} =ελάχιστη τάση)



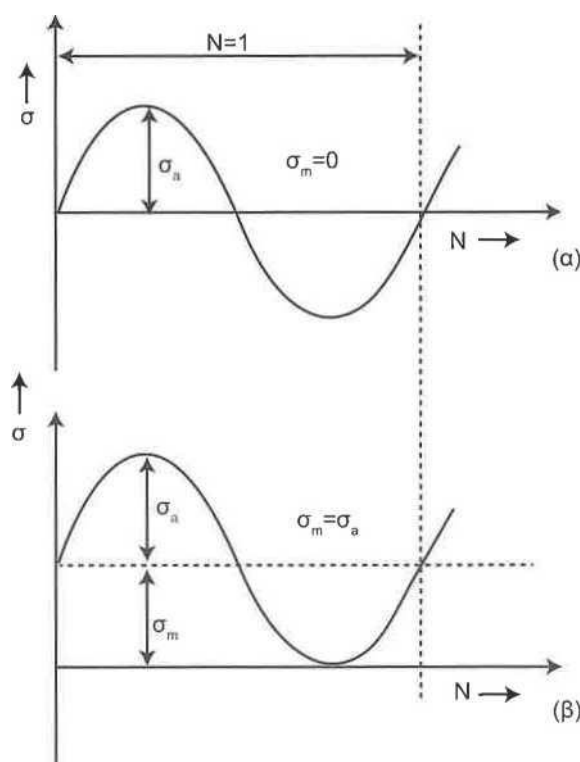
Σχήμα 12 Δοκίμια κόπωσης κατά ASTM



Σχήμα 13 Χαρακτηριστικές οριακές τιμές κόπωσης

και η αντιστρεφόμενη φόρτιση, η οποία χαρακτηρίζεται με $\sigma_m = 0$ και $\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \sigma_a$

Στο Σχήμα 5 παριστάνονται οι δυο αυτές χαρακτηριστικές καταπονήσεις.



Σχήμα 14 Σχηματική αναπαράσταση εναλλακτικών καταπονήσεων (α) αντιστρεφόμενη-καθαρά εναλλασσόμενη καταπόνηση, (β) επαναλαμβανόμενη καταπόνηση

Η κόπωση των υλικών είναι ένα πολύπλοκο φαινόμενο στο οποίο παίρνουν μέρος μια σειρά μηχανισμοί, οι οποίοι αλληλεπιδρούν. Οι μηχανισμοί αυτοί ενεργοποιούνται σε διαφορετικές κλίμακες μεγεθών και σε διαφορετικούς χρόνους κατά τη διάρκεια της εξέλιξης του φαινομένου. Με άλλα λόγια, η κόπωση είναι ένα φαινόμενο το οποίο εξαρτάται από το χρόνο και εξελίσσεται σε διαφορετικές κλίμακες μεγεθών.

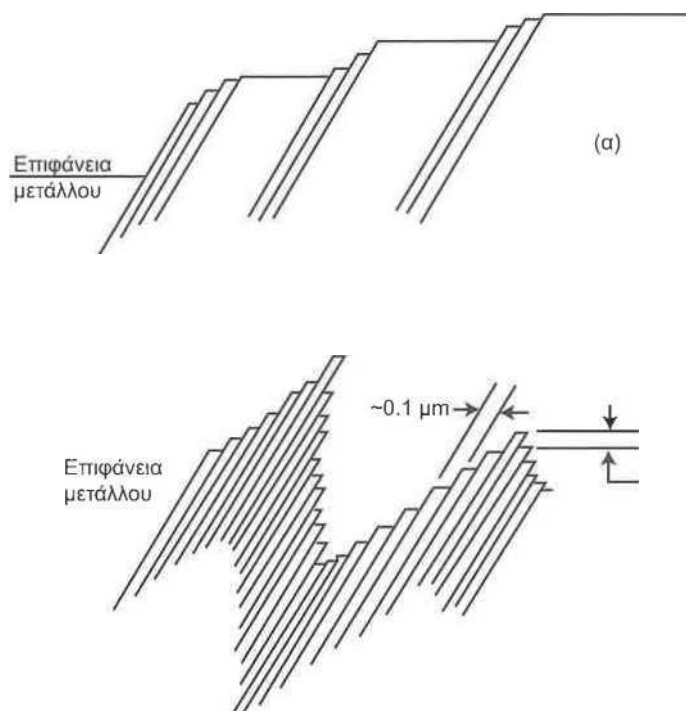
Τα περισσότερα μεταλλικά υλικά που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές είναι πολυκρυσταλλικά και αποτελούνται από μεγάλους αριθμούς κόκκων ανά μονάδα όγκου. Πολλοί από τους κόκκους αυτούς είναι προσανατολισμένοι έτσι ώστε τα επίπεδα ολίσθησης να είναι στη διεύθυνση της μέγιστης εφαρμοσμένης διατμητικής τάσης.

Η ολίσθηση συμβαίνει με τη μετακίνηση των καταναγκασμών σε ευνοϊκά προσανατολισμένα κρυσταλλογραφικά συστήματα, τόσο κάτω από τη στατική φόρτιση όσο και κάτω από την κυκλική. Κατά την διάρκεια της κυκλικής φόρτισης η κίνηση των καταναγκασμών αλλάζει διεύθυνση με τη διέλευση της τιμής της τάσης, κόπωσης σ_a από την τιμή της μέσης τάσης. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό για την περίπτωση της εναλλασσόμενης φόρτισης ($\sigma_m = 0$) όπου το υλικό φορτίζεται αρχικά σε εφέλκυσμό και στη συνέχεια με τη διέλευση της τιμής της τάσης κόπωσης από την τιμή της μέσης τάσης, δηλαδή από το μηδέν, σε θλίψη.

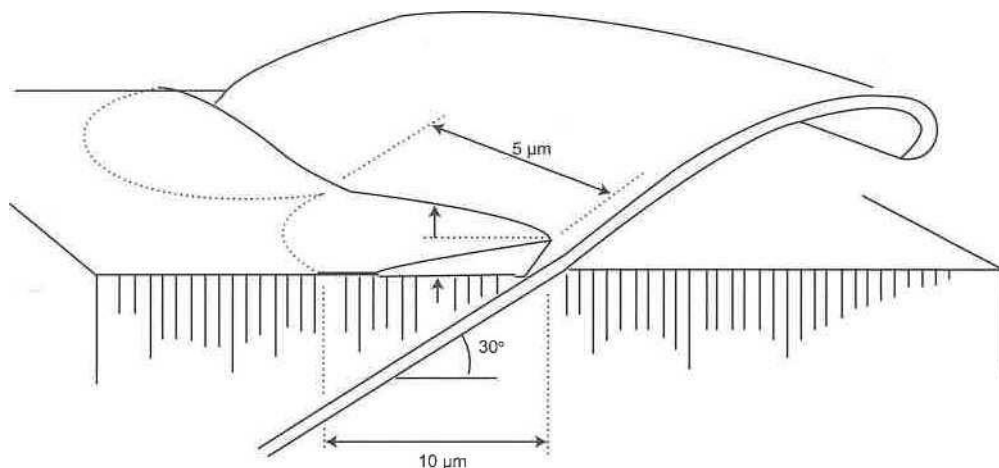
Επομένως, κατά τη διάρκεια ενός κύκλου φόρτισης το υλικό παραμορφώνεται πλαστικά στην ατομική κλίμακα αρχικά κάτω από εφελκυσμό και στη συνέχεια, στην αντίθετη κατεύθυνση, κάτω από θλίψη.

Το μέγεθος της πλαστικής παραμόρφωσης σε εφελκυσμό και θλίψη δεν είναι ίδιο. Έτσι, με κάθε κύκλο φόρτισης συσσωρεύεται μια ποσότητα πλαστικής παραμόρφωσης. Ο μηχανισμός αυτός ονομάζεται κυκλική μικροπλαστικότητα και ταυτίζεται με την έννοια της βλάβης κόπωσης σε ατομική κλίμακα και σε μικρούς χρόνους στη διάρκεια εξέλιξης του φαινομένου της κόπωσης. Το σχήμα 13.15α δείχνει μια μεταλλική επιφάνεια στην οποία υπάρχει ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων που έχει προέλθει από στατική φόρτιση. Για κυκλική φόρτιση η ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων συμβαίνει όπως φαίνεται στο Σχήμα 13.15β. Στο Σχήμα αυτό παρατηρείται ότι στην επιφάνεια του μετάλλου εμφανίζονται εσοχές (intrusions) και προεξοχές (extrusions) σαν αποτέλεσμα της κυκλικής φόρτισης. Οι τυπικές διαστάσεις μιας προεξοχής φαίνονται σχηματικά στο Σχήμα 13.16.

Οι εσοχές ολίσθησης, επειδή είναι σημεία συσσώρευσης τάσεων, μπορεί να αποτελούν θέσεις που θα οδηγήσουν σε ανάπτυξη ρωγμών. Υπευθυμίζεται το φαινόμενο της ολίσθησης ελέγχεται από διατμητικές τάσεις και όχι από ορθές.



Σχήμα 15 (α) Ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων από στατική φόρτιση, (β) ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων από κυκλική φόρτιση



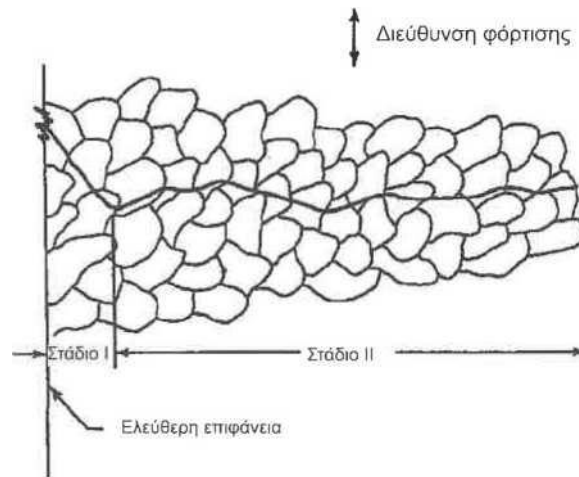
Σχήμα 16 Τυπικές διαστάσεις μιας προεξοχής

Έτσι, με την εξέλιξη του φαινομένου της κόπωσης, δημιουργούνται οι πρώτες μικρορωγμές λόγω κόπωσης στο επίπεδο των μεγίστων διατμητικών τάσεων, και ξεκινάνε από την επιφάνεια γιατί εκεί έχουμε την δημιουργία των εσοχών και των προεξοχών.

Από αυτό γίνεται φανερό ότι τα πρώτα στάδια της κόπωσης είναι φαινόμενα που εξελίσσονται εντονότερα στα στρώματα του υλικού που βρίσκονται κοντά στην επιφάνεια του υλικού. Επομένως, η επιφάνεια του υλικού, καθώς και η ποιότητα κατεργασίας της παίζει ένα σπουδαίο ρόλο στην διάρκεια ζωής του υλικού σε κόπωση. Οι διαστάσεις των ρωγμών κόπωσης κατά μήκος κρυσταλλογραφικών επιπέδων στα οποία εξασκούνται μέγιστες διατμητικές τάσεις είναι σχετικά μικρές και δεν ξεπερνούν κατά μερικές φορές το μέγεθος της διαμέτρου των κόκκων του υλικού. Ο μηχανισμός αυτός λαμβάνει χώρα στην μικροσκοπική κλίμακα μεγεθών, ονομάζεται μηχανισμός δημιουργίας και διάδοσης των μικρορωγμών και κυριαρχεί κατά τη φάση αυτή του φαινομένου της κόπωσης. Η δημιουργία και η διάδοση των μικρορωγμών κόπωσης ταυτίζεται με την έννοια της βλάβης κόπωσης κατά τη φάση αυτή.

Ας σημειωθεί ότι ο μηχανισμός της κυκλικής μικροπλαστικότητας εξακολουθεί να είναι ενεργός, χωρίς όμως να είναι πλέον τόσο σημαντικός στην εξέλιξη του φαινομένου της κόπωσης. Όσο η κυκλική φόρτιση συνεχίζεται, οι ρωγμές κόπωσης τείνουν να συνενωθούν και να αυξηθούν κατά μήκος επιπέδων που φορτίζονται με τη μέγιστη ορθή τάση.

Η ανάπτυξη των ρωγμών κόπωσης φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 13.17 όπου η ρωγμή αρχίζει από την επιφάνεια και διαδίδεται κατά μήκος ενός μικρού αριθμού κόκκων, ελεγχόμενη κυρίως από διατμητικές τάσεις. Στη συνέχεια, η ρωγμή διαδίδεται κάθετα στον άξονα φόρτισης και ελέγχεται κυρίως από το εύρος των



Σχήμα 17 Σχηματική παράσταση του τρόπου διάδοσης των ρωγμών κόπωσης

μεγίστων ορθών τάσεων. Ο μηχανισμός διάδοσης των ρωγμών κάθετα στη διεύθυνση του φορτίου εξελίσσεται αρχικά στη μικροσκοπική και στη συνέχεια στη μακροσκοπική κλίμακα μεγεθών, γίνεται κυρίαρχος κατά το στάδιο αυτό του φαινομένου της κόπωσης και ταυτίζεται με την έννοια της βλάβης κόπωσης. Οι περισσότερες ρωγμές κόπωσης διαδίδονται περνώντας από το εσωτερικό των κόκκων (Intercrystalline). Όμως μπορούν επίσης να διαδοθούν και ανάμεσα στα όρια των κόκκων (Transcrystalline), αλλά το φαινόμενο αυτό έχει πολύ μικρή έκταση.

Ο μηχανισμός κόπωσης σε ψαθυρά και υψηλής αντοχής μέταλλα συχνά δεν συμπεριλαμβάνει τη δημιουργία ζωνών ολίσθησης κατά μήκος επιπέδων με τη μέγιστη διατμητική τάση. Οι μικρορωγμές δημιουργούνται απευθείας σε ασυνέχειες όπως είναι εγκλείσματα ή κενά, και τότε διαδίδονται κατά μήκος επιπέδων με τη μέγιστη ορθή τάση.

Τα όλκιμα υλικά συχνά παρουσιάζουν αυλακώσεις και συνένωση μικροπόρων. Το Σχήμα 13.18 δείχνει τα διαφορετικά στάδια της κόπωσης.

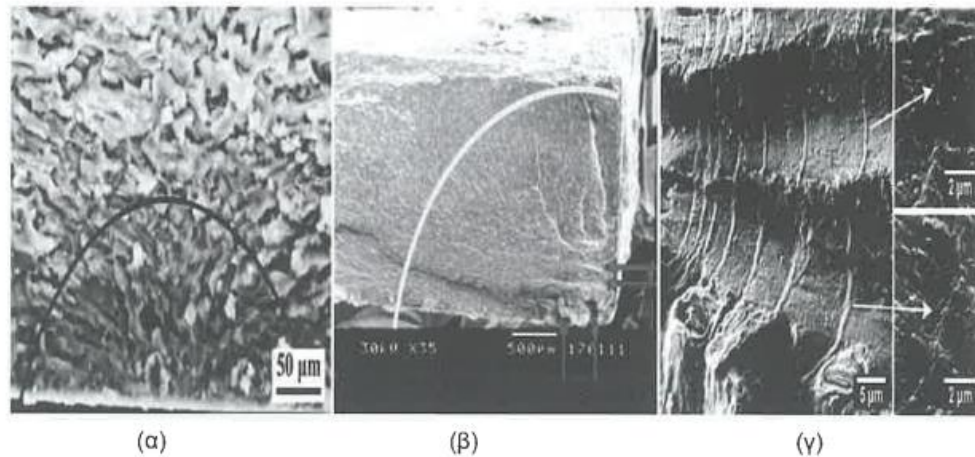
- a) Έναρξη μικρορωγμής.
- b) Διάδοση μικρορωγμής και μικροσκοπικής ρωγμής.
- c) Δημιουργία κυμάτων κόπωσης.

Οι αυλακώσεις στο Σχήμα 13.18γ ονομάζονται κύματα κόπωσης και κάθε κύμα αντιστοιχεί στη διάδοση της ρωγμής σε έναν κύκλο κόπωσης.

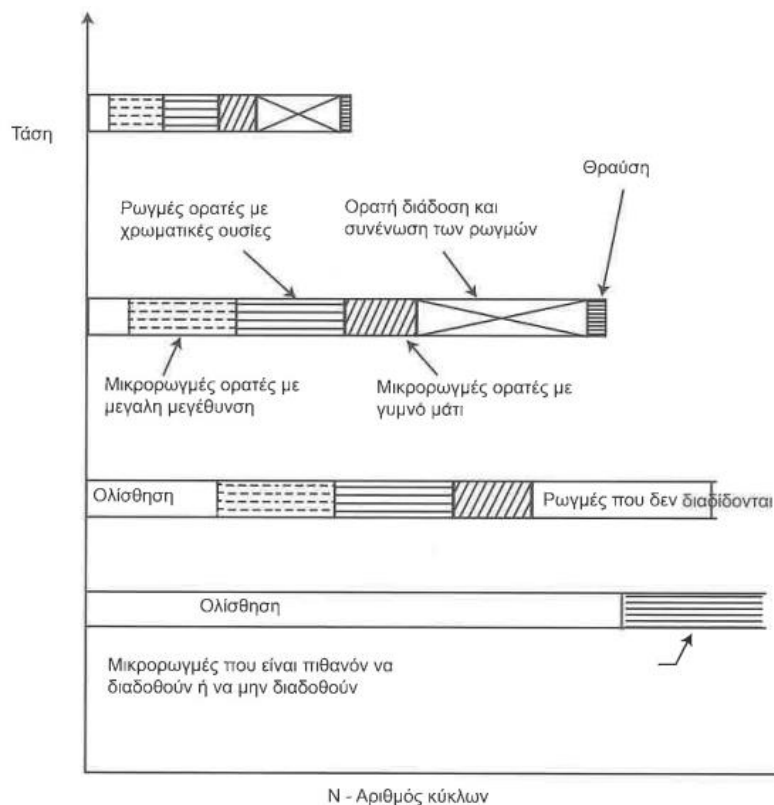
Οι μηχανισμοί κόπωσης που περιγράφονται στο κεφάλαιο αυτό συνοψίζονται σχηματικά στο Σχήμα 13.19. Αρχικά, κυριαρχεί η κυκλική μικροπλαστικότητα και η ολίσθηση κρυσταλλογραφικών επιπέδων. Στη συνέχεια ακολουθεί ο σχηματισμός μικρών ρωγμών που μπορούν να παρατηρηθούν μόνο μετά από μεγάλη οπτική μεγέθυνση ή με τη βοήθεια διεισδυτικών υγρών.

Οι ρωγμές συνεχίζουν να μεγαλώνουν κάτω από κυκλική φόρτιση και τελικά γίνονται ορατές με γυμνό μάτι. Οι μικρορωγμές τείνουν να συνενωθούν μέχρι να αναπτυχθούν μακρορωγμές. Αυτές οι ρωγμές ή η ρωγμή, αν έχουμε τη δημιουργία

μιας κυρίαρχης ρωγμής, μεγαλώνουν με την εξέλιξη του φαινομένου της κόπωσης μέχρι να αποκτήσουν ένα κρίσιμο μέγεθος. Τότε ακολουθεί αιφνίδια θραύση του υλικού. Όλες οι παραπάνω διαδικασίες έχουν τόσο πιο μικρή διάρκεια όσο πιο μεγάλο είναι το εύρος φόρτισης.



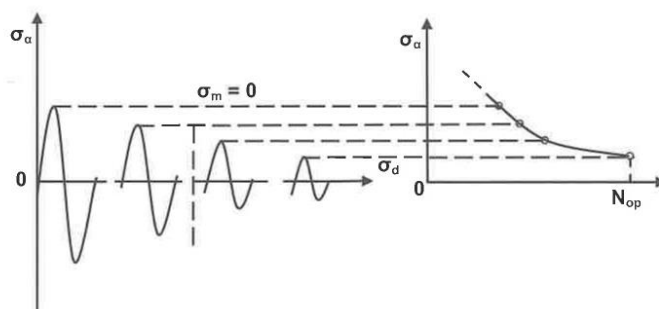
Σχήμα 18 Στάδια της κόπωσης. (α) Έναρξη μικρορωγμής, (β) διάδοση ρωγμής, (γ) αυλακώσεις κόπωσης



Σχήμα 19 Σχηματική παράσταση της διαδικασίας κόπωσης

2.2.1.2 Καμπύλες τάσης - διάρκειας ζωής

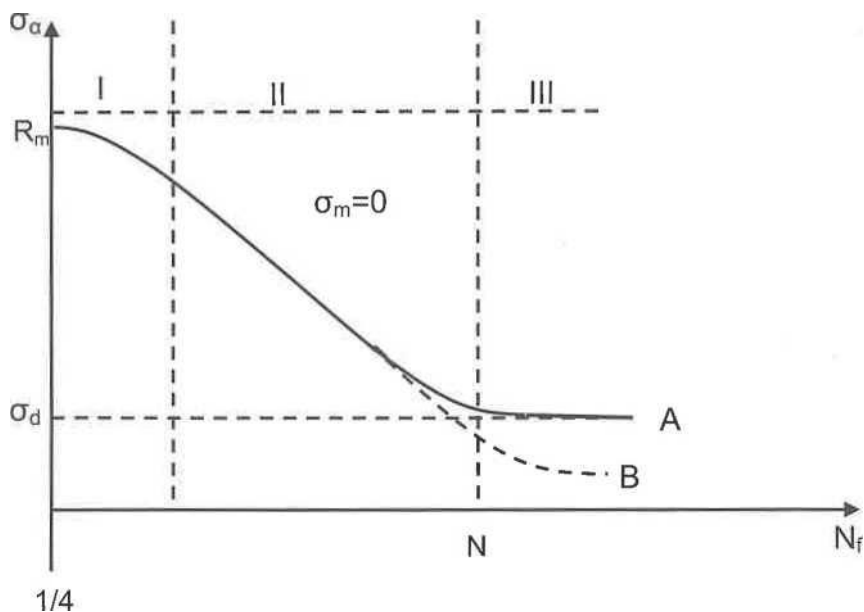
Στο πείραμα της κόπωσης το δοκίμιο υποβάλλεται σε μεταβαλλόμενο φορτίο με σταθερή τάση σ_m και σταθερό εύρος τάσης σ_a και προσδιορίζεται ο αριθμός κύκλων φόρτισης N_f κάτω από τον οποίο το υλικό αστοχεί (θραύση). Για τον προσδιορισμό των καμπύλων εύρους τάσης κόπωσης - διάρκειας ζωής πραγματοποιείται μια πειραματική σειρά στην οποία η μέση τάση σ_m διατηρείται σταθερή, ενώ μεταβάλλεται κάθε φορά το εύρος τάσης κόπωσης σ_a . Τα αποτελέσματα παριστάνονται σε ένα διάγραμμα σ_a (N_f) (διάγραμμα WOHLER), όπως δείχνει το σχήμα 6 για $\sigma_m=0$.



Σχήμα 20 Σχηματική παράσταση της καμπύλης WOHLER ($\sigma_m=0$)

Η καμπύλη Wohler μπορεί να χωριστεί σε τρεις διακριτές περιοχές (Σχήμα 7). Η πρώτη περιοχή (περιοχή I στο Σχήμα) χαρακτηρίζεται ως περιοχή της ολιγοκυκλικής κόπωσης. Στην περιοχή αυτή, τα εύρη τάσεων είναι μεγάλα και ο αριθμός κύκλων N_f που οδηγεί στην αστοχία είναι μικρός (μικρότερος από 10^3 έως 10^2 κύκλοι). Για τις υψηλότερες τιμές του εύρους τάσης σ_a εντός της περιοχής I το υλικό παραμορφώνεται κατά τη διάρκεια του κύκλου φόρτισης ελαστοπλαστικά. Η περιοχή II του Σχήματος 7 χαρακτηρίζεται ως περιοχή πολυκυκλικής κόπωσης. Στην περιοχή αυτή οι τάσεις σ_a οδηγούν σε αριθμούς κύκλων αστοχίας που κυμαίνονται ανάμεσα σε 10^3 και 10^6 έως 10^7 κύκλους.

Κάτω από μια ορισμένη τιμή σ_a του εύρους τάσης σ_a το δοκίμιο θεωρητικά δεν αστοχεί όσο μεγάλος και να γίνει ο αριθμός κύκλων φόρτισης N . Το όριο αυτό ονομάζεται όριο κόπωσης του υλικού ή όριο διαρκούς αντοχής σε κόπωση και αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη μέση τάση σ_m με την οποία έγιναν τα πειράματα, δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση στη μέση τάση $\sigma_m = 0$. Σε κάθε μέση τάση σ_m αντιστοιχεί ένα διαφορετικό όριο κόπωσης σ_a .



Σχήμα 21 Καμπύλη WOHLER I) περιοχή ολιγοκυκλικής κόπωσης, II) περιοχή πολυκυκλικής κόπωσης, III) περιοχή αντοχής διαρκείας

Η καμπύλη WOHLER μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά για κάθε τάση σ_m και επομένως να προσδιοριστεί επίσης το αντίστοιχο όριο κόπωσης του υλικού.- Το όριο διαρκούς αντοχής προσδιορίζεται πειραματικά ως εκείνη η τιμή του εύρους τάσης σ_a για την οποία η τιμή N_f που αντιστοιχεί τείνει ασυμπτωτικά στο άπειρο, με άλλα λόγια η καμπύλη $\sigma_a(N_f)$ γίνεται παράλληλη στον άξονα N_f (καμπύλη A του Σχήματος 7). Για πολλά τεχνικά υλικά (π.χ. διάφοροι χάλυβες) η τιμή αυτή είναι της τάξης του 1.10^7 . Σε μια σειρά τεχνικά υλικά (π.χ. πολλά ελαφρά κράματα όπως τα κράματα αλουμινίου) ο προσδιορισμός του ορίου διαρκούς αντοχής δεν είναι εύκολος, επειδή η καμπύλη $\sigma_a(N_f)$ δεν τείνει ασυμπτωτικά στο άπειρο (καμπύλη B του Σχήματος 7). Στις περιπτώσεις αυτές θεωρούμε ότι ένας μεγάλος αριθμός κύκλων N_f ορίζει ένα τεχνητό όριο διαρκούς αντοχής και ως τεχνητό όριο διαρκούς αντοχής χαρακτηρίζουμε το εύρος τάσης σ_a που οδηγεί σε αυτόν τον πολύ μεγάλο αριθμό κύκλων. Συνήθως, το τεχνητό όριο διαρκούς αντοχής ορίζεται για $N_f = 1.10^6$ έως 5.10^7 . Για αρκετά κατασκευαστικά στοιχεία είναι επαρκές αν το υλικό μπορεί να φέρει έναν αριθμό κύκλων N_f μικρότερο από το όριο διαρκούς αντοχής σε κόπωση. Στις περιπτώσεις αυτές ορίζουμε ως συμβατικό όριο κόπωσης το εύρος τάσης σ_a που οδηγεί στον αριθμό κύκλων N_f που έχουμε επιλέξει ότι μας αρκεί. Η διαστασιολόγηση του κατασκευαστικού στοιχείου γίνεται με βάση αυτό το συμβατικό όριο κόπωσης. Στην καμπύλη Wohler του Σχήματος 7 για τιμή του εύρους τάσης σ_a ίση με την αντοχή του υλικού σε εφελκυσμό σ_{ut} η τιμή N_f λαμβάνει την τιμή $1/4$, δηλαδή το δοκίμιο αστοχεί σε $1/4$ της περιόδου φόρτισης.

Συγκεκριμένα για τους χάλυβες ισχύουν τα εξής για το διάγραμμα Wohler:

- i. Περιοχή ολιγοκυκλικής κόπωσης: Ορίζεται στο πεδίο από 10^0 έως 10^3 κύκλους φόρτισης. Υψηλές τάσεις (από S_u έως $0.9S_u$) που δίνουν αστοχία σε μικρό αριθμό κύκλων, διαμορφώνουν μια μικρή αρνητική κλίση στην καμπύλη $S-N$.
- ii. Περιοχή πολυκυκλικής κόπωσης: Ορίζεται στο πεδίο 10^3 έως 10^6 ή 10^7 κύκλους φόρτισης. Τάσεις μικρότερες (από $0.9S_u$ έως S_e) που δίνουν αστοχία σε μεγάλο αριθμό κύκλων, διαμορφώνουν μια δεύτερη μεγαλύτερη αρνητική κλίση στην καμπύλη $S-N$.
- iii. Περιοχή διαρκούς αντοχής: Τάσεις μικρότερες ή ίσες με το όριο διαρκούς αντοχής S_e , δεν δίνουν αστοχία για οποιοδήποτε αριθμό κύκλων. Η καμπύλη στην περιοχή αυτή μετατρέπεται σε ευθεία παράλληλη στον άξονα των κύκλων φόρτισης.

Ολιγοκυκλική κόπωση

Ως ολιγοκυκλική κόπωση ορίζεται κάθε φόρτιση η οποία προκαλεί αστοχία σε λιγότερους από 1000 κύκλους φόρτισης. Το οριακό σημείο ολιγοκυκλικής - πολυκυκλικής κόπωσης, σε χάλυβες, ορίζεται από 10^3 κύκλους και από εναλλασσόμενες τάσεις:

$0.9 S_u$ για κάμψη

$0.75 S_u$ για εφελκυσμό και

$0.72 S_u$ για στρεπτική φόρτιση

Οι τιμές αυτές είναι ενδεικτικές και μπορούν να χρησιμοποιούνται για την επίλυση ασκήσεων, αλλά να σημειωθεί ότι λόγω της πολυπλοκότητας της κόπωσης, μπορεί να τροποποιούνται με χρήση πειραματικών δεδομένων διαφόρων υλικών.

Πολυκυκλική κόπωση - Σχεδιασμός για πεπερασμένο χρόνο ζωής

Η περιοχή της πολυκυκλικής κόπωσης είναι εκείνη που για τάσεις, από το όριο της διαρκούς αντοχής S_e μέχρι $0.9S_u$, δίνει αστοχία σε αριθμό κύκλων 10^6 μέχρι 10^3 . Στην περιοχή αυτή των τάσεων η κόπωση επηρεάζει σημαντικά την αντοχή του υλικού και δεν πρέπει να αγνοείται. Προς τούτο απαιτείται ο προσδιορισμός της συνάρτησης $S-N$.

Η αντοχή κόπωσης S_f στην περιοχή της πολυκυκλικής κόπωσης, συναρτήσει του αριθμού κύκλων N_f , εκφράζεται από ευθεία με κλίση $-m$, σε log-log κλίμακα, η εξίσωση της οποίας είναι :

$$\log S_f = -m * \log N_f + b$$

Για να υπολογισθούν οι άγνωστες σταθερές m και b , αρκεί να παρατηρήσουμε ότι η εξίσωση αυτή πρέπει να επαληθεύεται και στα σημεία $[10^3, 0.9S_u]$ και $[10^6, S_e]$, δηλαδή,

$$\log(0.9 * S_u) = -m * \log 10^3 + b$$

και

$$\log S_e = -m * \log 10^6 + b$$

Αφαιρώντας την δεύτερη από την πρώτη βρίσκουμε,

$$m = \frac{1}{3} \log \frac{0.9S_u}{S_e}$$

Θέτοντας την τιμή του m σε μια από τις προηγούμενες εξισώσεις λαμβάνουμε,

$$b = \log \frac{(0.9S_u)^2}{S_e}$$

Επομένως το όριο κόπωσης συναρτήσει του αριθμού κύκλων φόρτισης μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση:

$$S_f = \frac{10^b}{N^m} \text{ για } 10^3 \leq N \leq 10^6$$

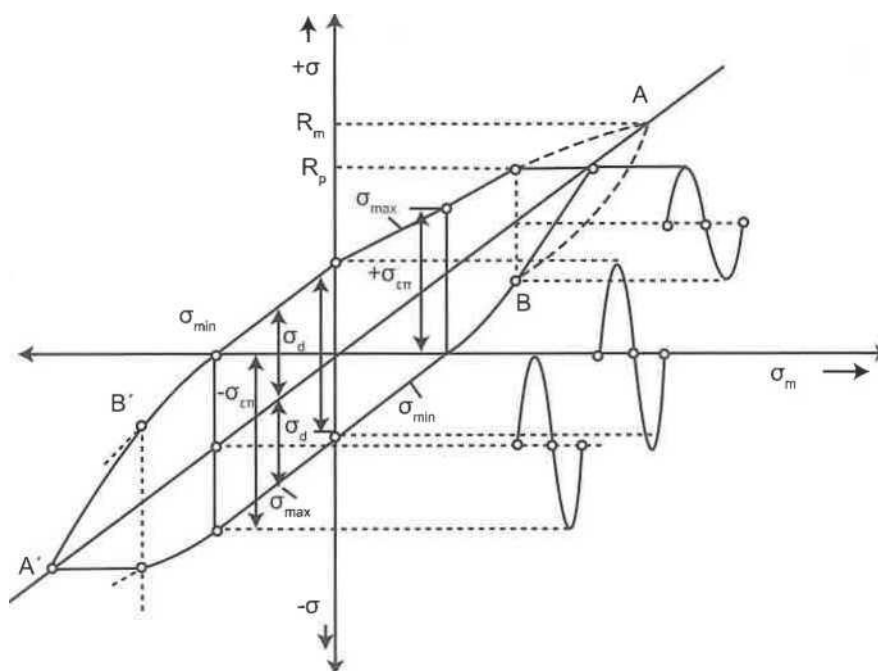
ενώ ο αριθμός κύκλων για την αστοχία υλικού όταν υποβάλλεται σε εναλλασσόμενη τάση $\sigma_a = S_f$ δίνεται από:

$$N = \frac{10^{\frac{b}{m}}}{S_f^{\frac{1}{m}}} \text{ για } 10^3 \leq N \leq 10^6$$

Η ολική συμπεριφορά του υλικού σε κόπωση με διάφορες τιμές σ_m και σ_a παριστάνεται σε ένα διάγραμμα κατά SMITH ή κατά HAIGH, όπως δείχνουν τα Σχήματα 8 και 9, αντίστοιχα. Στο διάγραμμα SMITH η μέγιστη τάση $\sigma_{\max}$ και η ελάχιστη τάση $\sigma_{\min}$ παριστάνονται ως συνάρτηση της μέσης τάσης σ_m (Σχήμα 8). Οι καμπύλες $\sigma_{\max}(\sigma_m)$ και $\sigma_{\min}(\sigma_m)$ που παριστάνονται στο διάγραμμα αναφέρονται σε μια συγκεκριμένη τιμή N_f της διάρκειας ζωής σε κόπωση.

Συνήθως επιλέγεται η τιμή $N_f = 10^7$ που αντιστοιχεί σε μια τυπική τιμή για το τεχνητό όριο διαρκούς αντοχής σε κόπωση. Για την κατασκευή του διαγράμματος SMITH χρησιμοποιούνται δεδομένα από πειράματα που οδηγούν στον προεπιλεγμένο αριθμό κύκλων N_f (στο παράδειγμα μας ο αριθμός αυτός είναι 10^7) και διεξάγονται με διαφορετικές τιμές της μέσης τάσης. Συνεπώς σε κάθε πείραμα διαφέρει η τιμή του εύρους τάσης σ_a και άρα διαφέρουν οι τιμές $\sigma_{\max}$ και $\sigma_{\min}$. Στην αρχή των αξόνων ($\sigma_m = 0$) έχουμε τις τιμές $\sigma_{\max}$ και $\sigma_{\min}$ που οδηγούν στην τιμή N_f που έχει προεπιλεγεί ($N_f = 10^7$) για την περίπτωση της αντιστρεφόμενης φόρτισης. Όταν η μέση τάση σ_m τείνει στην τιμή της αντοχής του υλικού σε εφελκυσμό S_{ut} , τότε η τάση σ_a τείνει στο μηδέν.

Στον άξονα των τετμημένων, όπου παριστάνεται η μέση τάση, ορίζουμε το σημείο όπου $\sigma_m = S_{ut}$. Από το σημείο αυτό φέρουμε παράλληλη προς τον άξονα των τεταγμένων, όπου ορίζονται οι τιμές σ_{max} και σ_{min} και ορίζουμε απόσταση

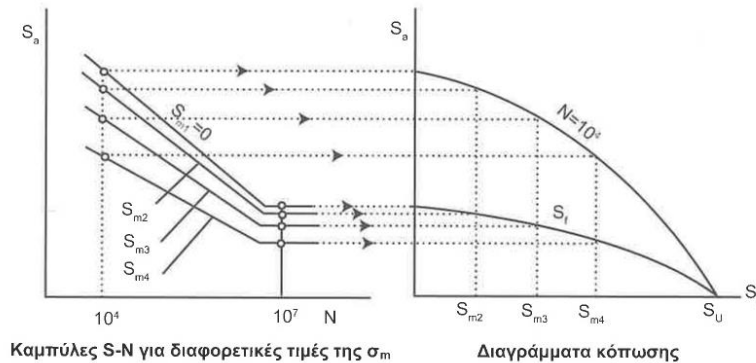


Σχήμα 22 Σχηματική παράσταση του διαγράμματος κόπωσης κατά SMITH

ίση με $\sigma_m = S_{ut}$ (Σημείο A στο διάγραμμα). Η αρχή των αξόνων συνδέεται με το σημείο A. Η ευθεία που σχηματίζεται βρίσκεται σε γωνία 45° ως και προς τους δύο άξονες του διαγράμματος. Για την κατασκευή του διαγράμματος οι τιμές σ_m προβάλλονται πάνω στην ευθεία OA.

Από το σημείο προβολής πάνω στην OA αναγράφεται η τάση σ_{max} (προς τα πάνω) και η τάση σ_{min} (προς τα κάτω) που αντιστοιχούν στη συγκεκριμένη μέση τάση σ_m προκειμένου το υλικό να αντέξει τον προεπιλεγμένο αριθμό κύκλων N_f . Η ένωση των σημείων που αντιστοιχούν στις τάσεις σ_{max} και σ_{min} για τις διάφορες τιμές σ_m δίνουν τις καμπύλες $\sigma_{max}(\sigma_m)$ και $\sigma_{min}(\sigma_m)$. Συχνά, στο διάγραμμα αναγράφεται η τιμή $\sigma_{max} = S_{yt}$, όπου S_{yt} το όριο διαρροής σε εφελκυσμό, ώστε κατά το σχεδιάσμά ενός κατασκευαστικού στοιχείου να αποφευχθούν φορτίσεις κόπωσης που θα οδηγούσαν σε πλαστική παραμόρφωση.

Στο Σχήμα 9 παριστάνεται σχηματικά η κατασκευή του διαγράμματος κόπωσης για N_f ίσο με 10^7 (δηλαδή τιμή που αντιστοιχεί στο όριο διαρκούς αντοχής). Το διάγραμμα αυτό ονομάζεται διάγραμμα HAIGH. Στο ίδιο διάγραμμα παριστάνεται η κατασκευή του διαγράμματος κόπωσης και για μια άλλη προκαθορισμένη τιμή N_f (π.χ. $N_f = 10^4$). Στο διάγραμμα γράφονται το όριο διαρκούς αντοχής που οδηγεί στην τιμή $N_f = 10^7$, καθώς και το εύρος τάσης που οδηγεί στην προεπιλεγμένη τιμή $N_f = 10^4$ του παραδείγματος μας, σαν συνάρτηση της αντίστοιχης μέσης τάσης σ_m .



Σχήμα 23 Διαγράμματα κόπωσης

Όριο διαρκούς αντοχής, S'_n

Όριο διαρκούς αντοχής, S'_n , καλείται η μεγίστη καθαρά εναλλασσόμενη τάση, στην οποία ένα πρότυπο δοκίμιο μπορεί να υποβληθεί, για άπειρο αριθμό κύκλων, χωρίς να αστοχήσει. Το μέγεθος αυτής της τάσης είναι μικρότερο από το όριο ροής του υλικού. Άπειρος αριθμός κύκλων, όταν δεν ορίζεται διαφορετικά, θα θεωρούνται οι ένα εκατομμύριο κύκλοι (10^6).

Το όριο διαρκούς αντοχής S'_n , προκύπτει από εργαστηριακά πειράματα για κάθε είδος φόρτισης: εφελ- κυσμό, κάμψη και στρέψη. Τα πειράματα αυτά γίνονται σε πρότυπα εργαστηριακά δοκίμια που έχουν συγκεκριμένες διαστάσεις (Σχήμα 10) κάτω από συνθήκες αυστηρά καθορισμένες. Έτσι α) η φόρτιση είναι πλήρως εναλλασσόμενη, δηλαδή η τάση εναλλάσσεται από $-\sigma$ έως $+\sigma$, β) η τάση είναι καμπτική, εφελκυστική ή στρεπτική, γ) το πρότυπο δοκίμιο έχει καθορισμένες διαστάσεις και έχει υποστεί επιφανειακή κατεργασία (βλ. Σχήμα 10), δ) η θερμοκρασία είναι κανονική (20°C), ε) δεν υπάρχουν στο δοκίμιο συγκεντρώσεις τάσεων (ρωγμές, εγκοπές, απότομες αλλαγές των διαστάσεων, συγκολλήσεις κλπ).

Για να προσδιοριστεί το όριο διαρκούς αντοχής ενός υλικού, σχεδιάζουμε την καμπύλη $\sigma = f(N)$, δηλαδή της τάσης σ που το υλικό αστοχεί συναρτήσει του αντίστοιχου αριθμού κύκλων N . Επομένως λόγω της θραύσης κάθε δοκιμίου απαιτούνται πολλές επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας. Κάθε πείραμα δίνει ένα σημείο στο διάγραμμα S-N, όπου παρατηρούμε ότι για τάσεις μικρότερες από κάποιο όριο δεν έχουμε αστοχία ανεξάρτητα από τον αριθμό των κύκλων φόρτισης. Το όριο αυτό είναι το όριο διαρκούς (εργαστηριακής) αντοχής S'_n .

Οι τιμές του ορίου της διαρκούς αντοχής έχουν καταγραφεί για τα διάφορα υλικά και τις θερμικές κατεργασίες κατασκευής τους, σε βάσεις δεδομένων απ'όπου μπορούν να αντληθούν. Ορισμένες βάσεις δεδομένων είναι διαθέσιμες στο διαδίκτυο. Αν αυτό δεν είναι εφικτό τότε λαμβάνουμε κατά προσέγγιση τιμές απ'τον ακόλουθο πίνακα:

ΥΛΙΚΟ	Χυτοσίδηρος	Μαλακός Χυτοσίδηρος	Χυτοχάλυβας	Ανθρακούχος Χάλυβας
Εφελκυσμός	$S'_n = 0.25S_u$	$S'_n = 0.28S_u$	$S'_n = 0.26S_u$	$S'_n = 0.315S_u$
Κάμψη	$S'_{nb} = 0.50S_u$	$S'_{nb} = 0.40S_u$	$S'_{nb} = 0.40S_u$	$S'_{nb} = 0.45S_u$
Στρέψη	$S'_{ns} = 0.75S'_{nb}$	$S'_{ns} = 0.64S'_{nb}$	$S'_{ns} = 0.58S'_{nb}$	$S'_{ns} = 0.58S'_{nb}$

Πίνακας 1 Δυναμική αντοχή υλικών, S'_n

Η παρατήρηση που δικαιολογεί τη χρήση του πιο πάνω Πίνακα, είναι ότι υπάρχει μια αναλογία ανάμεσα στην αντοχή θραύσης και στο όριο διαρκούς αντοχής. Η αναλογία αυτή εξαρτάται από τη φόρτιση και το υλικό.

Τροποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής, S_e

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε στις διάφορες μηχανές και κατασκευές όμως δεν βρίσκονται πάντα κάτω από τις αυστηρά ελεγχόμενες εργαστηριακές συνθήκες που προαναφέραμε. Έτσι χρειάζεται να εισαχθούν ορισμένοι διορθωτικοί συντελεστές, οι οποίοι πολλαπλασιαζόμενοι με το όριο της διαρκούς αντοχής που βρέθηκε εργαστηριακά, μας δίνουν το τροποποιημένο όριο της διαρκούς αντοχής (όριο διαρκούς πραγματικής αντοχής του στοιχείου μας), το οποίο χρησιμοποιούμε στους υπολογισμούς μας. Το τροποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής S_e δίνεται από τη σχέση:

$$S_e = C_F C_R C_S C_W \frac{1}{k_f} S'_n$$

όπου S_e το τροποποιημένο όριο διαρκούς πραγματικής αντοχής, S'_n το όριο διαρκούς εργαστηριακής αντοχής, C_F ο συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας, C_R ο συντελεστής αξιοπιστίας, C_S ο συντελεστής διόρθωσης μεγέθους, C_W ο συντελεστής συγκολλήσεων και k_f ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων. Πιο κάτω δίδεται ο τρόπος προσδιορισμού των συντελεστών αυτών καθώς και επιπλέον παράγοντες που επηρεάζουν την αντοχή σε κόπωση του υλικού.

2.2.1.3 Παράγοντες που επιδρούν στην κόπωση

Η αντοχή σε κόπωση ενός υλικού επηρεάζεται από μια σειρά παράγοντες. Σε αυτούς συγκαταλέγονται:

- α) μέση τάση (σ_m),
- β) γεωμετρία του δοκιμίου (εγκοπές, μείωση διατομών κ.λπ.)

- γ) ποιότητα επιφάνειας (κατεργασία κ.λπ),
- δ) θερμοκρασία,
- ε) διάβρωση,
- ζ) προϊστορία του υλικού.

Η αντοχή σε κόπωση επηρεάζεται σημαντικά από τη μέση τάση. Από τα διαγράμματα SMITH και HAIGH μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτή, καθώς και να προσδιοριστεί, η επίδραση της μέσης τάσης στην αντοχή σε κόπωση του δοκιμίου. Για τον προσδιορισμό της αντοχής για φορτία μεγαλύτερα του ορίου διαρκούς αντοχής είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός μιας καμπύλης WOHLER για κάθε μέση τάση. Για την αποφυγή της επίπονης αυτής διαδικασίας έχουν προταθεί διαφορές συναρτήσεις που επιτρέπουν την αναγωγή της καταπόνησης με μια τυχαία μέση τάση σ_m σε μια ισοδύναμη καταπόνηση με μέση τάση $\sigma_m = 0$. Με την αναγωγή αυτή είναι δυνατή η κατασκευή καμπύλων WOHLER για $\sigma_m \neq 0$ κάνοντας χρήση της καμπύλης WOHLER $\sigma_m = 0$, χωρίς να είναι απαραίτητη η διεξαγωγή πειραμάτων για $\sigma_m \neq 0$. Αυτές οι συναρτήσεις ονομάζονται κριτήρια κόπωσης και θα συζητηθούν αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο.

Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων, k_f

Η παρουσία σφηνοδρόμων, εγχοπών, οπών, ρωγμών και άλλων φυσικών ασυνεχειών που καλούνται και ενισχυτές τάσης (stress raisers), προκαλούν τοπική συγκέντρωση τάσεων. Ο δυναμικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων k_f είναι ίσος με :

$$k_f = 1 + q * (k_t - 1)$$

όπου q είναι ο συντελεστής ευαισθησίας σετγκοπές (Σχήμα 10), και k_t ο γεωμετρικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων.

Γεωμετρικός συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων k_t καλείται ο λόγος της μέγιστης τάσης με την ασυνέχεια, προς την τάση χωρίς την ασυνέχεια.

$$k_t = \sigma_{\max} / \sigma_0 \quad \text{ή} \quad k_{st} = \tau_{\max} / \tau_0$$

όπου k_t ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων για ορθές τάσεις και k_{st} ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων για διατμητικές τάσεις.

Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσης σε μέλος με εγκοπή σε εφελκυσμό είναι

$$k_t = \left(1 + \frac{2e}{r}\right)$$

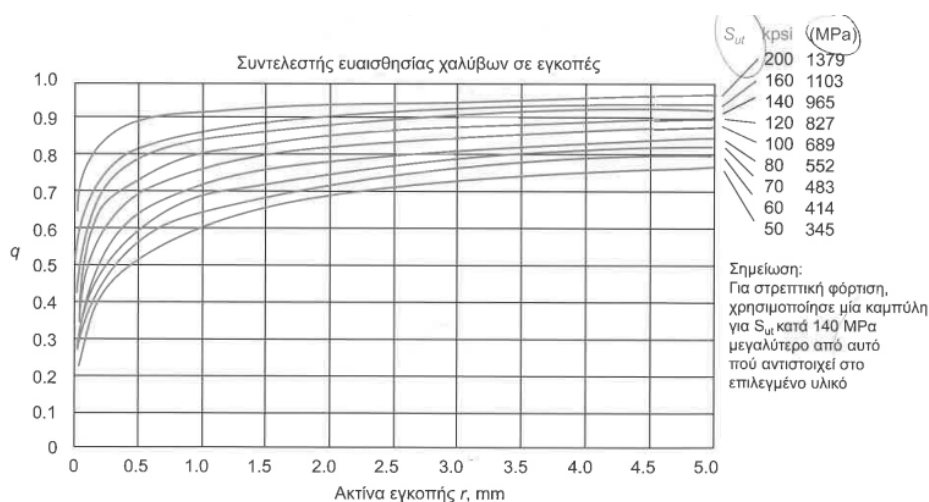
Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσης σε μέλος με τρύπα σε εφελκυσμό είναι

$$k_t = \left(1 + \frac{2b}{a}\right)$$

Καθώς η διάσταση a τείνει στο μηδέν, ο συντελεστής k_t τείνει στο άπειρο. Προφανώς για $a = b$, $k_t = 3$. Στον πίνακα που ακολουθεί μπορούμε να δούμε πότε και ποιους συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων χρησιμοποιούμε για ψαθυρά ή συνεκτικά υλικά και για στατική ή δυναμική φόρτιση.

	ΨΑΘΥΡΑ ΥΛΙΚΑ		ΣΥΝΕΚΤΙΚΑ-ΟΛΚΙΜΑ ΥΛΙΚΑ	
ΦΟΡΤΙΣΗ	ΟΡΘΕΣ	ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ	ΟΡΘΕΣ	ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ
ΣΤΑΤΙΚΗ	k_t	k_{ts}	ΑΓΝΟΕΙΤΑΙ	ΑΓΝΟΕΙΤΑΙ
ΔΥΝΑΜΙΚΗ	k_t	k_{ts}	k_f	k_{fs}

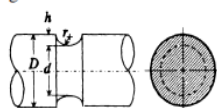
Πίνακας 2 Συντελεστής συγκέντρωσης τάσης για διάφορα υλικά και φορτίσεις



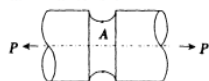
Σχήμα 24 Συντελεστής ευαισθησίας q

Γενικά οι συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων K_t παίρνονται από διαγράμματα ή εμπειρικές σχέσεις. Καθώς τα διαγράμματα και οι σχέσεις είναι πάρα πολλές η εργασία θα συμπεριλάβει μόνο τους τύπους που χρησιμοποιήθηκαν για τη γεωμετρία του δοκιμίου που μελετήθηκε και παρουσιάζεται παρακάτω:

7.
U-shaped circumferential
groove in circular shaft



a. Axial tension



$$\sigma_{\max} = \sigma_A = K_t \sigma_{\text{nom}}, \quad \sigma_{\text{nom}} = 4P/\pi d^2$$

$$K_t = C_1 + C_2 \frac{2h}{D} + C_3 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

	$0.1 \leq h/r < 2.0$	$2.0 \leq h/r \leq 50.0$
C_1	$0.89 + 2.208\sqrt{h/r} - 0.094h/r$	$1.037 + 1.967\sqrt{h/r} + 0.002h/r$
C_2	$-0.923 - 6.678\sqrt{h/r} + 1.638h/r$	$-2.679 - 2.980\sqrt{h/r} - 0.053h/r$
C_3	$2.893 + 6.448\sqrt{h/r} - 2.516h/r$	$3.090 + 2.124\sqrt{h/r} + 0.165h/r$
C_4	$-1.912 - 1.944\sqrt{h/r} + 0.963h/r$	$-0.424 - 1.153\sqrt{h/r} - 0.106h/r$

for semicircular groove ($h/r = 1.0$)

$$K_t = 3.004 - 5.963 \left(\frac{2h}{D}\right) + 6.836 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 - 2.893 \left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

TABLE 6-1 (continued) STRESS CONCENTRATION FACTORS: Notches and Grooves

TABLE 7 (continued) STRESS CONCENTRATION FACTORS: GROOVES AND GROUVE

b. Bending

$$\sigma_{\max} = \sigma_A = K_t \sigma_{\text{nom}}, \quad \sigma_{\text{nom}} = 32 M/\pi d^3$$

$$K_t = C_1 + C_2 \frac{2h}{D} + C_3 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

	$0.25 \leq h/r < 2.0$	$2.0 \leq h/r \leq 50.0$
C_1	$0.594 + 2.958\sqrt{h/r} - 0.520h/r$	$0.965 + 1.926\sqrt{h/r}$
C_2	$0.422 - 10.545\sqrt{h/r} + 2.692h/r$	$-2.773 - 4.414\sqrt{h/r} - 0.017h/r$
C_3	$0.501 + 14.375\sqrt{h/r} - 4.486h/r$	$4.785 + 4.681\sqrt{h/r} + 0.096h/r$
C_4	$-0.613 - 6.573\sqrt{h/r} + 2.177h/r$	$-1.995 - 2.241\sqrt{h/r} - 0.074h/r$

for semicircular groove ($h/r = 1.0$)

$$K_t = 3.032 - 7.431 \left(\frac{2h}{D}\right) + 10.390 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 - 5.009 \left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

c. Torsion

$$\tau_{\max} = \tau_A = K_t \tau_{\text{nom}}, \quad \tau_{\text{nom}} = 16T/\pi d^3$$

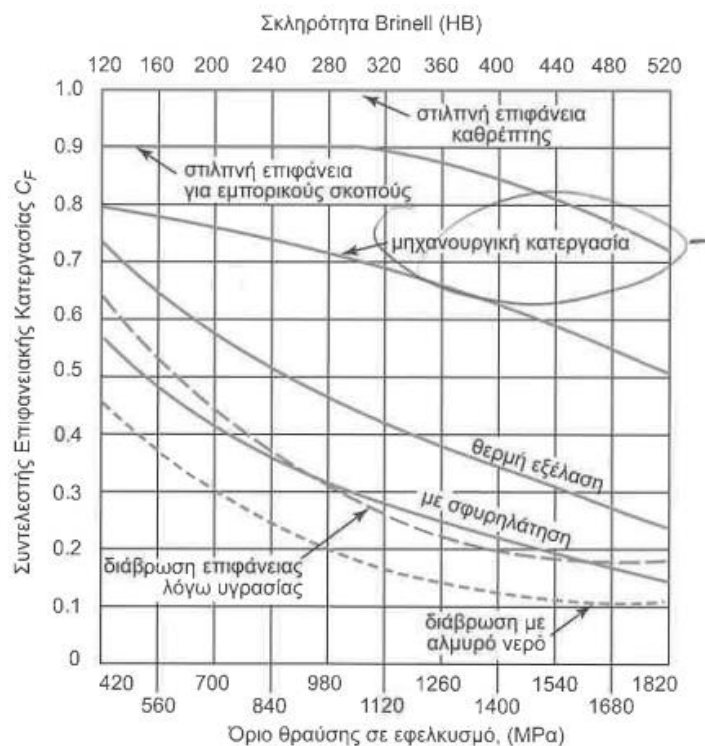
$$K_t = C_1 + C_2 \frac{2h}{D} + C_3 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2h}{D}\right)^3$$

	$0.25 \leq h/r < 2.0$	$2.0 \leq h/r \leq 50.0$
C_1	$0.966 + 1.056\sqrt{h/r} - 0.022h/r$	$1.089 + 0.924\sqrt{h/r} + 0.018h/r$
C_2	$-0.192 - 4.037\sqrt{h/r} + 0.674h/r$	$-1.504 - 2.141\sqrt{h/r} - 0.047h/r$
C_3	$0.808 + 5.321\sqrt{h/r} - 1.231h/r$	$2.486 + 2.289\sqrt{h/r} + 0.091h/r$
C_4	$-0.567 - 2.364\sqrt{h/r} + 0.566h/r$	$-1.056 - 1.104\sqrt{h/r} - 0.059h/r$

Σχήμα 25 Συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων εγκοπής τύπου U σε κυκλική διατομή για διάφορες φορτίσεις

Συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας C_F

Η ποιότητα της επιφάνειας του καταπονούμενου στοιχείου επιδρά σημαντικά στη διάρκεια ζωής του. Οι αστοχίες των υλικών σχεδόν πάντα ξεκινούν από την επιφάνεια. Οι λόγοι είναι δύο: (α) οι πλέον έντονα καταπονούμενες ίνες του υλικού βρίσκονται στην επιφάνεια και (β) οι μικρορωγμές που επιταχύνουν την αστοχία βρίσκονται κατά κανόνα στην επιφάνεια. Επομένως ανάλογα με την ποιότητα της επιφανειακής κατεργασίας ενός στοιχείου, μπορούν να εμφανιστούν λιγότερες ή περισσότερες ρωγμές στην επιφάνεια, γεγονός που επιδρά στην μεταβολή της δυναμικής αντοχής. Το Σχ. 11 δίνει τον συντελεστή για διάφορες επιφανειακές κατεργασίες, συναρτήσει του ορίου θραύσης του στοιχείου.



Σχήμα 26 Συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας (C_F)

Συντελεστής αξιοπιστίας, C_R

Λόγω του στατιστικού χαρακτήρα της αντοχής (μέση τιμή και τυπική απόκλιση της αντοχής) το διάγραμμα Wohler δεν αποτελείται από μια γραμμή αλλά από μια ζώνη μέσα στην οποία είναι δυνατόν να αστοχήσει το υλικό. Ο Πίνακας 1 δίνει τους συντελεστές απόκλισης (DMF ή Deviation Multiflication Factor) και αξιοπιστίας που συνδέονται με την σχέση,

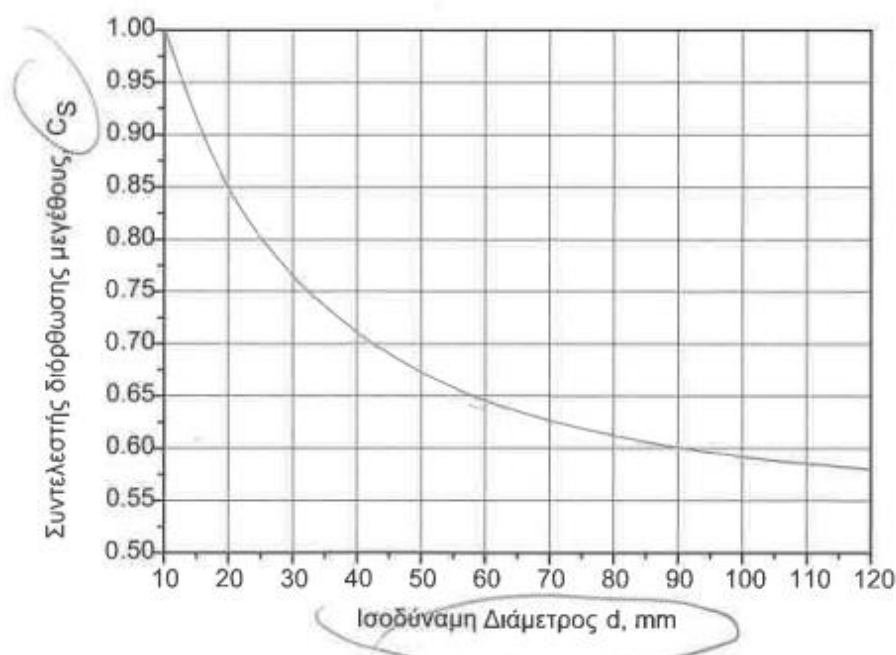
$$C_R = 1 - 0.08(DMF)$$

Αξιοπιστία υλικού	DMF	C_R
0.5	0	1
0.9	1.288	0.897
0.95	1.645	0.868
0.98	2.05	0.836
0.99	2.326	0.814
0.999	3.091	0.753
0.9999	3.719	0.702
0.99999	4.265	0.659
0.999999	4.753	0.62
0.9999999	5.199	0.584
0.99999999	5.612	0.551
0.999999999	5.997	0.52

Πίνακας 3 Συντελεστές αξιοπιστίας C_R που αντιστοιχούν σε τυπική απόκλιση 8% από το όριο διαρκούς αντοχής

Συντελεστής διόρθωσης μεγέθους, C_s

Το πρότυπο δοκίμιο με το οποίο βρίσκονται οι τιμές του ορίου διαρκούς αντοχής έχει διάμετρο περίπου 8 mm. Ο συντελεστής διόρθωσης μεγέθους δίνεται για μεγαλύτερες διαμέτρους από το διάγραμμα που ακολουθεί. Οι μεγαλύτερες διαμέτροι έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης ατελειών (πχ. εσωτερικές φυσσαλίδες) οι οποίες επιδρούν στη μείωση της αντοχής σε δυναμική καταπόνηση.



Σχήμα 27 Συντελεστής διόρθωσης μεγέθους (C_s)

Συντελεστής συγκολλήσεων, C_w

Όταν δεν επακολουθεί της συγκόλλησης θερμική κατεργασία για απαλοιφή τάσεων, τότε προκαλείται στο υλικό μείωση του ορίου διαρκούς αντοχής. Αν το στοιχείο μας δεν έχει συγκολλήσεις τότε $C_w = 1$.

Αν στο υλικό εξασκηθεί μια θλιπτική προένταση, η συμπεριφορά κόπωσης σε καταπονήσεις κόπωσης στην εφελκυστική περιοχή βελτιώνεται.

Τέλος, η θερμοκρασία επιδρά στην αντοχή κόπωσης, όπως και στην αντοχή σε εφελκυσμό ενός υλικού αρνητικά. Με αύξηση της θερμοκρασίας μειώνεται η αντοχή κόπωσης.

2.2.1.4 Κριτήρια αντοχής σε κόπωση

1. Κριτήριο Soderberg

Για να κάνουμε ανάλυση σε κόπωση θα πρέπει να αναζητήσουμε την ισοδύναμη τάση μιας τάσης μεταβαλλόμενης με τον χρόνο. Γενικά έχουμε μια μέση τάση σ_m και ένα εύρος εναλλαγής τάσης σ_a . Κατασκευάζουμε το Σχήμα 5-15, όπου ο οριζόντιος άξονας αφορά την μέση τάση, ενώ ο κατακόρυφος το εύρος εναλλαγής της. Όταν η τάση στο υπό εξέταση στοιχείο είναι σταθερή, τότε περιμένουμε αστοχία στο όριο ροής S_y , όταν όμως είναι καθαρά εναλλασσόμενη στο όριο διαρκούς αντοχής S_e . Σημειώνουμε τα σημεία σχεδιασμού A και B με τιμές S_e / N στον κατακόρυφο και S_y / N στον οριζόντιο άξονα. Φέρουμε την ευθεία που ενώνει τα δύο σημεία σχεδιασμού. Το κριτήριο του Soderberg για το σχεδιασμό, μας λέει ότι ο συνδυασμός των τάσεων σ_m και σ_a πρέπει να ορίζει σημείο κάτω ή επί της ευθείας ($S_y / N, S_e / N$).

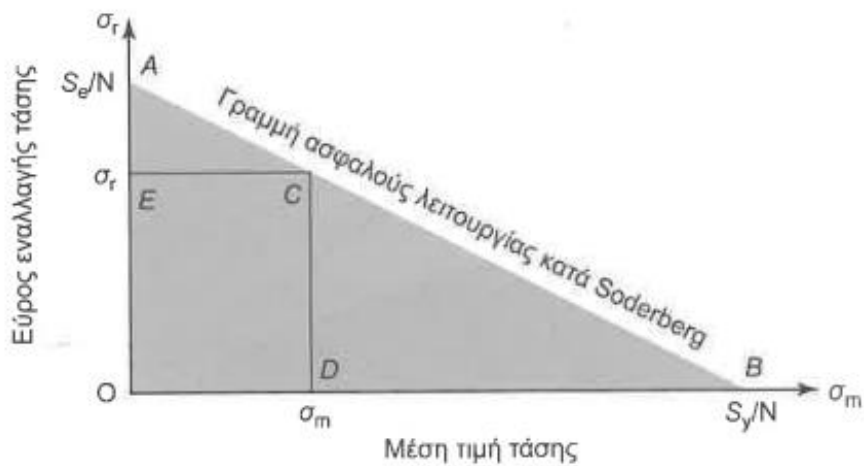
Η γραμμή του Soderberg συνιστάται για συνεκτικά υλικά. Η παράλληλη προς αυτήν ευθεία που ορίζεται από τα σημεία ($S_y / N, 0$) και ($0, S_e / N$), όπου N ο συντελεστής ασφαλείας ονομάζεται ευθεία ασφαλούς λειτουργίας κατά Soderberg. Από τα όμοια τρίγωνα AOB και CDB έχουμε,

$$\frac{\frac{S_y}{N} - \sigma_m}{\sigma_a} = \frac{S_y}{S_e} \quad \text{ή} \quad (\sigma_{eq})_{st} = \frac{S_y}{N} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_y}{S_e}$$

Η $(\sigma_{eq})_{st}$ είναι η ισοδύναμη στατική τάση, δηλαδή εκείνη η στατική τάση που επιφέρει το ίδιο εντατικό αποτέλεσμα με αυτό που επιφέρουν η στατική τάση σ_m και η δυναμική τάση σ_a . Όταν εξετάζουμε πρόβλημα κόπωσης και μας χρειαστεί η ισοδύναμη δυναμική τάση, αυτή βρίσκεται με τον ίδιο τρόπο, συγκρίνοντας τα τρίγωνα AOB και AEC:

$$(\sigma_{eq})_{dyn} = \frac{S_e}{N} = \sigma_a + \sigma_m \frac{S_e}{S_y}$$

Αν η $(\sigma_{eq})_{dyn}$ είναι μεγαλύτερη από την S_e τότε η λειτουργία βρίσκεται στην περιοχή του πεπερασμένου χρόνου ζωής, ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα Wohler. Το κριτήριο Soderberg συνιστάται γενικά μόνο για συνεκτικά υλικά.



Σχήμα 28 Διάγραμμα Soderberg

2. Κριτήριο Goodman

Το κριτήριο Soderberg είναι αρκετά συντηρητικό. Το κριτήριο Goodman φαίνεται στο Σχήμα 15, και αποτελείται από την περιοχή ασφαλούς λειτουργίας κατά Soderberg και από τη περιοχή που ορίζεται ανάμεσα από τη γραμμή Goodman, τη γραμμή Soderberg και τη γραμμή διαρροής.

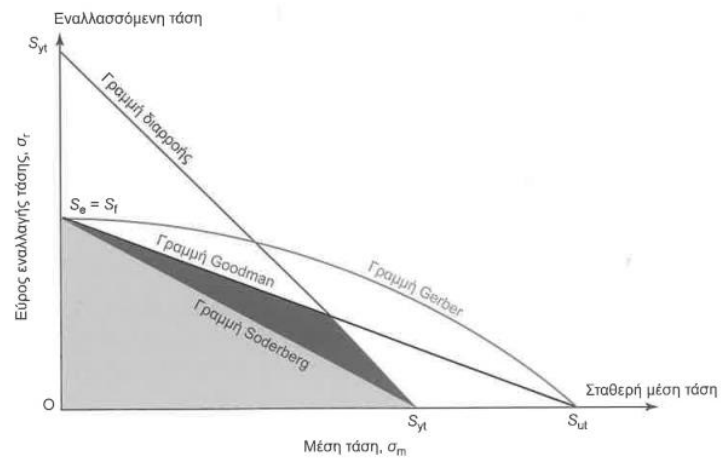
$$\text{Γραμμή διαρροής : } \frac{\sigma_a}{S_{yt}} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = 1$$

$$\text{Γραμμή Soderberg : } \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = 1$$

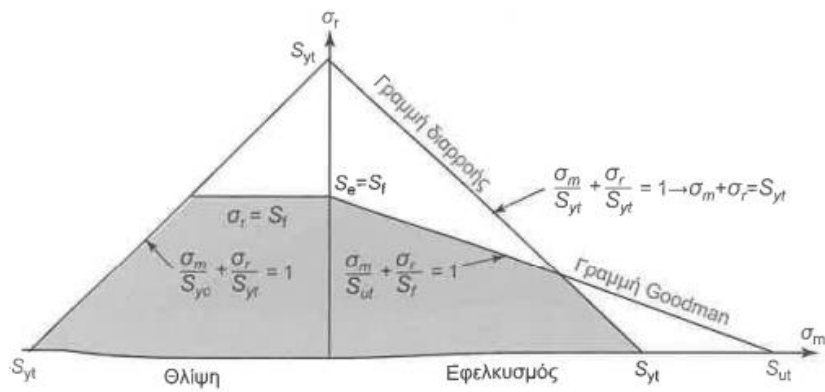
$$\text{Γραμμή Goodman : } \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1$$

$$\text{Γραμμή Gerber : } \frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1$$

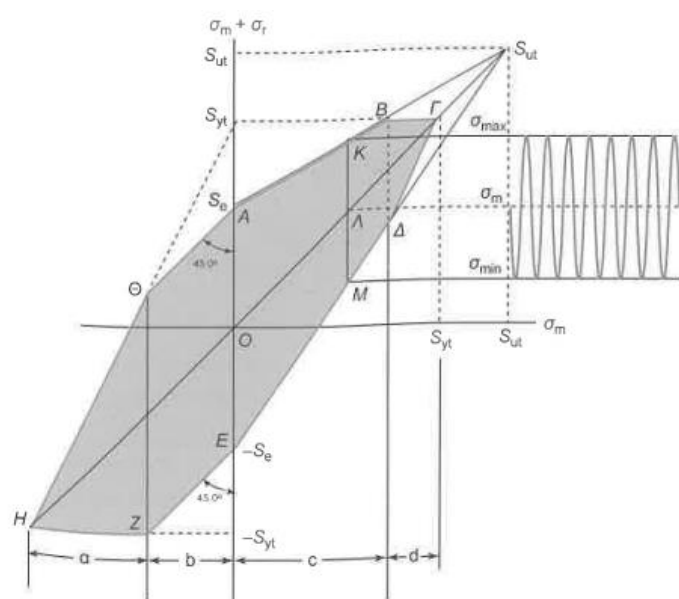
Το κριτήριο Goodman μπορεί να σχεδιαστεί και σε διάγραμμα Smith. Η περιοχή που περικλείεται από τις ευθείες που συνδέουν τα γράμματα ABΓΔΕΖΗΘΑ είναι περιοχή ασφάλειας, ενώ εκτός, αστοχίας.



Σχήμα 29 Κριτήρια αστοχίας σε δυναμική φόρτιση



Σχήμα 30 Κριτήριο αστοχίας Goodman για δυναμική φόρτιση



Σχήμα 31 Κριτήριο Goodman σε διάγραμμα SMITH

3. Συνδυασμένες ορθές και διατμητικές τάσεις

Αν $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ τότε,

$$(\sigma_{eq})_{st} = \frac{S_y}{N} = \sqrt{\left(\sigma_{xm} + \sigma_{xa} \frac{S_y}{S_e}\right)^2 + \alpha \left(\tau_{xym} + \tau_{xya} \frac{S_{sy}}{S_{se}}\right)^2}$$

όπου $\alpha = 3$ για την θεωρία έργου παραμόρφωσης και $\alpha = 4$ για την θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης. Αν θέλουμε την ισοδύναμη δυναμική τάση χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$(\sigma_{eq})_{dyn} = \frac{S_e}{N} = \sqrt{\left(\sigma_{xa} + \sigma_{xm} \frac{S_e}{S_y}\right)^2 + \alpha \left(\tau_{xya} + \tau_{xym} \frac{S_{se}}{S_{sy}}\right)^2}$$

όπου ισχύουν τα ίδια για το α . Αυτοί οι τύποι ισχύουν για το κριτήριο Soderberg, για το κριτήριο Goodman αντικαθιστούμε όπου S_y, S_{sy} το S_u, S_{su} . Επίσης γίνεται η προσέγγιση $\frac{S_e}{S_u} \approx \frac{S_{se}}{S_{su}}$.

4. Συγκέντρωση τάσεων με $\sigma_m \neq 0$

Όταν η επίδραση μιας συγκέντρωσης τάσεων συνδυάζεται με αυτή ενός εναλλασσόμενου φορτίου με $\sigma_m \neq 0$, τότε προτείνεται η εξής διαδικασία:

Για ψαθυρά υλικά, χρησιμοποιούμε τον δυναμικό συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων τόσο στην εναλλασσόμενη ονομαστική τάση, όσο και στη μέση. Η εξίσωση του Goodman για ψαθυρά υλικά γίνεται:

$$K_f \left(\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} \right) = 1$$

Για όλκιμα υλικά, χρησιμοποιούμε το δυναμικό συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων μόνο στην εναλλασσόμενη ονομαστική τάση. Η εξίσωση του Goodman γίνεται:

$$K_f \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$$

Για στρεπτικά δοκίμια με εγκοπές, χρησιμοποιούμε τις ίδιες εξισώσεις, αλλά χρησιμοποιούμε τις στρεπτικές τάσεις και συντελεστές.

2.2.2 Κόπωση με φορτία μεταβλητού εύρους

Σε πολλές περιπτώσεις φορτίσεων των δομικών μερών μιας κατασκευής τα μηχανικά φορτία μεταβάλλονται με το χρόνο ακανόνιστα ή και τυχαία. Τέτοιες φορτίσεις δέχονται δομικά μέρη διαφόρων κατασκευών κατά τη λειτουργία τους, όπως π.χ. μέσων μεταφοράς (αεροσκάφη, ελικόπτερα, πλοία, αυτοκίνητα, τρένα),

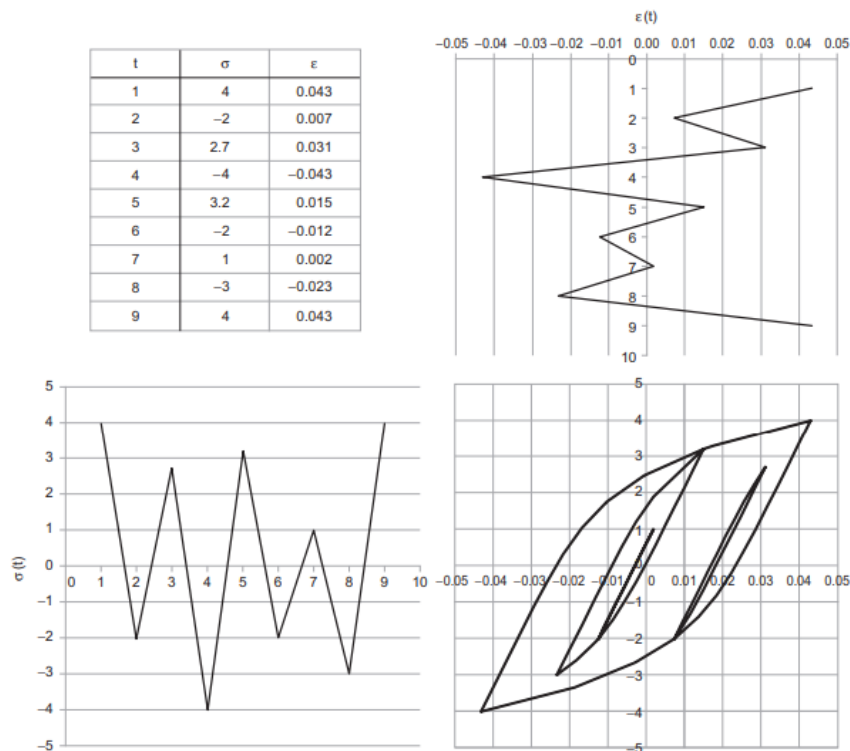
ανεμογεννητριών, κατασκευών πολιτικού μηχανικού (π.χ. γέφυρες), κλπ. Για τον υπολογισμό της διάρκειας ζωής κάτω από ακανόνιστα ή τυχαία ιστορικά φόρτισης (εικόνα 13.35) έχουν προταθεί διάφοροι κανόνες. Οι κανόνες αυτοί έχουν ως κοινή αρχή τη μετατροπή του τυχαίου ιστορικού γεγονότων φόρτισης (reversals) σε ένα ισοδύναμο ιστορικό φόρτισης αποτελούμενο από διακριτούς κύκλους φόρτισης. Η διαδικασία που ακολουθείται κατά κανόνα αποτελείται από τρία στάδια.

- I. Αναγωγή του τυχαίου ιστορικού καταπόνησης σε ένα ισοδύναμο ιστορικό φόρτισης αποτελούμενο από ένα σύνολο διακριτών κύκλων, με τη χρήση κάποιου συγκεκριμένου κανόνα.
- II. Αποτίμηση της βλάβης που προκαλεί κάθε διακριτός κύκλος φόρτισης με τη βοήθεια κάποιου κανόνα συσσώρευσης της βλάβης.
- III. Συνυπολογισμός της βλάβης όλων των διακριτών κύκλων του ισοδύναμου ιστορικού φόρτισης.

Για τον υπολογισμό της βλάβης που προκαλούν στο υλικό πλήρεις κύκλοι φόρτισης, έχουν αναπτυχθεί, όπως δείχθηκε στις προηγούμενες παραγράφους, ικανοποιητικοί κανόνες συσσώρευσης της βλάβης. Συνεπώς, η επιτυχία του υπολογισμού της συσσώρευσης της βλάβης για ένα ακανόνιστο ιστορικό φόρτισης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το στάδιο I. Για την αναγωγή ενός τέτοιου ιστορικού σε πλήρεις κύκλους έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι. Οι μέθοδοι αυτοί ονομάζονται μετρητικές μέθοδοι (counting methods) και στη συγκεκριμένη εργασία θα δούμε αναλυτικά τη μέθοδο της ροής της βροχής (Rainflow method).

Μέθοδος rainflow από τους Matsuishi και Endo

Η τεχνική καταμέτρησης της βροχής που εισήχθη το 1968 από τους Matsuishi και Endo (1968) είναι η πρώτη αποδεκτή μέθοδος που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή αντιστροφών ή κύκλων κλειστής φόρτισης.



Σχήμα 32 Ιστορικά τάσεων-παραμορφώσεων και οι αντίστοιχοι βρόχοι υστέρησης

Η μέθοδος "rainflow" πήρε το ονόματός από μια σύγκριση αυτής της μεθόδου με τη ροή της βροχής που πέφτει σε μια παγόδα και τρέχει κάτω από τις άκρες της οροφής. Ο αλγόριθμος μέτρησης κύκλου rainflow συνοψίζεται ως εξής:

- 1) Περιστρέφουμε το ιστορικό φόρτωσης 90° έτσι ώστε ο άξονας του χρόνου να είναι κατακόρυφα προς τα κάτω και το ιστορικό χρόνου φόρτωσης να μοιάζει με στέγη παγόδας.
- 2) Φανταζόμαστε μια ροή βροχής που ξεκινά σε κάθε διαδοχικό ακραίο σημείο.
- 3) Καθορίστε μια αντιστροφή φόρτωσης (μισός κύκλος) επιτρέποντας σε κάθε βροχόπτωση να συνεχίσει να στάζει κάτω από αυτές τις στέγες έως ότου:
 - a. Πέσει απέναντι από ένα μεγαλύτερο μέγιστο (ή μικρότερο ελάχιστο) σημείο.
 - b. Συναντήσει μια προηγούμενη ροή που πέφτει από πάνω.
 - c. Πέσει κάτω από τη στέγη.

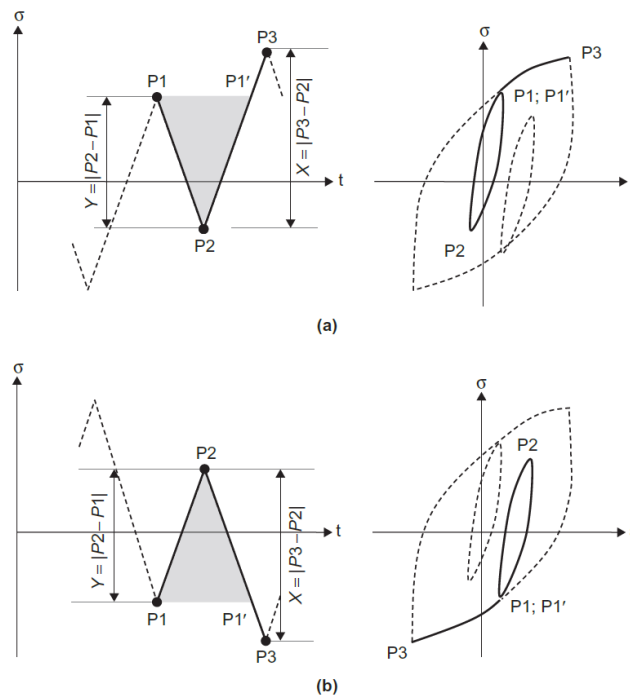
- 4) Προσδιορίστε κάθε βρόχο υστέρησης (κύκλο) συνδέοντας τις ίδιες μετρημένες αντιστροφές.

Όταν ένα ιστορικό φόρτωσης είναι περιοδικό, το ιστορικό φόρτωσης πρέπει να αναδιαταχθεί ώστε να ξεκινά από το μεγαλύτερο ακραίο σημείο και αυτό το ακραίο σημείο επαναλαμβάνεται στο τέλος, κλείνοντας στην πραγματικότητα τον μεγαλύτερο βρόχο υστέρησης. Όλες οι εσωτερικές αντιστροφές επομένως ζευγαρώνουν για να σχηματίσουν κύκλους. Διαφορετικά, για την περίπτωση μη περιοδικής φόρτωσης, όπου το ιστορικό φόρτωσης δεν ξεκινά και δεν τελειώνει με το μεγαλύτερο ακραίο σημείο, η τεχνική της βροχής θα εντοπίσει μη ζευγαρωμένες αντιστροφές ή μισούς κύκλους, μαζί με τους πλήρεις κύκλους.

Τεχνική μέτρησης τριών σημείων

Το ASTM E 1049-85 συνιστά μια μέθοδο μέτρησης κύκλων κοινώς γνωστή ως μέθοδος τριών σημείων επειδή αυτή η μέθοδος αξιολογεί επανειλημμένα το ιστορικό φόρτισης για τρία διαδοχικά σημεία κορυφής/κοιλάδας κάθε φορά. Ο βασικός κανόνας μέτρησης του κύκλου τριών σημείων απεικονίζεται στο Σχήμα 3.3, όπου ένας κύκλος ανάρτησης και ένας κύκλος στάσης προσδιορίζονται στα (α) και (β), αντίστοιχα.

Οι ετικέτες και οι τιμές των τριών σημείων κορυφής/κοιλάδας ορίζονται ως P1, P2 και P3. Ορίζουμε το εύρος $X = |P3 - P2|$, και το προηγούμενο γειτονικό εύρος $Y = |P2 - P1|$.



Σχήμα 33 ASTM κανόνας μέτρησης κύκλων φόρτισης rainflow 3 σημείων. $X \geq Y$ (a) κύκλος ανάρτησης, (b) κύκλος στάσης

Ένας κύκλος ή βρόχος υστέρησης από το P1 στο P2 και πίσω στο P1"(= P1) ορίζεται εάν το $X \geq Y$ αλλιώς αν $X < Y$ ο κύκλος δεν μετρείται.

Καταμέτρηση Κύκλου για Ιστορικό Χρόνου Περιοδικού Φορτίου

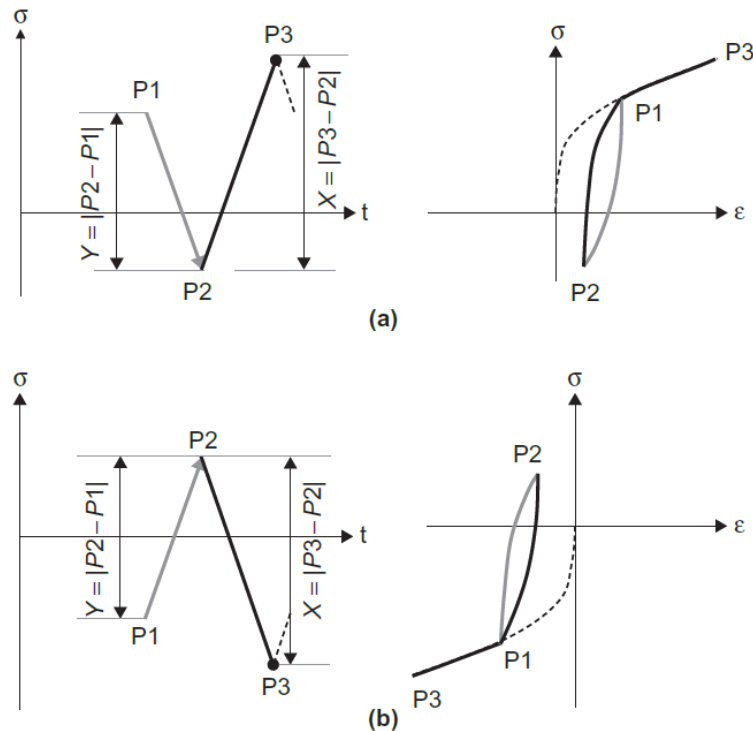
Όταν ένα ιστορικό φόρτωσης είναι περιοδικό, το ιστορικό φόρτωσης πρέπει να αναδιαταχθεί έτσι ώστε να περιέχει μόνο κορυφές και κοιλάδες και να ξεκινά είτε με την υψηλότερη κορυφή είτε με τη χαμηλότερη κοιλάδα, όποιο από τα δύο έχει μεγαλύτερη τιμή. Μετά ο κανόνας μέτρησης κύκλων εφαρμόζεται για τον έλεγχο σε κάθε τρία διαδοχικά σημεία από την αρχή μέχρι να οριστεί ένας κλειστός βρόχος. Τα δύο σημεία P1 και P2 απορρίπτονται από το ιστορικό φόρτωσης και τα υπόλοιπα σημεία συνδέονται μεταξύ τους. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να εξαντληθούν τα υπόλοιπα δεδομένα.

Ο κανόνας εντοπισμού κύκλων εφαρμόζεται για τον έλεγχο κάθε τριών διαδοχικών σημείων από την αρχή μέχρι να οριστεί ένας κλειστός βρόχος. Τα δύο σημεία P1 και P2 απορρίπτονται από το ιστορικό φόρτωσης και τα υπόλοιπα σημεία συνδέονται μεταξύ τους. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να εξαντληθούν τα υπόλοιπα δεδομένα.

Καταμέτρηση αντιστροφής για ιστορικό μη περιοδικού χρόνου φορτίου

Για μια περίπτωση μη περιοδικής φόρτωσης, όπου το ιστορικό φόρτωσης δεν ξεκινά και δεν τελειώνει με το μεγαλύτερο ακραίο σημείο, η τεχνική rainflow θα εντοπίσει μη συζευγμένες αντιστροφές ή μισούς κύκλους, εκτός από τους πλήρεις κύκλους. Οι δύο κανόνες που ακολουθούνται είναι οι εξής:

- Αν $X \geq Y$ και το σημείο P1 δεν είναι το σημείο εκκίνησης του ιστορικού φόρτισης, τότε μετράται ένας κύκλος (όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.3).
- Αν $X \geq Y$ και το σημείο P1 είναι το σημείο εκκίνησης του ιστορικού φόρτισης, τότε μετράται ως μισός κύκλος από το P1 στο P2 και αφαιρείται μόνο το σημείο P1 (όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6).



Σχήμα 34 Εξαγόμενη αναστροφή στο αρχικό σημείο του ιστορικού φόρτισης με τη μέθοδο μέτρησης 3 σημείων: (α) αναστροφή P1 προς P2, (β) αναστροφή P1 προς P2

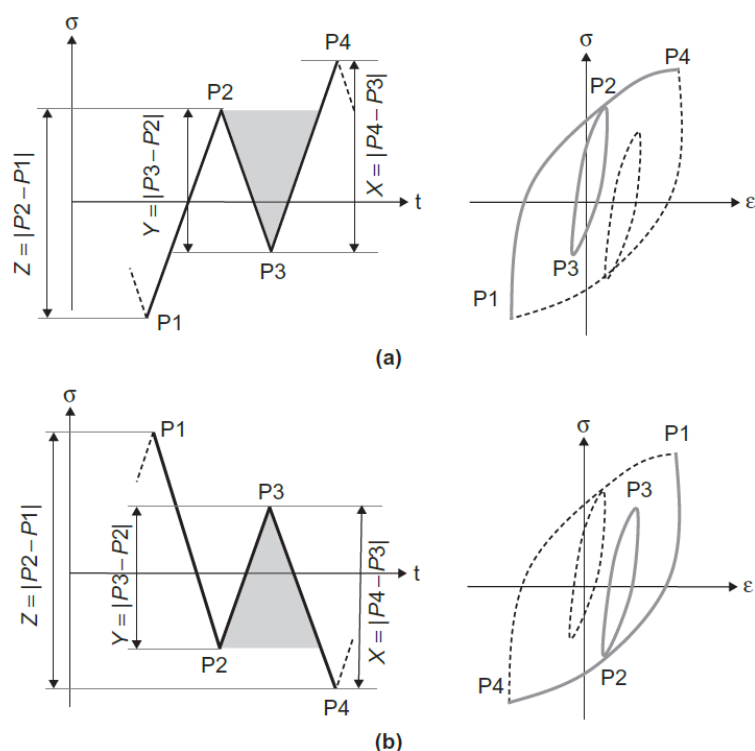
Σε αντίθεση με την κλασική μέθοδο χαμηλής βροχής που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2, η τεχνική των τριών σημείων μετράει τους εσωτερικούς βρόχους πριν από τους εξωτερικούς βρόχους. Υπολογιστικά, αυτός είναι ένας πιο αποτελεσματικός αλγόριθμος σε σύγκριση με την κλασική μέθοδο rainflow. Επιτρέπει επίσης τη χρήση της μεθόδου τριών σημείων για εφαρμογές μέτρησης κύκλων σε πραγματικό χρόνο. Στην περίπτωση μετεπεξεργασίας, η ASTM συνιστά αναδιάταξη και κλείσιμο για περιοδικά ιστορικά φορτίου. Στην περίπτωση πραγματικού χρόνου, όπου η αναδιάταξη δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, η τεχνική τριών σημείων ASTM έχει τη δυνατότητα να καταμετρήσει μισών κύκλων εκτός από τους πλήρεις κύκλους.

Τεχνική μέτρησης τεσσάρων σημείων

Θεωρούμε τέσσερις διαδοχικές κορυφές/κοιλάδες P1, P2, P3 και P4, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.8. Εάν τα σημεία P2 και P3 είναι εντός των σημείων P1 και P4, τότε ένας κύκλος μετράται από το P2 στο P3 (και πίσω στο P2'). διαφορετικά δεν μετράται ο κύκλος. Ένας τρόπος κωδικοποίησης αυτού του κανόνα είναι ο εξής:

- Ορίζουμε εύρη $X = |P4 - P3|$, $Y = |P3 - P2|$, και $Z = |P2 - P1|$.
- Αν $X \geq Y$ ΚΑΙ $Z \geq Y$ τότε FROM = P2 και TO = P3, τέλος.

Παρόμοια με την τεχνική μέτρησης τριών σημείων, η μέθοδος μέτρησης τεσσάρων σημείων μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί για την μέτρηση κύκλων σε πραγματικό χρόνο για ένα μη περιοδικό ιστορικό φόρτωσης. Αλλά αυτή η μέθοδος μπορεί να αναγνωρίσει μόνο τους κλειστούς κύκλους για ανάλυση σε κόπωση και δεν υπολογίζει τη συνεισφορά από τα υπολείμματα (μη ζευγαρωμένες αντιστροφές), που διαφέρει από την τεχνική των τριών σημείων.



Σχήμα 35 Μέθοδος μέτρησης κύκλων rainflow 4 σημείων (a) κύκλος ανάρτησης, (b) κύκλος στάσης

Εναλλακτικά, η τεχνική μέτρησης τεσσάρων πόντων (Dreßler et al., 1995) προσφέρει μια διαδικασία για την εύρεση πανομοιότυπων αποτελεσμάτων μέτρησης κύκλων με αυτή της μεθόδου μέτρησης τριών σημείων όπου το ιστορικό χρόνου φορτίου έχει αναδιαταχθεί ώστε να ξεκινά και να τελειώνει με ένα παγκόσμιο ακραίο σημείο. Η διαδικασία δίνεται ως εξής:

- Εξάγουμε τους κύκλους και το υπόλειμμα με βάση την τεχνική μέτρησης κύκλων τεσσάρων σημείων.
- Αντιγράφουμε το υπόλειμμα για να σχηματίσουμε μια ακολουθία που είναι [υπόλειμμα + υπόλειμμα].

- Εκτελούμε την τεχνική μέτρησης κύκλου τεσσάρων σημείων στην ακολουθία [υπόλειμμα + υπόλειμμα].
- Προσθέτουμε τους νέους κύκλους που εξήχθησαν στον αρχικό αριθμό κύκλων.

2.2.3 Κανόνες συσσώρευσης βλαβών κόπωσης

Γραμμική θεωρία κόπωσης - Κανόνας Miner

Αν ένα στοιχείο φορτίζεται με καθαρά εναλλασσόμενη τάση σ_1 μεγαλύτερη από το όριο διαρκούς αντοχής S_e , για n_1 κύκλους λιγότερους από τον αριθμό N_1 που είναι ο αριθμός των κύκλων αστοχίας για την τάση σ_1 και η διαδικασία φόρτισης επαναλαμβάνεται για $(\sigma_2, n_2), \dots, (\sigma_n, n_n)$ τότε σε κάθε νέα φόρτιση έχουμε και μια επιπρόσθετη απομείωση του χρόνου ζωής του στοιχείου, εφ'όσον είπαμε ότι όλες οι τάσεις αυτές είναι μεγαλύτερες από το S_e . Στη περίπτωση αυτή ο υπολογισμός για τον απομένοντα χρόνο ζωής πρέπει να λάβει υπόψη του όλες τις επί μέρους φορτίσεις, αθροιστικά. Στο πρόβλημα αυτό ο Miner διατύπωσε έναν κανόνα, που πήρε το όνομά του. Η μαθηματική έκφραση του κανόνα του Miner είναι:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_n}{N_n} = C, \text{ όπου } 0.7 \leq C \leq 2.2$$

και συνήθως θεωρούμε $C = 1$

Ο κανόνας έχει 2 μειονεκτήματα:

- Δεν λαμβάνει υπόψη του τη σειρά επιβολής των φορτίων.
- Θεωρεί το ρυθμό συσσώρευσης της βλάβης ανεξάρτητο από το μέγεθος της τάσης.

Η παρατήρηση και το πείραμα υποδεικνύουν ότι και η σειρά επιβολής των φορτίων έχει σημασία και ο ρυθμός συσσώρευσης βλάβης εξαρτάται από το μέγεθος της τάσης.

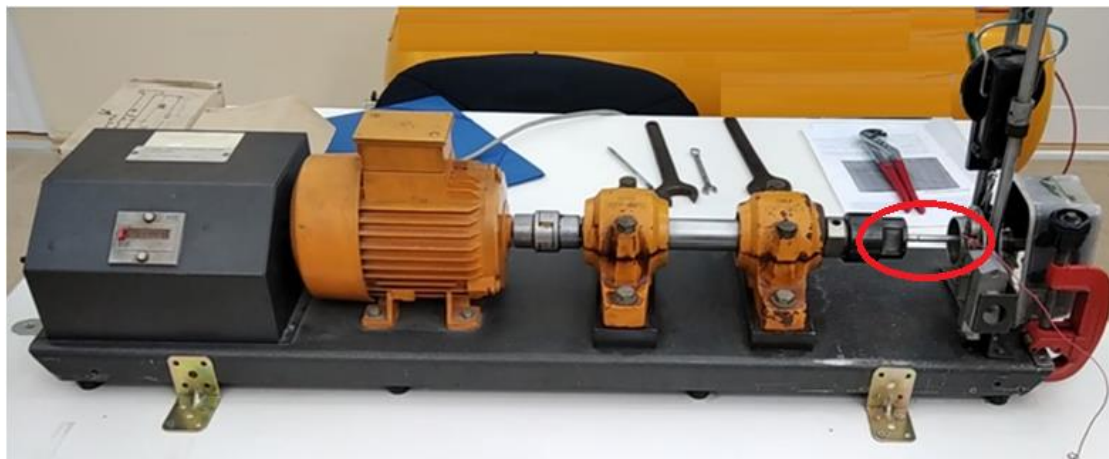
Κάθε φορά που εφαρμόζεται ένα εξωτερικό φορτίο, (σ_1, n_1) το S_e μειώνεται. Έτσι υπάρχει περίπτωση κάποιο φορτίο μικρότερο από το αρχικό S_e , να είναι μεγαλύτερο από μεταγενέστερο S_e .

Κεφάλαιο 3-Μοντελοποίηση διάταξης

Το δοκίμιο που μελετάται στην εργασία είναι ένας κοχλίας M8*150 ο οποίος φέρει μια εγκοπή σε απόσταση 37mm απ' το άκρο του από τη μεριά του σπειρώματος βάθους 2mm ο οποίος υποβάλλεται σε εναλλασόμενη κάμψη με τη χρήση μιας διάταξης που λειτουργεί με χρήση ενός ηλεκτροκινητήρα, ο οποίος περιστρέφει τον άξονα όπου είναι δεμένο το δοκίμιο με τσωκ και στο άλλο άκρο του δοκιμίου σε απόσταση 20mm απ' το άλλο άκρο του ασκείται η δύναμη. Η διάταξη αυτή παρουσιάζεται πιο αναλυτικά και στις παρακάτω εικόνες:



Εικόνα 1 Εικόνα δοκιμίου



Εικόνα 2 Διάταξη πειράματος

Τα χαρακτηριστικά του δοκιμίου (γεωμετρία, υλικό) φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Μήκος δοκιμίου	150mm
Διάμετρος δοκιμίου	8mm
Διάμετρος εγκοπής	4mm
Όριο θραύσης υλικού	800MPa
Όριο διαρροής υλικού	640MPa
Τυποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής	95MPa
Μέτρο ελαστικότητας	206GPa
Πυκνότητα	7850kg/m ³
Λόγος Poisson	0.3

Πίνακας 4 Χαρακτηριστικά δοκιμίου

Με βάση τα στοιχεία που δίνονται για το υλικό δημιουργήθηκε η καμπύλη Wohler του υλικού η οποία προέκυψε με βάση την εξίσωση της θεωρίας ως εξής:

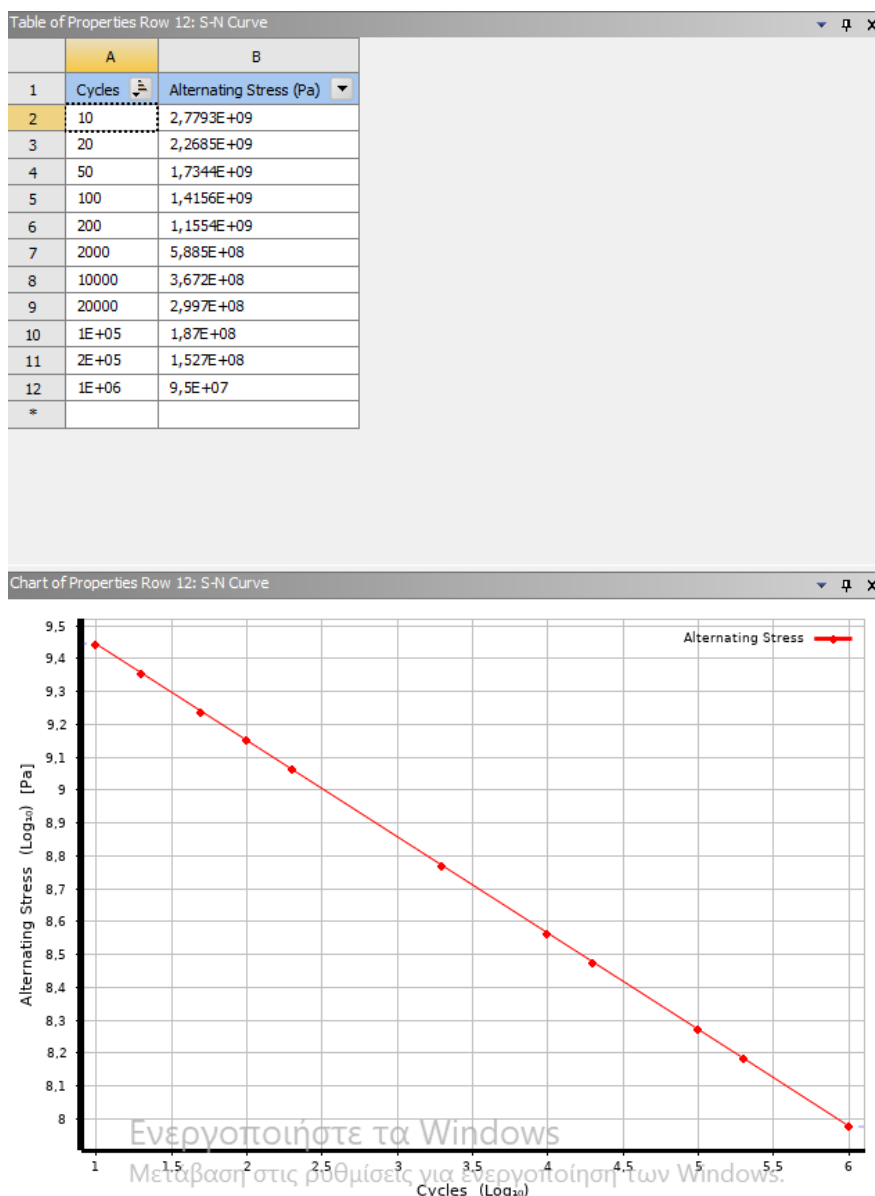
$$m = \frac{1}{3} * \log \frac{0.9 * 800}{95} = 0.293$$

$$b = \log \frac{(0.9 * 800000000)^2}{95000000} = 9.737$$

Επομένως το όριο κόπωσης σε συνάρτηση με τους κύκλους αστοχία προκύπτει απ'τον παρακάτω τύπο:

$$S_f = \frac{10^{9.737}}{N^{0.293}}$$

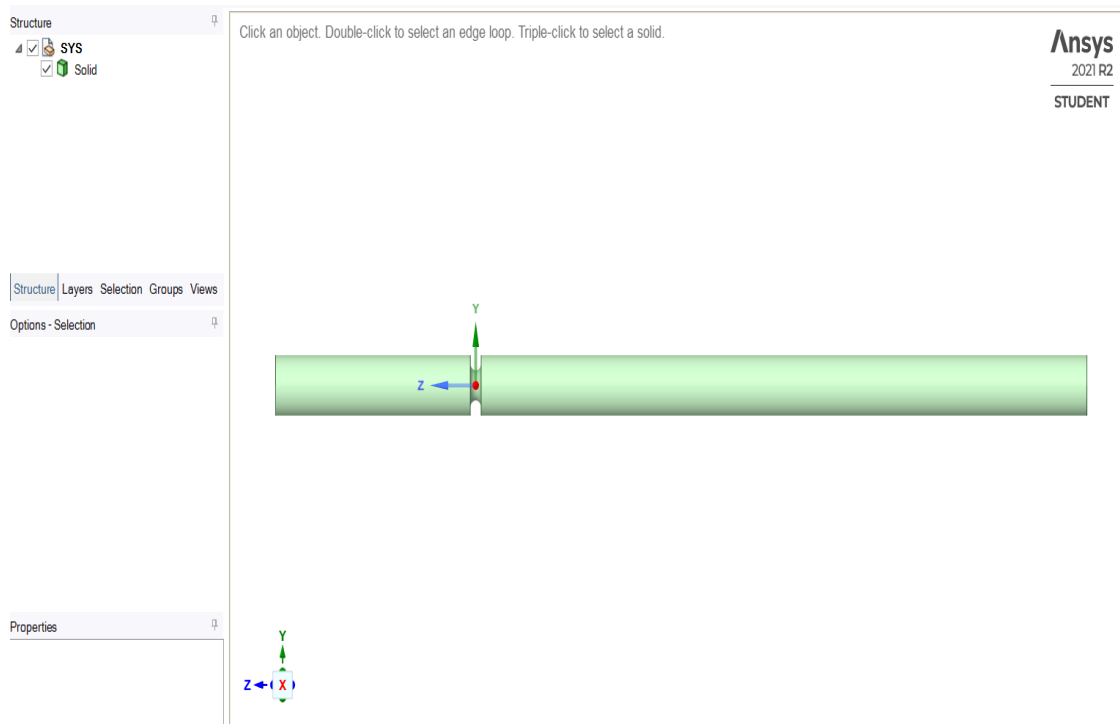
Με βάση αυτόν τον τύπο εισήχθησαν διάφορες τιμές για το N και υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες καθαρά εναλλασόμενες τάσεις που προκαλούν την αστοχία σε αυτούς του κύκλους. Τα αποτελέσματα εισήχθησαν κατευθείαν στο Ansys και φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 3 Καμπύλη Wohler του υλικού δοκιμίου

Εδώ διευκρινίζετε ότι οι τιμές που υπολογίστηκαν για την περιοχή της ολιγοκυκλικής κόπωσης δεν έχουν κάποια σχέση με την πραγματικότητα καθώς ο τύπος που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω είναι καθαρά για την πολυκυκλική περιοχή, αλλά αυτό δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα καθώς η μελέτη μας γίνεται στην πολυκυκλική περιοχή, απλώς χρησιμοποιήθηκαν για την καλύτερη δημιουργία του διαγράμματος στο Ansys. Το διάγραμμα είναι διπλό λογαριθμικό και είναι απλώς μια ευθεία που είναι το αναμενόμενο αφού οι τύποι που χρησιμοποιήθηκαν δίνουν την κλίση και το σημείο διέλευσης της ευθείας αυτής.

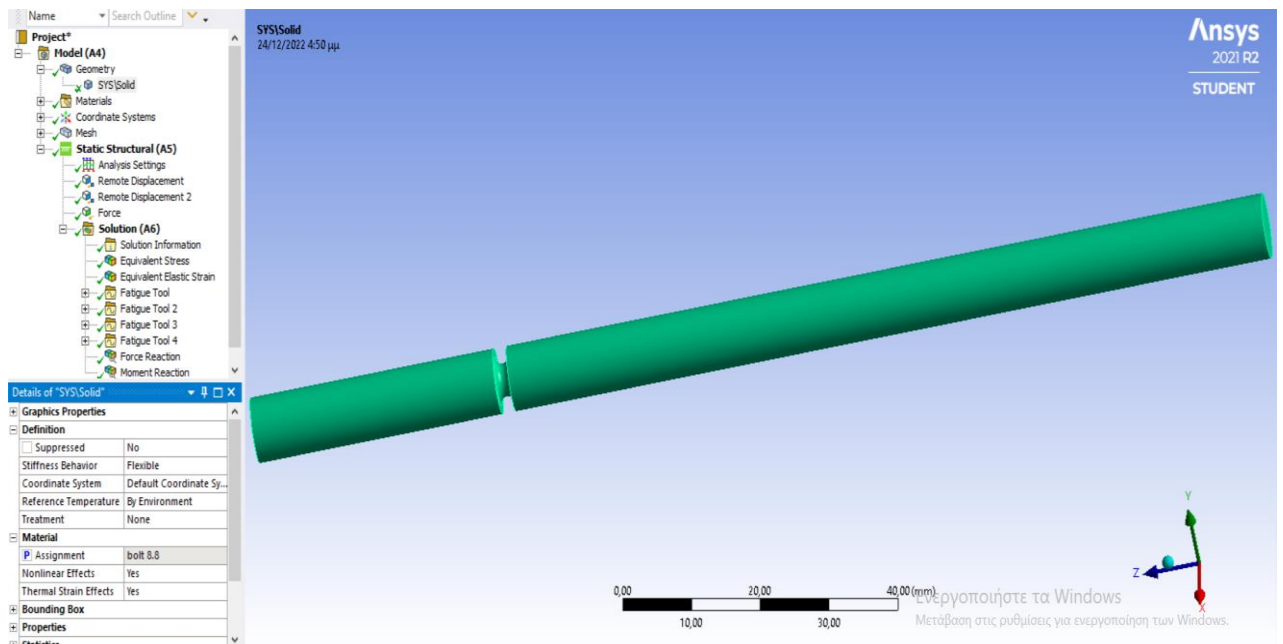
Αφού έχουν εισαχθεί τα στοιχεία του υλικού που δουλεύονται στο Ansys μπορεί να προχωρήσει η ανάλυση του δοκιμίου. Για τη μελέτη χρησιμοποιήθηκε το σύστημα static structural που χρησιμοποιείται για τη στατική ανάλυση και την ανάλυση σε κόπωση δοκιμίων. Το πρώτο στάδιο είναι η παρουσίαση της γεωμετρίας όπως αυτή δημιουργήθηκε στο Spaceclaim σχεδιαστικό πρόγραμμα του Ansys:



Εικόνα 4 Γεωμετρία δοκιμίου στο Ansys

Το δοκίμιο είναι συμμετρικό οπότε η παρουσίαση μόνο μίας πλευράς είναι αρκετή. Όπως φαίνεται στο σχήμα η γεωμετρία του δοκιμίου έχει απλοποιηθεί αρκετά, καθώς δεν έχει σχεδιαστεί η κεφαλή και το σπείρωμα του κοχλία λόγω προβλημάτων που έβγαζαν στη δημιουργία του πλέγματος του δοκιμίου και λόγω του γεγονότος ότι δεν είναι περιοχές ενδιαφέροντος για τη μελέτη καθώς οι τάσεις σε αυτές τις περιοχές είναι πολύ χαμηλές. Όπως βλέπουμε η εγκοπή αποτελείται από 2 τμήματα, ένα τετράγωνο τμήμα βάθους 1 mm και ένα ημικύκλιο ακτίνας 1 mm που δίνουν στην εγκοπή μια μορφή τύπου U με συνολικό βάθος εγκοπής 2 mm. Αφού δημιουργήθηκε η γεωμετρία μπορεί να προχωρήσει η δημιουργία του μοντέλου του δοκιμίου.

Αρχικά πρέπει να επιλεγεί τη γεωμετρία του δοκιμίου και να εφαρμοστεί το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη πάνω του, αφού πρώτα εισαχθεί το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί όπως φαίνεται παρακάτω:



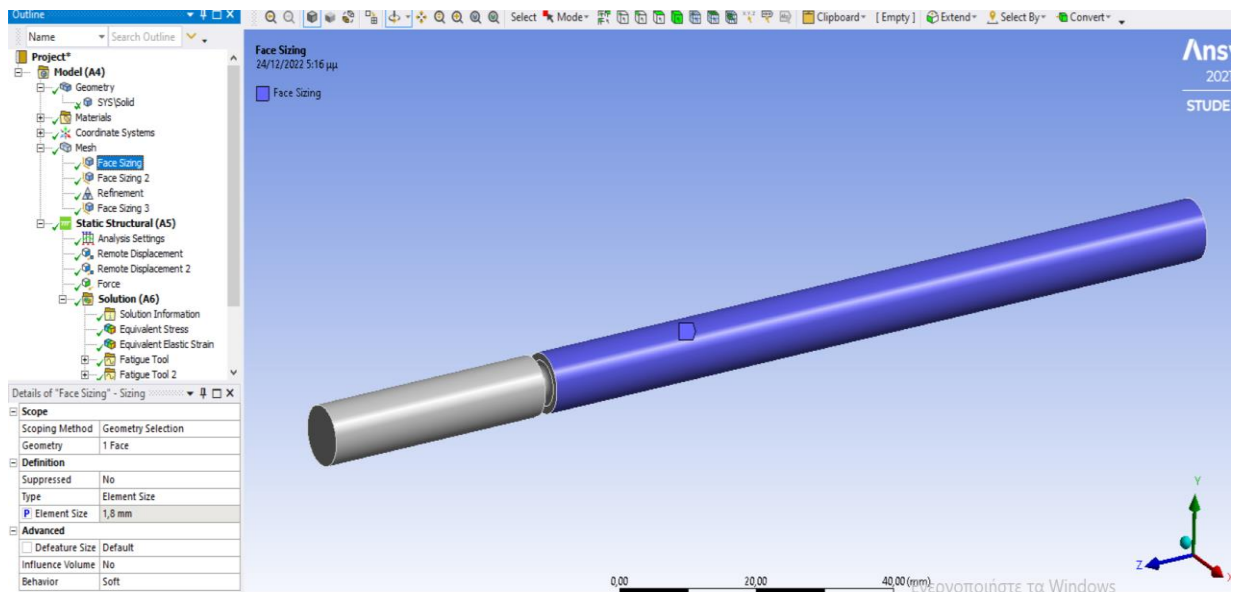
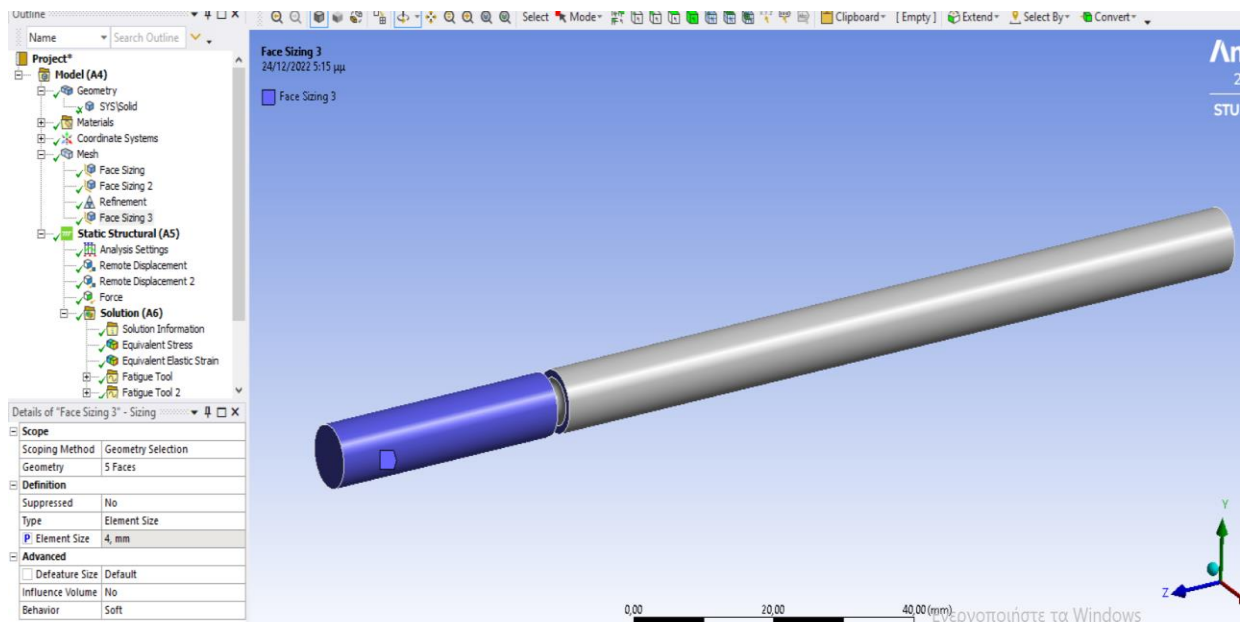
Εικόνα 5 Επιλογή υλικού και γεωμετρίας εφαρμογής του για την ανάλυση

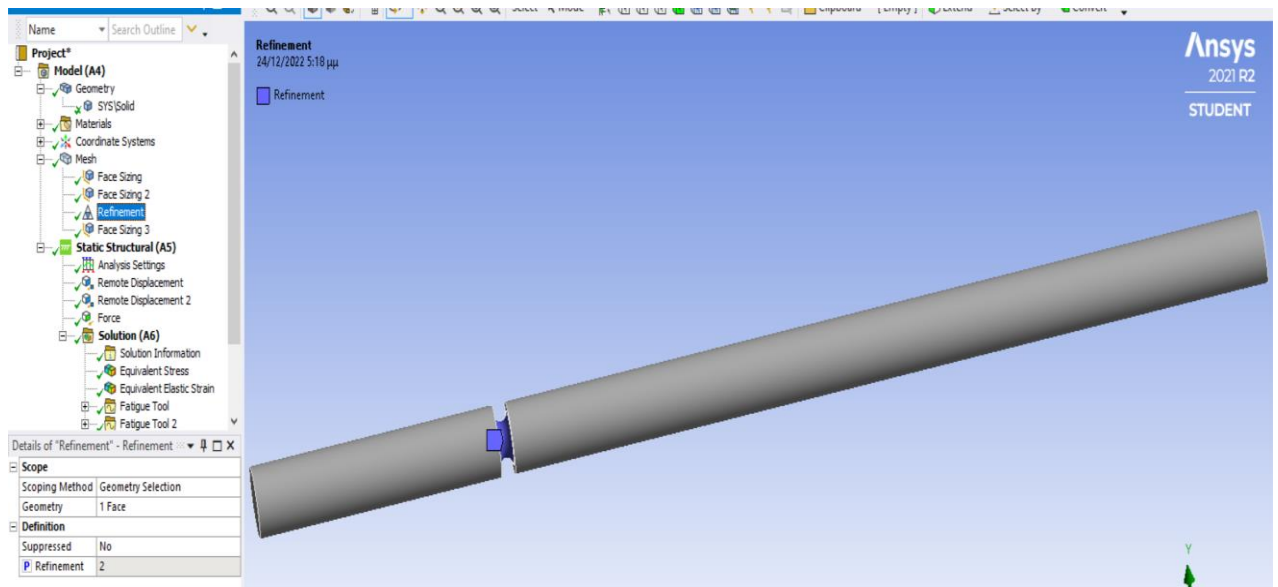
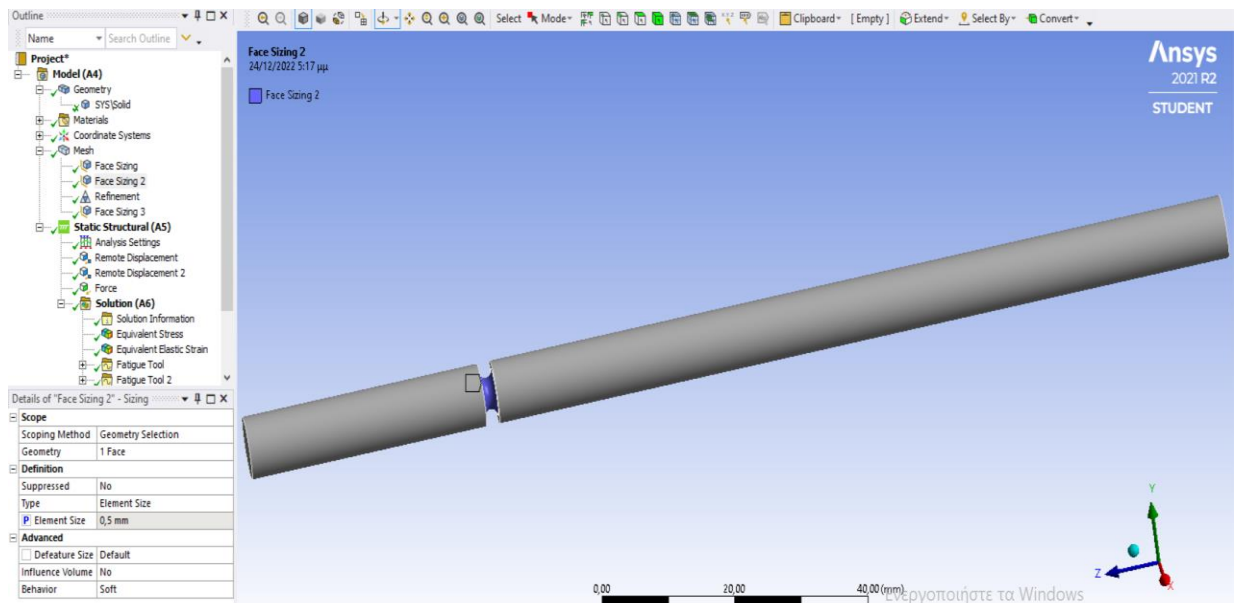
Το Ansys χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση μοντέλων, οπότε είναι απαραίτητο να δημιουργηθεί ένα πλέγμα το οποίο να είναι όσο το δυνατόν καλύτερο για να έχουμε ακριβέστερα αποτελέσματα. Η φιλοσοφία που ακολουθήθηκε είναι η βελτιστοποίηση της ποιότητας του πλέγματος στην κρίσιμη περιοχή του δοκιμίου (εγκοπή) όπου ζητάμε τη βέλτιστη ακρίβεια αποτελεσμάτων, ενώ οι υπόλοιπες περιοχές μπορούν να έχουν μεγάλο μήκος στοιχείων χωρίς αυτό να επηρεάζει την ανάλυση μας. Ο λόγος που το κάνουμε αυτό είναι όχι μόνο για να εξοικονομήσουμε χρόνο στην ανάλυση καθώς πλέγματα με τεράστιο αριθμό κόμβων και στοιχείων επιβραδύνουν την ανάλυση, αλλά κυρίως γιατί το Ansys Student έχει ανώτατο όριο κόμβων+στοιχείων τα οποία επιτρέπει ώστε να λύσει το σύστημα. Για να επιτευχθεί αυτό ακολουθήθηκαν τα παρακάτω βήματα:

- i. Δημιουργία πλέγματος μήκους 4 mm στην περιοχή του δοκιμίου που δεν ασκείται δύναμη (αριστερά της εγκοπής), στις 2 διατομές στήριξης και στο τετραγωνικό κομμάτι της εγκοπής (συνολικά 5 επιφάνειες-faces). Αυτές οι περιοχές δεν μας ενδιαφέρουν καθόλου οπότε μπορούμε να δημιουργήσουμε πολύ μεγάλο πλέγμα για να μην υπερβούμε το όριο.
- ii. Δημιουργία πλέγματος μήκους 1.8 mm στην περιοχή του δοκιμίου που ασκείται η δύναμη (δεξιά της εγκοπής). Αυτό έγινε κυρίως για να έχουμε ένα αξιόλογο πλέγμα που να μην έχει προβλήματα συμμετρίας σπασίματα κ.α. προβλήματα ώστε να μπορέσουμε να επιλέξουμε χωρίς πρόβλημα τη γεωμετρία άσκησης της δύναμης καθώς η δύναμη δεν ασκείται σε μια επιφάνεια που μπορούμε εύκολα να επιλέξουμε στο πρόγραμμα (η τεχνική που χρησιμοποιήθηκε για τη δύναμη θα συζητηθεί παρακάτω)
- iii. Δημιουργία πλέγματος μήκους 0.5 mm στο ημικυκλικό κομμάτι της εγκοπής. Αυτό είναι το κρίσιμο κομμάτι της εγκοπής και ως εκ τούτου βάζουμε όλους

τους πόρους του συστήματος εδώ. Αυτό όμως δεν αρκεί για τη δημιουργία ικανοποιητικού πλέγματος οπότε έχουμε ένα τελευταίο βήμα.

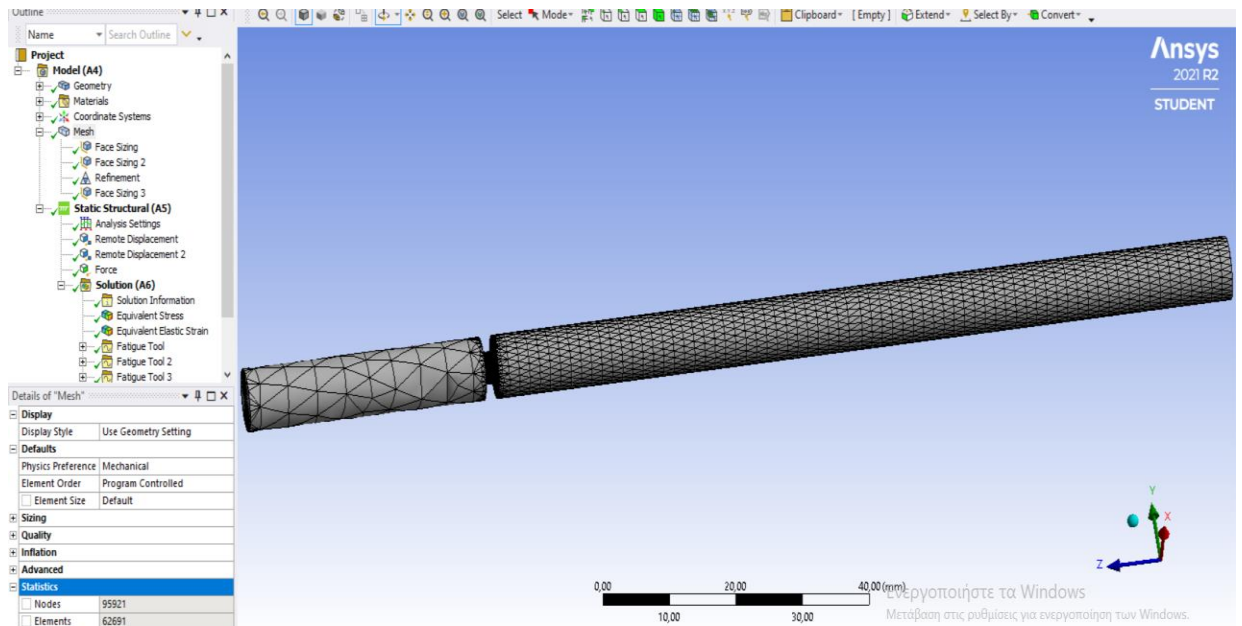
- iv. Το Ansys δίνει τη δυνατότητα δημιουργίας τοπικού refinement. Ουσιαστικά αυτό δημιουργεί ένα καλύτερης ποιότητας πλέγμα στην επιφάνεια που επιλέγεται και στη γύρω περιοχή για λόγους συνέχειας του πλέγματος αυξάνοντας πολύ τον αριθμό των στοιχείων με βάση το τι επίπεδο επιλεγεί. Στη συγκεκριμένη ανάλυση επιλέχθηκε το 2 καθώς το επίπεδο 3 που είναι και το μεγαλύτερο υπερέβανε το όριο στοιχείων+κόμβων του Ansys.



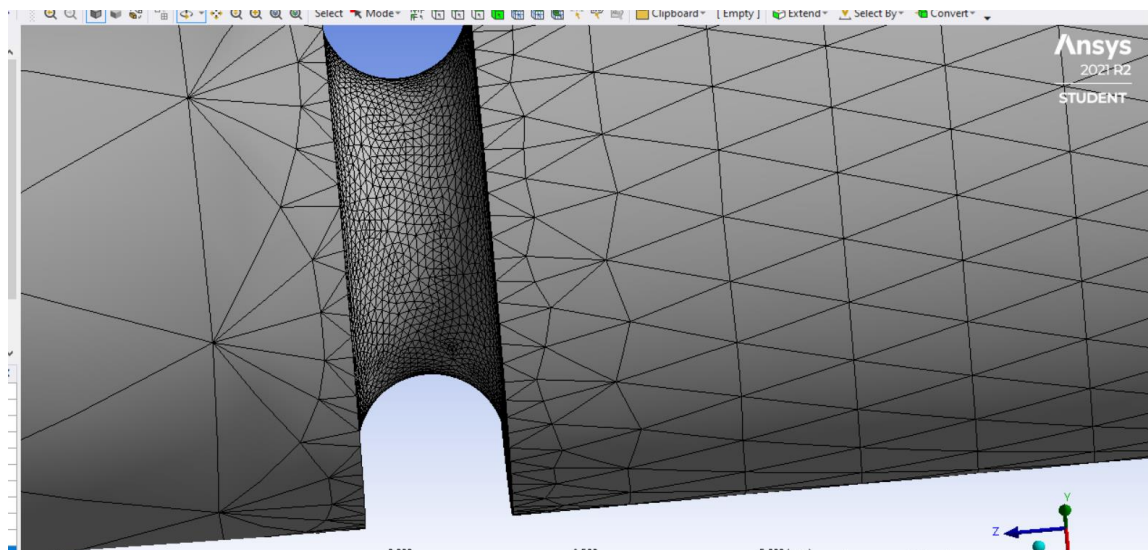


Εικόνα 6 Δημιουργία πλέγματος Ansys (i) πλέγμα αδιάφορων επιφανειών, (ii) πλέγμα επιφάνειας δύναμης, (iii) πλέγμα εγκοπής, (iv) refinement εγκοπής

Αφού ολοκληρωθούν τα παραπάνω βήματα το πρόγραμμα παράγει το τελικό πλέγμα που φαίνεται στην παρακάτω φωτογραφία και αποτελείται από 95921 κόμβους και 62691 στοιχεία.



Εικόνα 7 Τελικό πλέγμα Ansys και συνολικός αριθμός κόμβων και στοιχείων

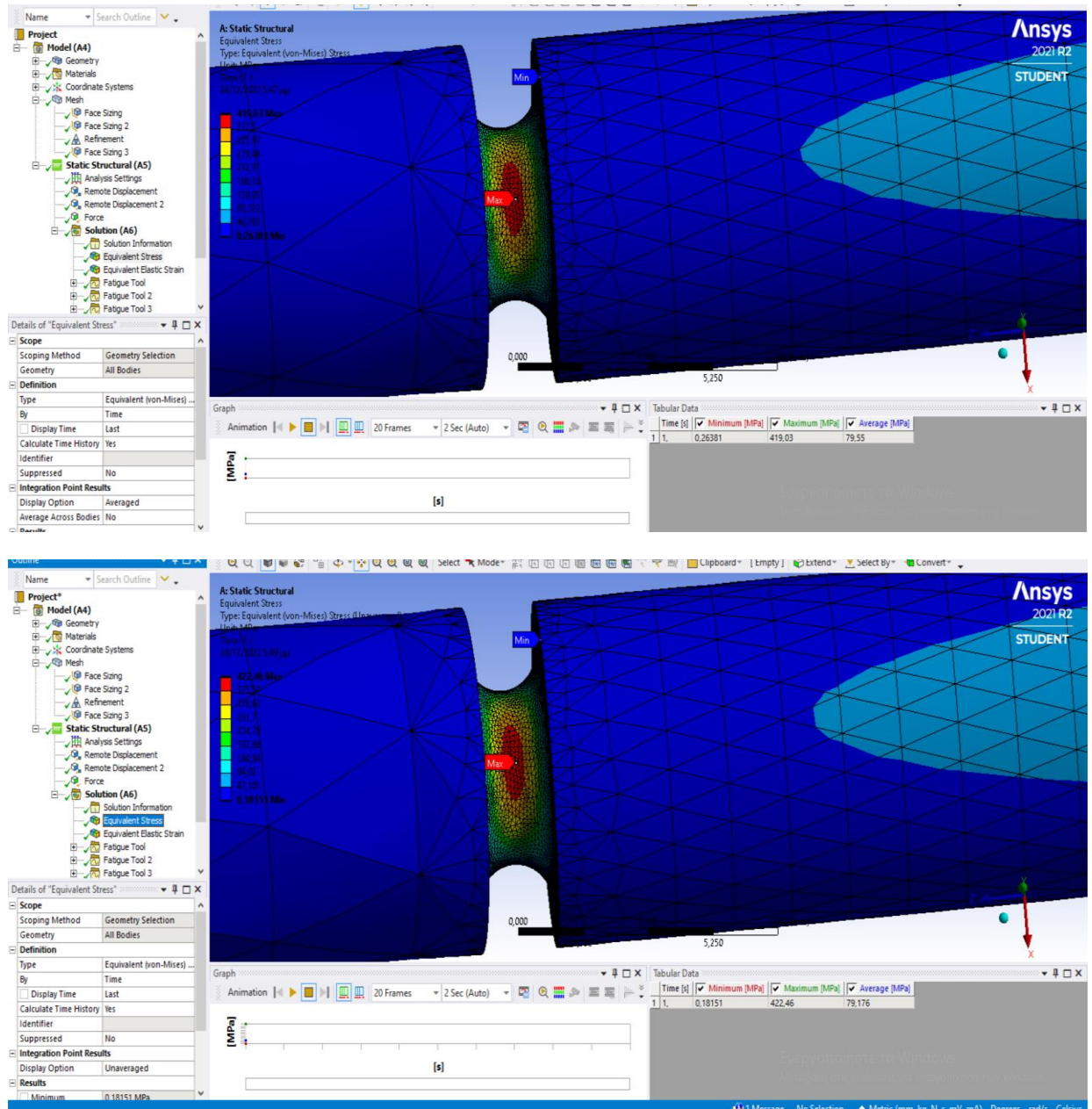


Εικόνα 8 Κοντινό πλάνο της ποιότητας του πλέγματος στην εγκοπή

Εδώ πρέπει να τονιστούν 2 πολύ σημαντικά πράγματα:

- Τα μεγέθη στοιχείων που έχουμε δηλώσει δεν είναι απόλυτα. Ο λόγος για αυτό είναι το γεγονός ότι το πρόγραμμα χρησιμοποιεί adaptive sizing για το μέγεθος των στοιχείων προκειμένου να δημιουργήσει όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφο πλέγμα και αυτό σημαίνει ότι μπορεί να αλλάξει το μέγεθος των στοιχείων που έχουμε δηλώσει χωρίς καμία προειδοποίηση. Αυτό είναι πολύ σημαντικό όσον αφορά την επιλογή του σημείου άσκησης της δύναμης και πρέπει να ελεγχθεί.
- Το πρόγραμμα έχει διάφορες μεθόδους για να ελεγχθεί η ποιότητα του πλέγματος. Μία από αυτές τις μεθόδους είναι η σύγκριση averaged-

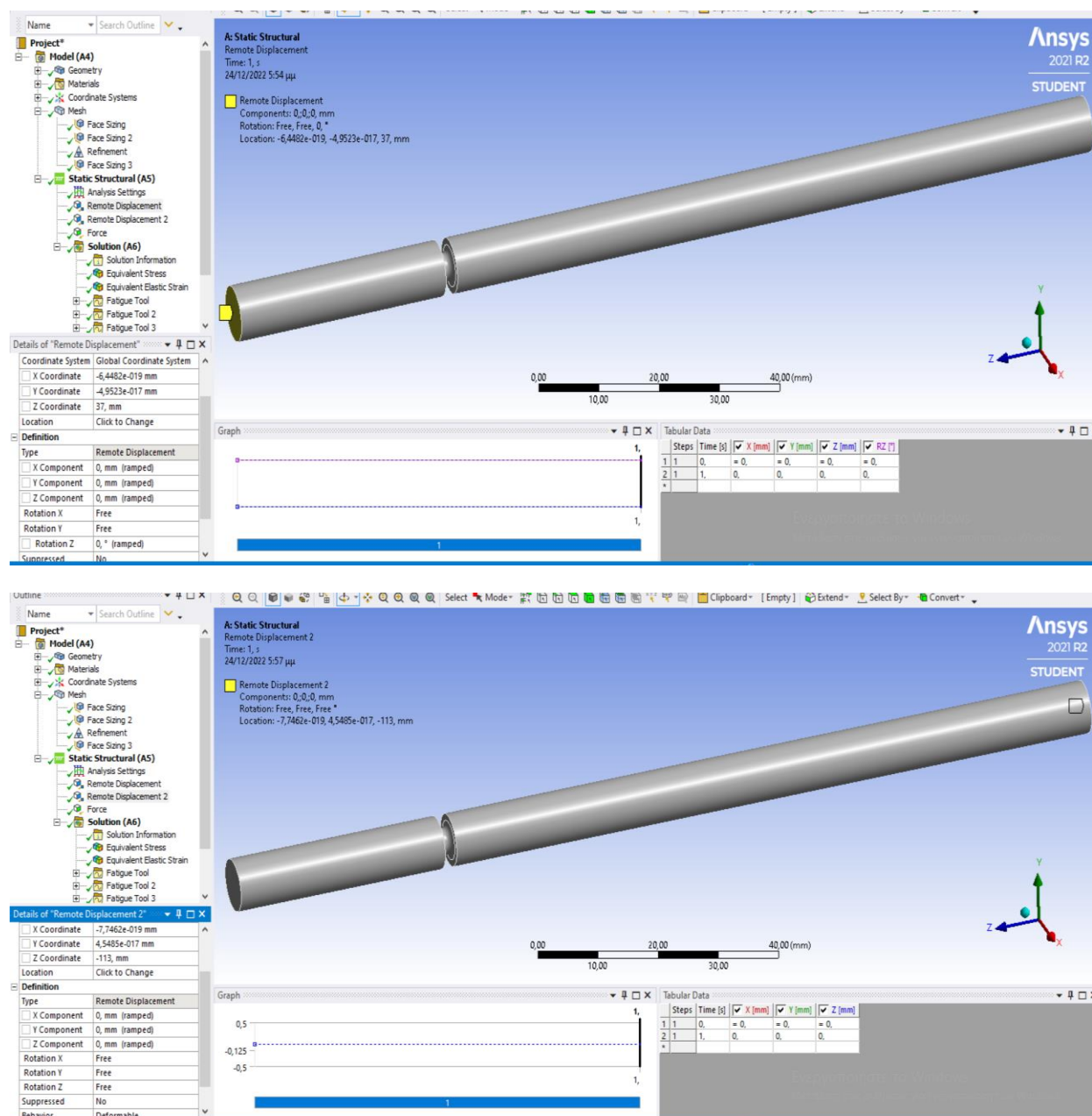
unaveraged αποτελεσμάτων του Ansys. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το Ansys χρησιμοποιεί στους κόμβους αποτελέσματα που είναι μέσοι όροι των αποτελεσμάτων του κάθε στοιχείου στο οποίο ανήκει ο κόμβος. Αν τα αποτελέσματα αποκλίνουν σημαντικά τότε το πλέγμα είναι ακατάλληλο για ανάλυση, ενώ αν συγκλίνουν το πλέγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί.



Εικόνα 9 Σύγκριση αποτελεσμάτων averaged-unaveraged για την ισοδύναμη τάση von-Mises σε μονοαξονική καταπόνηση

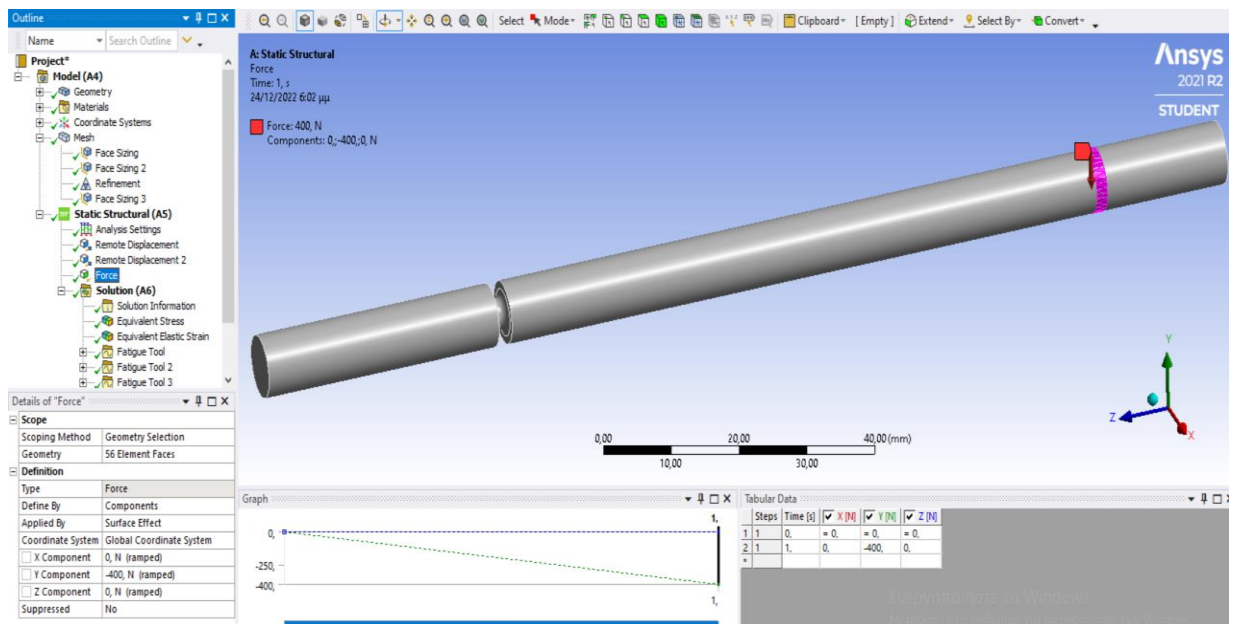
Όπως βλέπουμε από τις παραπάνω εικόνες η απόκλιση μεταξύ των 2 αποτελεσμάτων είναι πάρα πολύ καλή (της τάξης του 0.82%) οπότε η ανάλυση μπορεί να συνεχιστεί.

Αφού ολοκληρωθεί η δημιουργία του πλέγματος, ακολουθεί ο ορισμός των οριακών συνθηκών του προβλήματος, οι οποίες εδώ είναι 2 αρθρώσεις στα άκρα του κοχλία που έχουν τους περιορισμούς που φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 10 Στηρίξεις του μοντέλου στο Ansys

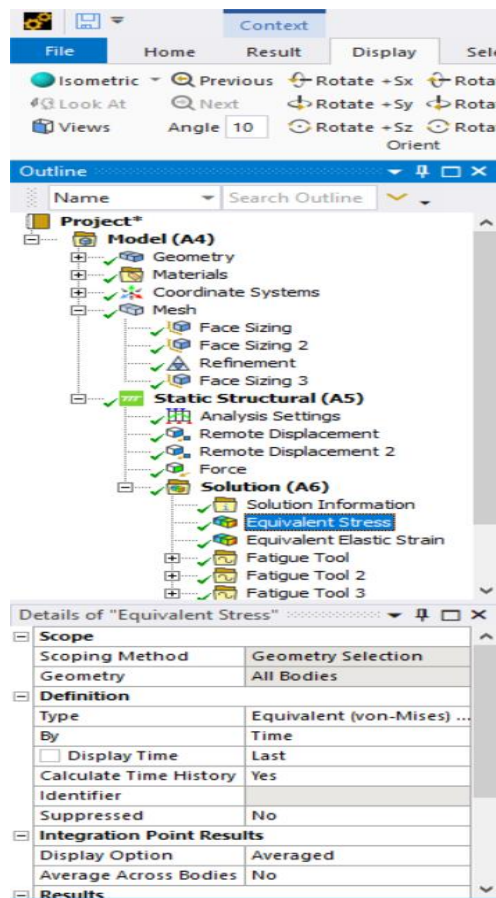
Αφού έχουν τεθεί οι οριακές συνθήκες του μοντέλου στη συνέχεια ακολουθεί η μοντελοποίηση της δύναμης. Η δύναμη του πειράματος μοντελοποιήθηκε ως μια επιφανειακή δύναμη η οποία βρίσκεται σε απόσταση 20mm απ' το άκρο του δοκιμίου που βρίσκεται στην άλλη μεριά της εγκοπής και περιλαμβάνει όλη την περιφέρεια του κύκλου με πάχος ίσο με το μέγεθος πλέγματος μεγέθους 400N και αρνητική φορά στον άξονα y καθώς στο πείραμα παρότι η δύναμη ασκείται σε ένα σημείο ο άξονας περιστρέφεται διαρκώς. Αυτό φαίνεται καλύτερα στην παρακάτω φωτογραφία:



Εικόνα 11 Μοντελοποίηση της δύναμης στο Ansys

Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η δύναμη δεν έχει κέντρο ακριβώς τα 20 mm, αλλά υπάρχει μια μικρή απόκλιση της τάξης του 0.1mm που θα συζητηθεί στην ανάλυση αποτελεσμάτων. Με την μοντελοποίηση της δύναμης ολοκληρώνεται η μοντελοποίηση του δοκιμίου και μπορούμε να προχωρήσουμε στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων τα οποία μας ενδιαφέρουν. Συγκεκριμένα αυτά είναι τα εξής:

1. Ισοδύναμη τάση von-Mises της δύναμης που ασκείται στο δοκίμιο.
 2. Αντοχή σε κόπωση του δοκιμίου στην καθαρά εναλλασσόμενη τάση της δύναμης που ασκείται.
 3. Αντοχή σε κόπωση του δοκιμίου σε επαναλαμβανόμενο τυχαίο ιστορικό φόρτισης που θα οριστεί παρακάτω.
- 1) Για τον υπολογισμό της ισοδύναμης τάσης von-Mises το μόνο που χρειάζεται να γίνει είναι να εισασχθεί το equivalent stress ως απαιτούμενο αποτέλεσμα και στη συνέχεια να επιλεγεί η ισοδύναμη τάση von-Mises ως η χρησιμοποιούμενη τάση.



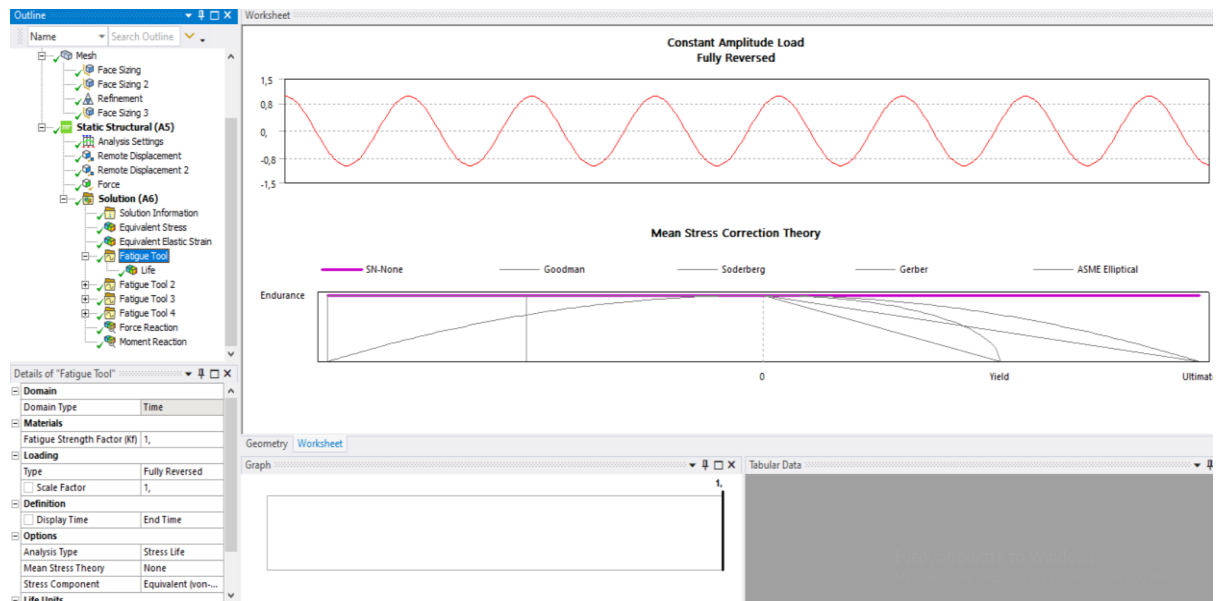
Εικόνα 12 Ορισμός ισοδύναμης τάσης von-Mises

2) Για τη μελέτη της αντοχής του δοκιμίου σε κόπωση η διαδικασία είναι πιο περίπλοκη, καθώς πρέπει να δημιουργηθεί το fatigue tool. Το fatigue tool είναι το εργαλείο στο οποίο ορίζονται τα παρακάτω χαρακτηριστικά της κόπωσης:

- Τύπος φόρτισης: Οι επιλογές είναι καθαρά εναλλασόμενη, επαναλαμβανόμενη, τυχαία εναλλασόμενη (ορίζονται $\sigma_{\min}$ και $\sigma_{\max}$ απ' τον χρήστη) και επαναλαμβανόμενο τυχαίο ιστορικό φόρτισης.
- Μεταβλητή κόπωσης: Το εργαλείο δίνει τη δυνατότητα επιλογής ανάλυσης σε κόπωση τάσεων ή παραμορφώσεων.
- Κριτήριο υπολογισμού $\sigma_{eq,dyn}$: Αυτή η επιλογή αφορά την μετατροπή μη καθαρά εναλλασόμενων τάσεων σε καθαρά εναλλασόμενες και τα πιθανά κριτήρια είναι goodman, soderberg, gerber, asme ελλιπτική, καμπύλες μέσω των τάσεων ή καμία μετατροπή.
- Τέλος επιλέγεται ποια τάση θα χρησιμοποιηθεί, στη συγκεκριμένη περίπτωση η ισοδύναμη von-Mises.

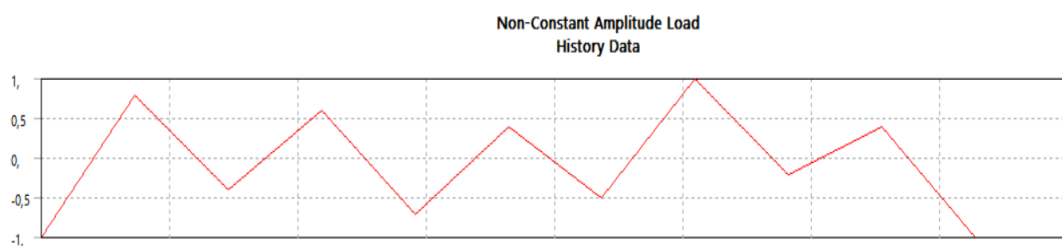
Για την ανάλυση που γίνεται σε αυτή την μελέτη οι επιλογές που έγιναν είναι: καθαρά εναλλασόμενη φόρτιση, ανάλυση κόπωσης σε τάσεις, καμία ισοδύναμη μέση τάση (η φόρτιση είναι καθαρά εναλλασόμενη) και ισοδύναμη τάση von-

Mises αντίστοιχα. Ως αποτελέσματα ζητήθηκαν η διάρκεια ζωής του δοκιμίου και ο συντελεστής ασφαλείας. Οι επιλογές αυτές παρουσιάζονται στην παρακάτω φωτογραφία:



Εικόνα 13 Ορισμός fatigue tool για καθαρά εναλλασόμενη καταπόνηση

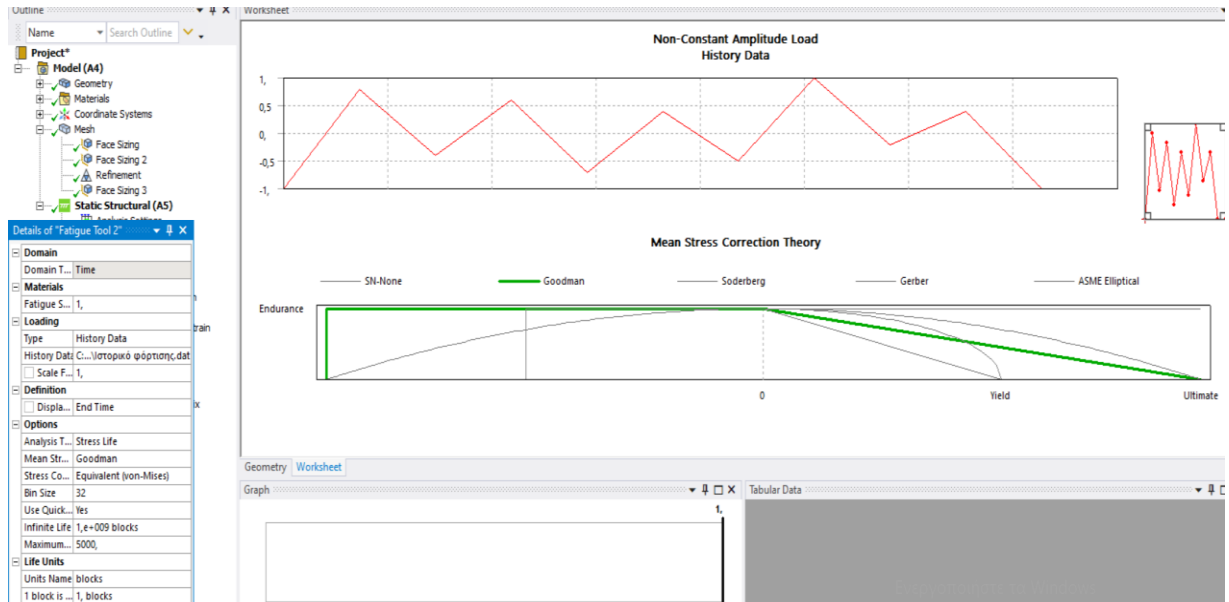
3) Για την ανάλυση του δοκιμίου σε κόπωση με τυχαίο ιστορικό φόρτισης είναι ότι πρέπει να εισάγουμε το αρχείο που περιγράφει το ιστορικό φόρτισης που θέλουμε στο πρόγραμμα. Το ιστορικό φόρτισης που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 14 Επαναλαμβανόμενο ιστορικό φόρτισης

όπου οι δείκτες στον άξονα y είναι πολλαπλασιαστές της δύναμης που είχε δηλωθεί νωρίτερα (π.χ 0.6 σημαίνει ότι ασκείται δύναμη $0.6 \cdot F$). Επίσης δηλώνεται ότι θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος rainflow για τη μέτρηση των κύκλων του ιστορικού και το μοντέλο Goodman για τη διόρθωση μέσης τάσης τώρα που η φόρτιση δεν είναι καθαρά εναλλασόμενη. Οι υπόλοιπες επιλογές είναι οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη σε καθαρά εναλλασόμενη τάση εκτός από τις μονάδες ζωής. Στην προηγούμενη ανάλυση ως μονάδα ζωής χρησιμοποιήθηκαν οι απαιτούμενοι κύκλοι για την αστοχία, σε αυτή την ανάλυση χρησιμοποιούνται τα μπλοκ φόρτισης που απαιτούνται για την αστοχία. Ως μπλοκ φόρτισης ορίζεται αυτό

το ιστορικό φόρτισης που ορίσαμε με τις 11 δυνάμεις και το πρόγραμμα υπολογίζει πόσα τέτοια χρειάζονται για την αστοχία. Ως αποτελέσματα ζητούνται η διάρκεια ζωής του δοκιμίου (σε μπλοκ φόρτισης) και το διάγραμμα rainflow.



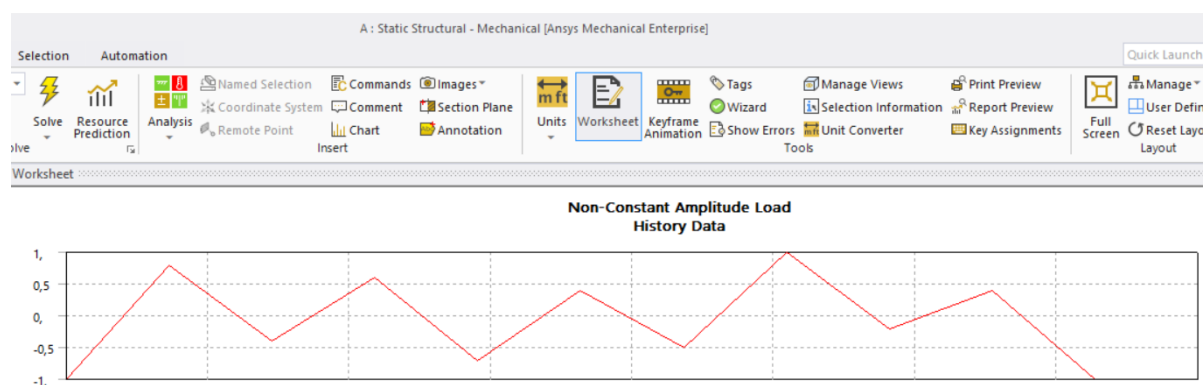
Εικόνα 15 Ορισμός fatigue tool για τυχαίο ιστορικό φόρτισης

Εφόσον έχει ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση του δοκιμίου στο ansys όπως παρουσιάστηκε παραπάνω η μελέτη μπορεί να προχωρήσει στην επόμενη φάση που είναι η παρουσίαση των αποτελεσμάτων του ansys και η σύγκριση τους με τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αφού προσομοιώσαμε το μοντέλο όπως αυτό αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα που μας ενδιαφέρουν και τα συγκρίνουμε με τα αντίστοιχα θεωρητικά. Συγκεκριμένα ενδιαφερόμαστε για την στατική ανάλυση του δοκιμίου, καθώς επίσης και για την αντοχή σε κόπωση του δοκιμίου σε 2 διαφορετικές συνθήκες:

1. Υπό καθαρά εναλλασόμενη φόρτιση με δύναμη 400N
2. Φόρτιση με ένα τυχαίο επαναλαμβανόμενο ιστορικό φόρτισης το οποίο παρουσιάζεται στην παρακάτω φωτογραφία:

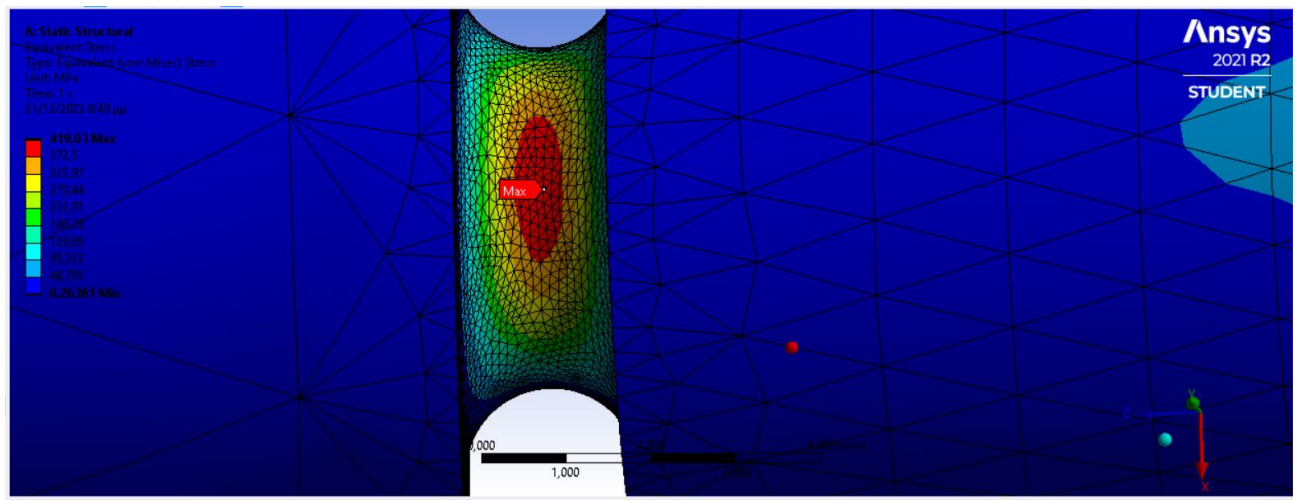


Εικόνα 16 Μπλοκ ιστορικού φόρτισης

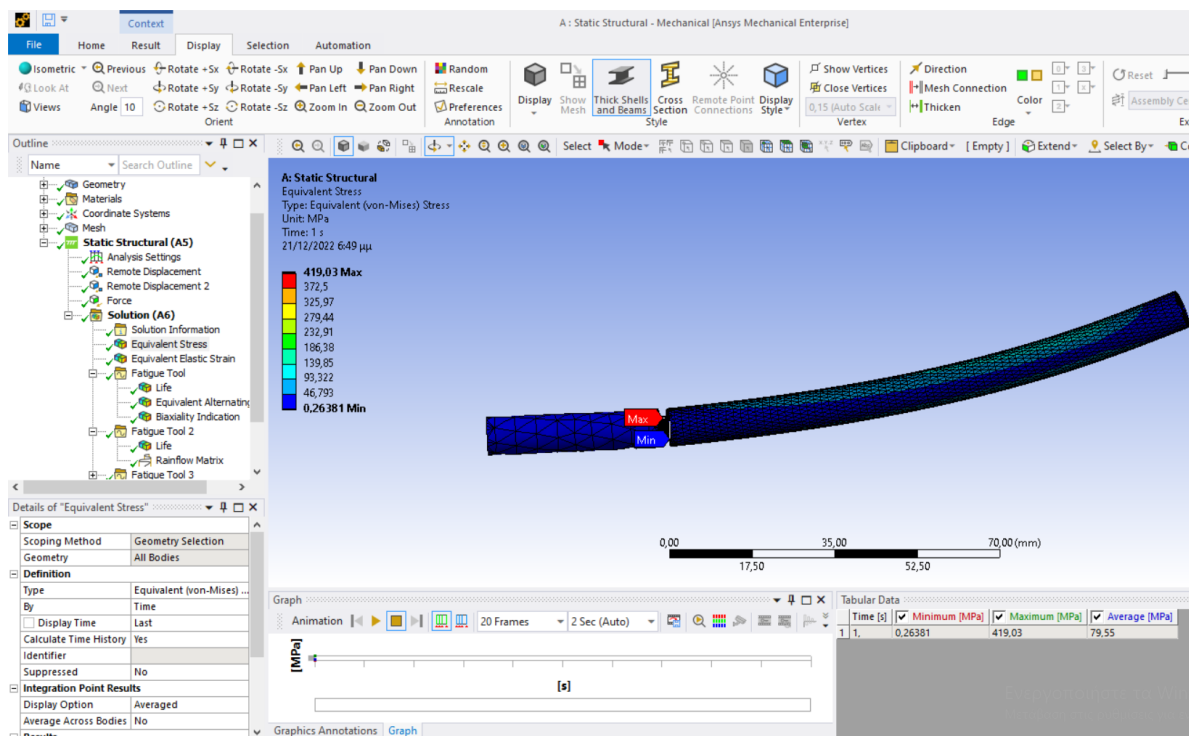
όπου οι δείκτες στον άξονα y είναι πολλαπλασιαστές της δύναμης των 400N (π.χ 0.6 σημαίνει ότι ασκείται δύναμη $0.6 \cdot 400 = 240\text{N}$).

4.1 Στατική ανάλυση

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το Ansys για τη στατική καταπόνηση του δοκιμίου στη δύναμη 400N είναι τα εξής:



Εικόνα 17 Κοντινή εικόνα της κατανομής τάσεων στην εγκοπή



Εικόνα 18 Ισοδύναμη τάση von-Mises για τη δύναμη των 400N

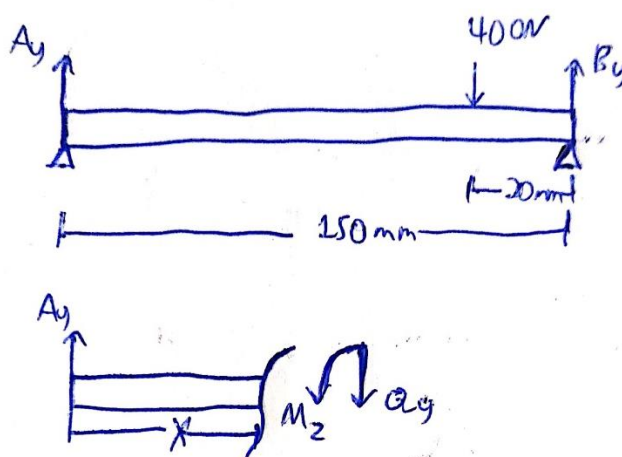
Από την ανάλυση του Ansys προκύπτει ότι η μέγιστη τάση von-Mises του δοκιμίου είναι 419.03 MPa και παρουσιάζεται στο ανώτερο σημείο της περιφέρειας της εγκοπής πράγμα που ήταν αναμενόμενο καθώς εκεί γίνεται η μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων. Η τάση που υπολογίστηκε είναι αρκετά μικρότερη του ορίου διαρροής οπότε δεν τίθεται θέμα αστοχίας του υλικού σε αυτή την ανάλυση.

Αυτά τα αποτελέσματα τώρα θα πρέπει να συγκριθούν με τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα με βάση αυτά που είδαμε στο κεφάλαιο της θεωρίας.

Το δοκίμιο υποβάλλεται μόνο σε ορθές τάσεις (καθαρή κάμψη). Αυτές θα υπολογιστούν αρχικά ξεχωριστά και στη συνέχεια θα συνδυαστούν μέσω της ισοδύναμης τάσης von-Mises που χρησιμοποιεί και το πρόγραμμα.

Ορθές τάσεις

Παρακάτω απεικονίζεται το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το δοκίμιο του πειράματος.



Εικόνα 19 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος

Έχουμε ότι:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y = 400 \text{ N}$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow 400 * 0.02 = 0.15 * A_y \rightarrow A_y = \frac{160}{3} \text{ N}$$

$$B_y = \frac{1040}{3} \text{ N}$$

Στη συνέχεια βρίσκουμε τις εσωτερικές αντιδράσεις του δοκιμίου.

Έχουμε ότι:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Q_y = \frac{160}{3} \text{ N}$$

$$\Sigma M_Z = 0 \rightarrow M_Z = A_y * x = \frac{160}{3} * x$$

για $x=0.037\text{m}$ έχουμε ότι $M_Z = 1.973 \text{ Nm}$

$$\sigma = \frac{M * c}{I} = \frac{4 * M}{\pi * R^3} = 314 \text{ Mpa}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση η φόρτιση είναι μονοαξονική οπότε ο τύπος του von-Mises απλοποιείται στην εξής τελική μορφή:

$$\sigma_{eq} = \sigma$$

Όμως στο σημείο που παρουσιάζεται η τάση που προαναφέραμε έχουμε και συγκέντρωση τάσεων που πρέπει να υπολογιστεί. Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων υπολογίζεται απ' τις εξισώσεις που συζητήθηκαν προηγουμένως αντικαθιστώντας $r=1 \text{ mm}$, $h=2 \text{ mm}$, $d=4 \text{ mm}$, $D=8 \text{ mm}$ για τον υπολογισμό των συντελεστών:

$$C1 = 3.6888, C2 = -9.0493, C3 = 11.5969, C4 = -5.3123$$

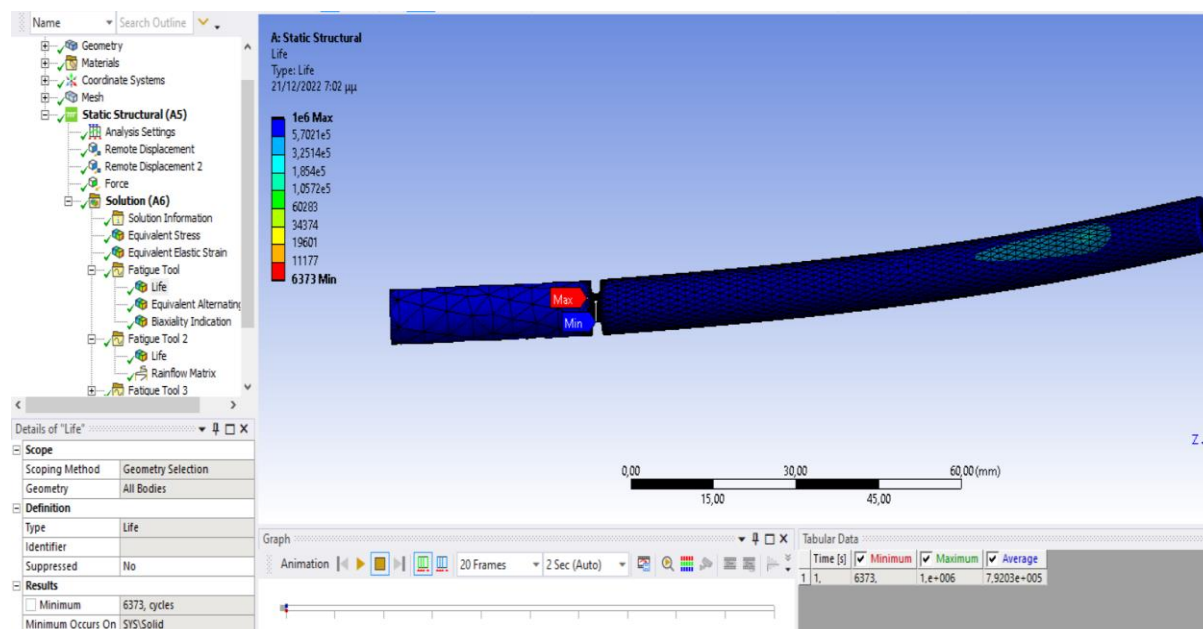
$$K_t = 3.6888 - 9.0493 * 0.5 + 11.5969 * 0.5^2 - 5.3123 * 0.5^2 = 1.4$$

$$\text{Άρα } \sigma_{eq} = K_t * \sigma = 439.6 \text{ MPa}$$

Όπως διαπιστώνουμε η τάση που υπολογίσαμε είναι κάπως μεγαλύτερη απ' την τάση του προγράμματος αλλά η απόκλιση (που είναι 4.68%) είναι καλή οπότε συνεχίζουμε με την ανάλυση του δοκιμίου σε κόπωση.

4.2 Δυναμική ανάλυση

1. Σε αυτήν την περίπτωση τα αποτελέσματα που προέκυψαν απ' το Ansys είναι τα εξής:



Εικόνα 20 Διάρκεια ζωής δοκιμίου σε κόπωση στην καθαρά εναλλασσόμενη τάση

Από αυτά τα διαγράμματα βλέπουμε ότι η τάση η οποία ασκείται στο δοκίμιο είναι πολύ μεγαλύτερη από το τροποποιημένο όριο διαρκούς αντοχής ($S_f = 419.03 \text{ MPa}$ με $S_e = 95 \text{ MPa}$) οπότε το δοκίμιο τελικά αστοχεί στους 6373 κύκλους που είναι

πολύ πριν την περιοχή διαρκούς αντοχής πράγμα που είναι αναμενόμενο καθώς το φορτίο είναι αρκετά μεγάλο. Η αστοχία συμβαίνει στο ανώτερο σημείο της περιφέρειας της εγκοπής που όπως είδαμε προηγουμένως είναι το κρίσιμο σημείο του δοκιμίου οπότε ήταν και αναμενόμενο.

Συγκρίνοντας αυτά τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα της θεωρίας έχουμε τα εξής:

Η τάση που ασκείται στο δοκίμιο είναι καθαρά εναλλασόμενη επομένως για τις ονομαστικές τάσεις του δοκιμίου ισχύουν τα εξής:

$$\sigma_m = 0, \sigma_r = \sigma = 314 \text{ MPa}$$

Όμως όπως και στην στατική ανάλυση έτσι και εδώ πρέπει να υπολογίσουμε το φαινόμενο της συγκέντρωσης τάσεων. Στην δυναμική ανάλυση η συγκέντρωση τάσεων αυξάνει τις ασκούμενες τάσεις με βάση τον συντελεστή K_f που υπολογίζεται παρακάτω:

$$K_f = 1 + 0.8(1.4 - 1) = 1.32$$

$$\text{οπότε } \sigma_{eq,dyn} = K_f * \sigma_r = 414.48 \text{ MPa (απόκλιση 1.1\%)}$$

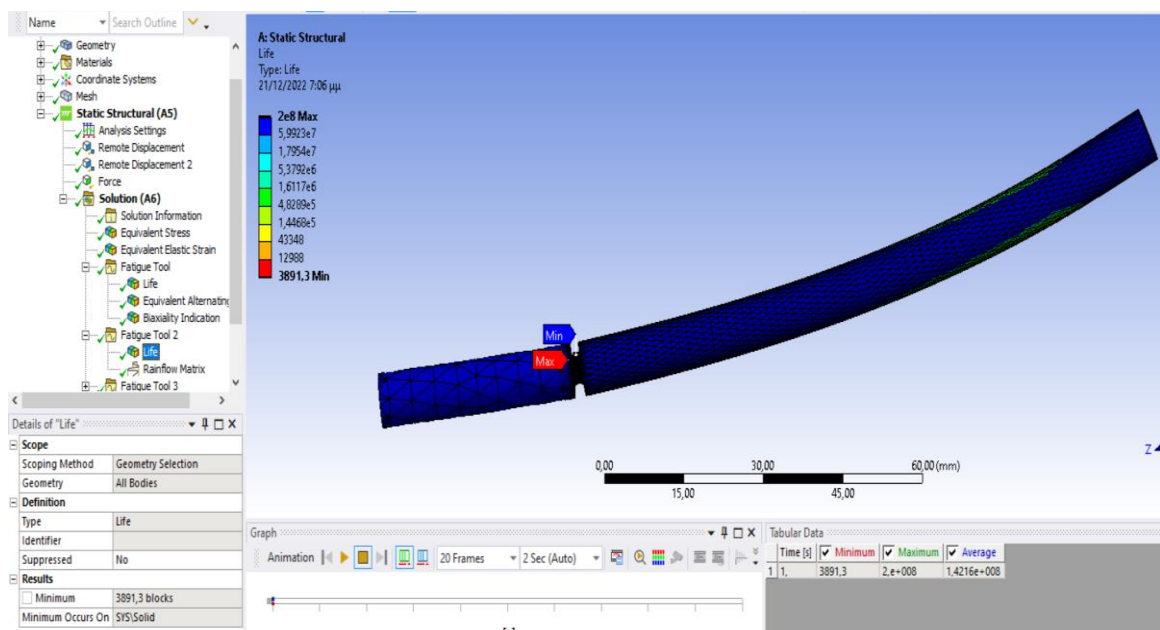
Τα χαρακτηριστικά της καμπύλης πολυκυκλικής κόπωσης είχαν υπολογιστεί στο προηγούμενο κεφάλαιο και είναι τα εξής:

$$m = 0.293, b = 9.737 \text{ άρα}$$

$$N = \frac{10^{\frac{9.737}{0.293}}}{414480000^{\frac{1}{0.293}}} = 6619 \text{ κύκλοι φόρτισης}$$

Εδώ παρατηρούμε ότι η απόκλιση είναι αρκετά μεγαλύτερη μεταξύ των δύο τιμών (της τάξης του 3.72%) πράγμα που οφείλεται στο ότι η σχέση μεταξύ της τάσης και των κύκλων φόρτισης για την αστοχία δεν είναι γραμμική αλλά εκθετική οπότε ακόμα και μια σχετικά μικρή μεταβολή της τάσης οδηγεί σε πολύ γρηγορότερη αστοχία του υλικού καθώς έχουμε πιο γρήγορη δημιουργία και εξάπλωση ρωγμών κατά το μήκος της διατομής όπου συμβαίνει η αστοχία και επομένως αυτή η απόκλιση είναι εντός λογικών πλαισίων. Παρ'όλα αυτά η προσέγγιση είναι πάρα πολύ καλή.

2. Αφού μελετήσαμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση της καθαρά εναλλασόμενης τάσης θα προχωρήσουμε και στην σύγκριση των αποτελεσμάτων που αφορούν το επαναλαμβανόμενο μπλοκ φόρτισης. Εδώ τα αποτελέσματα που προέκυψαν απ' το Ansys είναι τα εξής:



Εικόνα 21 Διάρκεια ζωής δοκιμίου σε κόπωση λόγω του επαναλαμβανόμενου μπλοκ φόρτισης

Range (MPa)	Mean (MPa)	Counts
117,85	26,189	1
183,32	-26,189	1
209,51	26,189	1
314,27	0	1
405,93	0	1

Εικόνα 22 Κύκλοι φόρτισης που προέκυψαν απ'την μέθοδο rainflow

Όπως βλέπουμε από τις παραπάνω εικόνες η διάρκεια ζωής του δοκιμίου ισούται με 3891 μπλοκ φόρτισης το οποίο καθένα περιλαμβάνει 5 διακριτούς κύκλους φόρτισης που είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα δεδομένου ότι δώσαμε 11 σημεία-δυνάμεις. Εδώ θα ήθελα να αναφέρω ότι υπάρχει μια αμφιβολία για τον κύκλο φόρτισης με το μεγαλύτερο εύρος (405.93 MPa) καθώς αυτός ο κύκλος θεωρητικά αναφέρεται στον κύκλο των σημείων με πολλαπλασιαστή (-1,1,-1) που αντιστοιχεί σε εύρος τάσης 419.03 MPa που ήταν το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Παρακάτω θα υπολογίσουμε τα θεωρητικά αποτελέσματα με την χρήση της μεθόδου rainflow τριών σημείων που είχαμε συζητήσει σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Ανάλυση με μέθοδο τριών σημείων

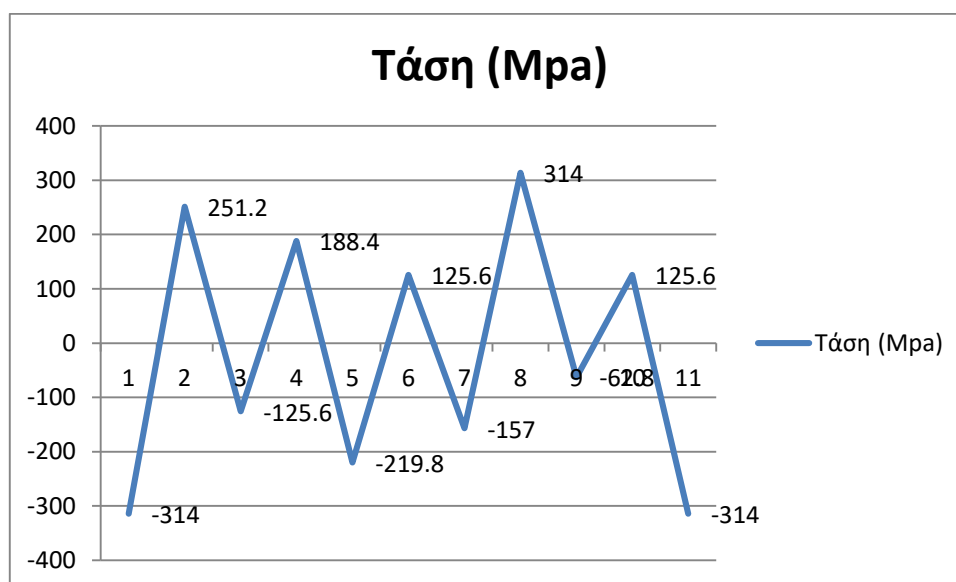
Στην αρχή του κεφαλαίου είδαμε το μπλοκ φόρτισης με τους πολλαπλασιαστές της δύναμης των 400N. Παρακάτω έχουμε τον πίνακα που μας δίνει τις τιμές των δυνάμεων καθώς και τις αντίστοιχες τάσεις που προκύπτουν εφόσον ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία που ακολουθήσαμε για τον υπολογισμό της ονομαστικής τάσης von-Mises.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Δύναμη (N)	-400	320	-160	240	-280	160	-200	400	-80	160	-400
Τάση (Mpa)	-314	251.2	-125.6	188.4	-219.8	125.6	-157	314	-62.8	125.6	-314

Πίνακας 5 Πίνακας δεδομένων των σημείων του μπλοκ φόρτισης

Με βάση αυτά τα δεδομένα θα κάνουμε την ανάλυση που ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

Αρχικά έχουμε το αρχικό διάγραμμα rainflow όπως φαίνεται παρακάτω:

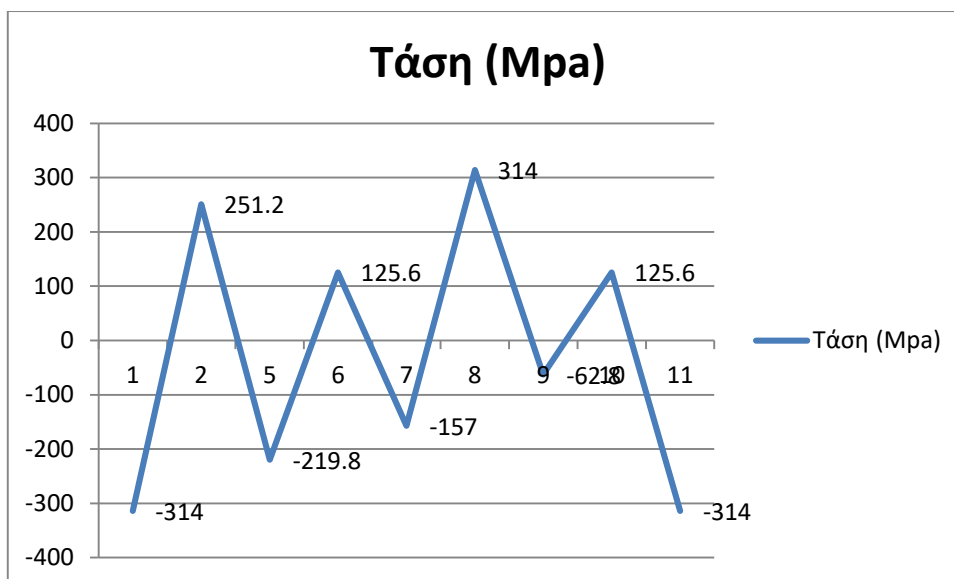


Σχήμα 36 Αρχικό διάγραμμα rainflow

Μελετάμε τα σημεία 1,2,3: $X_1=376.8$ $Y_1=565.2$ επομένως δε μετράται κύκλος και προχωράμε στο σημείο 2 ως σημείο εκκίνησης

2,3,4: $X_2=314$ $Y_2=376.8$ πάλι δε μετράται ο κύκλος και προχωράμε στο 3

3,4,5: $X_3=408.2$ $Y_3=314$ επομένως μετράται ο κύκλος απ'το 3 στο 4, τα σημεία αυτά διαγράφονται και ενώνουμε τα σημεία 2,5 με το σημείο 2 να είναι το επόμενο σημείο εκκίνησης. Το νέο διάγραμμα rainflow είναι το εξής:

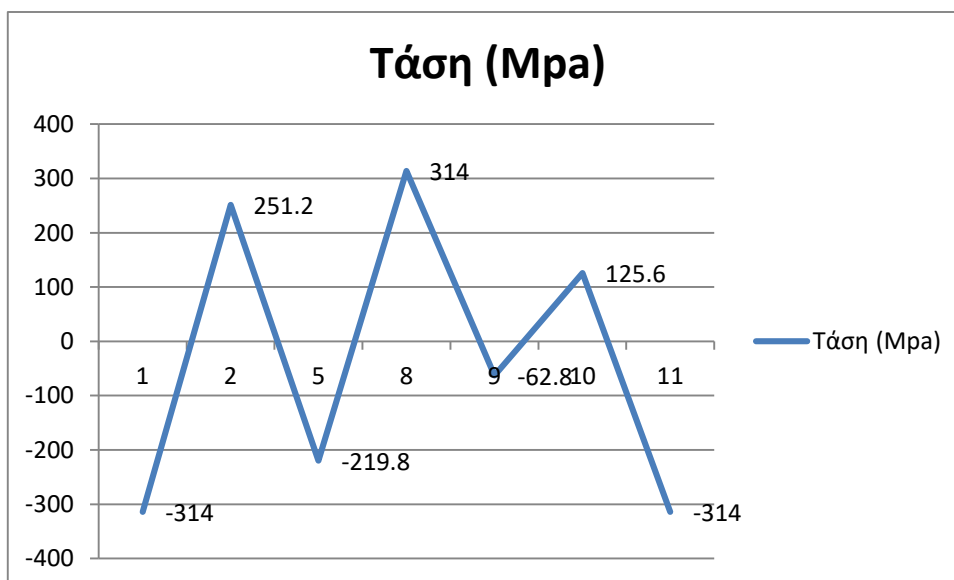


Σχήμα 37 Νέο διάγραμμα rainflow

2,5,6: $X_4=345.4$ $Y_4=471$ ο κύκλος δεν μετράτε και προχωράμε στο 5

5,6,7: $X_5=282.6$ $Y_5=345$ ο κύκλος δεν μετράτε και προχωράμε στο 6

6,7,8: $X_6=471$ $Y_6=282.6$ ο κύκλος μετράται απ' το 6 στο 7 τα οποία διαγράφονται και ενώνουμε τα σημεία 5 και 8 με το 5 να είναι το νέο σημείο εκκίνησης. Το νέο διάγραμμα rainflow είναι:

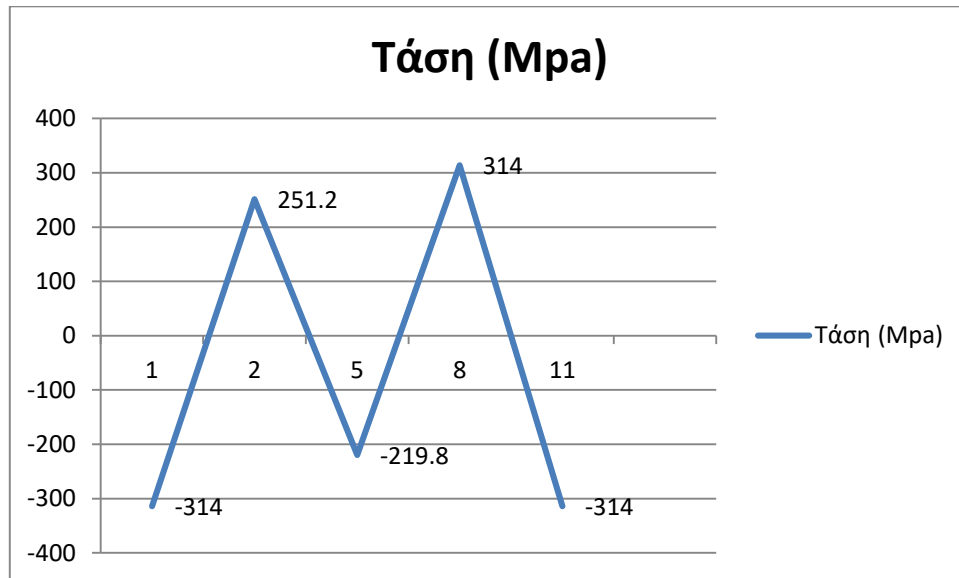


Σχήμα 38 Νέο διάγραμμα rainflow

5,8,9: $X_7=376.8$ $Y_7=533.8$ ο κύκλος δεν μετράτε και προχωράμε στο 8

8,9,10: $X_8=188.4$ $Y_8=376.8$ ο κύκλος δεν μετράται και προχωράμε στο 9

9,10,11: $X_9=439.6$ $Y_9=188.4$ ο κύκλος μετράται απ'το 9 στο 10, τα σημεία διαγράφονται και ενώνουμε τα σημεία 8 και 11. Το νέο διάγραμμα rainflow είναι:

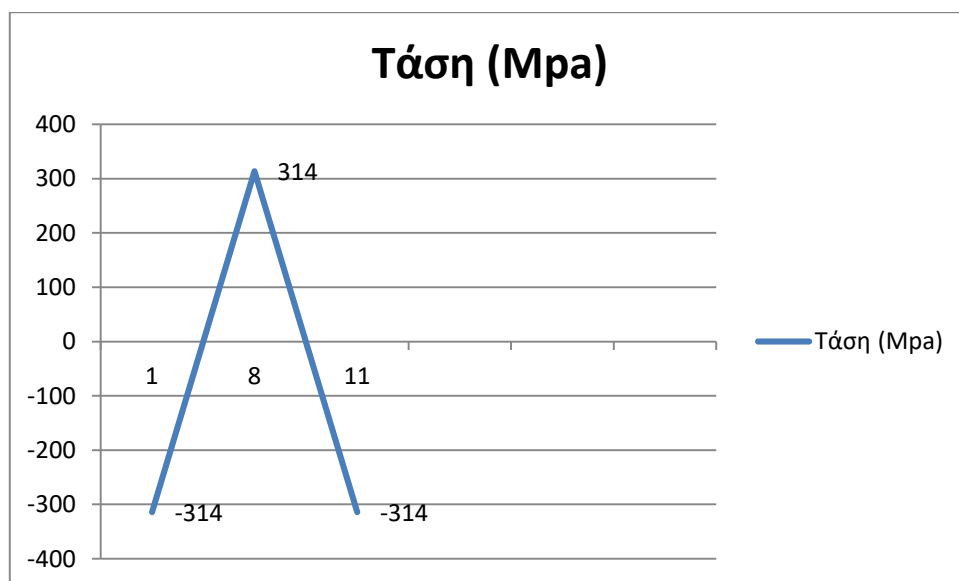


Σχήμα 39 Νέο διάγραμμα rainflow

Τώρα που περάσαμε από όλα τα σημεία θα ξεκινήσουμε πάλι τη σύγκριση από την αρχή:

1,2,5: $X_{10}=471$ $Y_{10}=565.2$ ο κύκλος δεν μετράται και προχωράμε στο 2

2,5,8: $X_{11}=533.8$ $Y_{11}=471$ ο κύκλος μετράται απ'το 2 στο 5 τα σημεία διαγράφονται και ενώνουμε τα σημεία 1,8. Το τελευταίο διάγραμμα rainflow είναι:



Σχήμα 40 Τελευταίο διάγραμμα rainflow

1,8,11: X12=628 Y12=628 ο κύκλος απ'το 1 στο 8 μετράται και η διαδικασία ολοκληρώνεται.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

Κύκλοι	Από	Προς	seq1(MPa)	seq2(MPa)	seq _r (MPa)	seq _m (MPa)
1	3	4	-125.6	188.4	157	31.4
1	6	7	125.6	157	141.3	-15.7
1	9	10	-62.8	125.6	94.2	31.4
1	2	5	251.2	-219.8	235.5	15.7
1	1	8	-314	314	314	0

Πίνακας 6 Αποτελέσματα μεθόδου rainflow

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα αυτά με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν απ'την ανάλυση διαπιστώνουμε ότι τα πλάτη των τάσεων είναι σχετικά κοντά (συνυπολογίζοντας τον συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων K_f) και η απόκλιση που υπάρχει οφείλεται στις μεγαλύτερες τάσεις von-Mises που υπολογίστικαν. Παρατηρούμε όμως ότι υπάρχει μια σημαντική απόκλιση των μέσων τάσεων για κάποιους κύκλους με το ansys να υπολογίζει μηδενική σ_m για τον κύκλο με το δεύτερο μεγαλύτερο εύρος και οι μέσες τάσεις για τους κύκλους απ'το 3 στο 4 και 9 στο 10 να μην είναι διπλάσιες από ότι στην 6,7 διαδρομή όπως υπολογίσαμε. Αυτή η απόκλιση μπορεί να οφείλεται σε χρήση ελαφρώς διαφορετικής μεθοδολογίας απ'τη πλευρά του ansys η πιθανά σφάλματα στο αρχείο excel που εξήγαγε το πρόγραμμα όπως συζητήθηκε παραπάνω. Επίσης η ίδια η τιμή της μέσης τάσης είναι αρκετά μεγαλύτερη που οφείλεται στο ότι το Ansys πιθανόν δεν κάνει την παραδοχή για τις μέσες τάσεις στα όλκιμα υλικά που κάνει η θεωρία.

Τώρα θα πρέπει να υπολογίσουμε πόσα μπλοκ φόρτισης απαιτούνται για την αστοχία του υλικού. Για να το κάνουμε αυτό θα υπολογίσουμε πόση ζημιά επιφέρει ένα μπλοκ φόρτισης με βάση τον κανόνα του Miner:

Για τον κύκλο φόρτισης 1 με 8 έχουμε δείξει ότι το υλικό θα αστοχήσει μετά από 6619 κύκλους φόρτισης. Για τους άλλους κύκλους φόρτισης έχουμε τα εξής:

$$3 \rightarrow 4: \sigma_{eq,dyn} = 1.32 * 157 + 31.4 * \frac{95}{800} = 210.97 \text{ MPa}$$

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτουν και τα αποτελέσματα για τους υπόλοιπους κύκλους που είναι:

$$6 \rightarrow 7: \sigma_{eq,dyn} = 184.65 \text{ MPa}$$

$$9 \rightarrow 10: \sigma_{eq,dyn} = 128.07 \text{ MPa}$$

$$2 \rightarrow 5: \sigma_{eq,dyn} = 312.72 \text{ MPa}$$

Αφού έχουμε υπολογίσει τα $\sigma_{eq,dyn}$ του κάθε κύκλου επιστρέφουμε στην καμπύλη Wohler του υλικού και υπολογίζουμε σε πόσους κύκλους θα αστοχήσει το δοκίμιο υπό την άσκηση αυτών των καθαρά εναλλασόμενων τάσεων. Θυμίζουμε ότι $m=0.293$, $b=9.737$.

$$3 \rightarrow 4: N = \frac{\frac{9.737}{100.293}}{\frac{1}{210970000^{0.293}}} = 66339 \text{ κύκλοι φόρτισης}$$

$$6 \rightarrow 7: N = \frac{\frac{9.737}{100.293}}{\frac{1}{184650000^{0.293}}} = 104540 \text{ κύκλοι φόρτισης}$$

$$9 \rightarrow 10: N = \frac{\frac{9.737}{100.293}}{\frac{1}{128070000^{0.293}}} = 364429 \text{ κύκλοι φόρτισης}$$

$$2 \rightarrow 5: N = \frac{\frac{9.737}{100.293}}{\frac{1}{312720000^{0.293}}} = 17313 \text{ κύκλοι φόρτισης}$$

Σύμφωνα με τον κανόνα Miner τα συνολικά μπλοκ φόρτισης N που απαιτούνται για την αστοχία του δοκιμίου υπολογίζονται ως εξής:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{6619} + \frac{1}{66339} + \frac{1}{104540} + \frac{1}{364429} + \frac{1}{17313} \rightarrow N = 4233 \text{ μπλοκ φόρτισης}$$

Συγκρίνοντας αυτό το αποτέλεσμα με αυτό που υπολογίστηκε από το Ansys παρατηρούμε ότι και εδώ υπάρχει μια μεγαλύτερη απόκλιση (8.08%) η οποία είναι αρκετά μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή που παρατηρήσαμε για την καταπόνηση με καθαρά εναλλασόμενη τάση και οφείλεται στους ίδιους λόγους που αναλύσαμε παραπάνω και πιθανώς και σε σφάλματα στρογγυλοποίησης. Παρατηρούμε ότι το δοκίμιο αστοχεί μετά απο περισσότερους κύκλους φόρτισης με το τυχαίο ιστορικό φόρτισης απ'ότι με την καθαρά εναλλασόμενη τάση ($5 \cdot 4233 = 21165$ κύκλοι φόρτισης) πράγμα που είναι απολύτως λογικό καθώς οι τάσεις που υπάρχουν στο ιστορικό είναι μικρότερες ή ίσες απ'την καθαρά εναλλασόμενη τάση της $1^{η}$ περίπτωσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτή τη σπουδαστική εργασία πραγματοποιήθηκε πλήρης μοντελοποίηση ενός κοχλίου M8*150 από ανθρακοχάλυβα ο οποίος καταπονούνται από μονοαξονικό φορτίο και με τη βοήθεια και του προγράμματος προσομοίωσης Ansys υπολογίστηκε πλήρως η συμπεριφορά του τόσο σε στατική όσο και σε δυναμική καταπόνηση. Οι 2 διαφορετικές αυτές μέθοδοι ανάλυσης μας έδωσαν πολύ παρόμοια αποτελέσματα κάτι που είναι πολύ θετικό καθώς δείχνει ότι οι θεωρητικές εξισώσεις παρά τις παραδοχές που κάνουν έχουν αρκετά καλή ακρίβεια.

Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την θεωρητική ανάλυση παρατηρούμε ότι το μοντέλο που δημιουργήσαμε με τις 2 συνοριακές συνθήκες να είναι αρθρώσεις στα 2 άκρα του κοχλίου έκανε πολύ καλή δουλειά στο να μειώσει την τιμή της ροπής που ασκούνται στην περιοχή της εγκοπής (συγκεκριμένα είναι το 28.5% της μέγιστης ροπής στον κοχλίο που ασκείται στο σημείο εφαρμογής της δύναμης). Αυτό είναι πολύ σημαντικό για τη βελτίωση της διάρκειας ζωής του δοκιμίου καθώς άλλες στηρίξεις (π.χ πάκτωση-ελεύθερο άκρο) θα οδηγούσαν σε πολύ γρηγορότερη αστοχία του δοκιμίου. Εν τέλει παρά την πολύ χαμηλή ροπή στην εγκοπή, εξακολούθησε να είναι η κρίσιμη διατομή λόγω του πολύ μεγάλου βάθους της εγκοπής που δημιούργησε πολύ μεγάλη συγκέντρωση τάσεων που οδήγησαν στην γρήγορη αστοχία του δοκιμίου. Η απόδοση του κοχλίου σε κόπωση με ένα πολύ υψηλό φορτίο σε σχέση με τη διάμετρό του είναι ικανοποιητική με 6373 κύκλους φόρτισης να απαιτούνται για την αστοχία του σε καθαρά εναλλασσόμενη τάση από δύναμη 400N και 3891 μπλοκ φόρτισης για την αστοχία σε επαναλαμβανόμενο τυχαίο ιστορικό φόρτισης. Παρ'όλα αυτά βλέπουμε ότι πλησιάζουμε επικίνδυνα στην ολιγοκυκλική περιοχή.

Όσον αφορά τη βελτίωση των μηχανικών ιδιοτήτων του κοχλίου υπάρχουν πολλοί τρόποι να επιτευχθεί αυτό όπως είναι η αλλαγή της γεωμετρίας της διατομής για τη μείωση συγκέντρωσης τάσεων είτε μικραίνοντας το βάθος εγκοπής. Άλλες προτάσεις είναι η χρήση κάποιου πιο σκληρού ανθρακοχάλυβα που χρησιμοποιούνται συνήθως σε κοχλίες μεγαλύτερων διαμέτρων ή και η χρήση διαφορετικών οριακών συνθηκών οι οποίες περαιτέρω μειώνουν τη ροπή που δέχεται η εγκοπή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- AMZALLAG, C, et al. “Standardization of the Rainflow Counting Method for Fatigue Analysis.” *International Journal of Fatigue*, vol. 16, no. 4, 1994, pp. 287–293., [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(94\)90343-3](https://doi.org/10.1016/0142-1123(94)90343-3).
- Bannantine, Julie A., et al. *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*. Prentice Hall, 1990.
- Burguete, R L, and E A Patterson. “The Effect of Mean Stress on the Fatigue Limit of High Tensile Bolts.” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 209, no. 4, 1995, pp. 257–262., https://doi.org/10.1243/pime_proc_1995_209_152_02.
- Calculating and Displaying - AES*. 2006, http://www.aes.nu/publications/2006-technotes-ANSYS_Fatigue.pdf.
- Dowling, N. E. “Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain Histories.” 1971, <https://doi.org/10.21236/ad0736583>.
- DOWLING, N. E., et al. “Mean Stress Effects in Stress-Life Fatigue and the Walker Equation.” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 32, no. 3, 2009, pp. 163–179., <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2008.01322.x>.
- Frost, N. E., et al. *Metal Fatigue*. Dover Publications, 1999.
- KHOSROVANEH, A, and N DOWLING. “Fatigue Loading History Reconstruction Based on The Rainflow Technique.” *International Journal of Fatigue*, vol. 12, no. 2, 1990, pp. 99–106., [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(90\)90679-9](https://doi.org/10.1016/0142-1123(90)90679-9).
- Kim, K. “Estimation Methods for Fatigue Properties of Steels under Axial and Torsional Loading.” *International Journal of Fatigue*, vol. 24, no. 7, 2002, pp. 783–793., [https://doi.org/10.1016/s0142-1123\(01\)00190-6](https://doi.org/10.1016/s0142-1123(01)00190-6).
- Kujawski, D., and F. Ellyin. “A Fatigue Crack Propagation Model.” *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 20, no. 5-6, 1984, pp. 695–704., [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(84\)90079-1](https://doi.org/10.1016/0013-7944(84)90079-1).

- Laird, C., and G. C. Smith. "Crack Propagation in High Stress Fatigue." *Philosophical Magazine*, vol. 7, no. 77, 1962, pp. 847–857.,
<https://doi.org/10.1080/14786436208212674>.
- Laird, C., and G. C. Smith. "Initial Stages of Damage in High Stress Fatigue in Some Pure Metals." *Philosophical Magazine*, vol. 8, no. 95, 1963, pp. 1945–1963.,
<https://doi.org/10.1080/14786436308209084>.
- Lee, Peter W. *ASM Handbook Volume 8: Mechanical Testing and Evaluation*. ASM International, 2000.
- Lee, Yung-Li, et al. *Metal Fatigue Analysis Handbook: Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2012.
- Liakat, M., and M.M. Khonsari. "An Experimental Approach to Estimate Damage and Remaining Life of Metals under Uniaxial Fatigue Loading." *Materials & Design*, vol. 57, 2014, pp. 289–297., <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.12.027>.
- Liao, Ding, et al. "Recent Advances on Notch Effects in Metal Fatigue: A Review." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 43, no. 4, 2020, pp. 637–659., <https://doi.org/10.1111/ffe.13195>.
- Miner, Milton A. "Cumulative Damage in Fatigue." *Journal of Applied Mechanics*, vol. 12, no. 3, 1945, <https://doi.org/10.1115/1.4009458>.
- Patterson, E. A. "A Comparative Study of Methods for Estimating Bolt Fatigue Limits." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 13, no. 1, 1990, pp. 59–81., <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1990.tb00577.x>.
- Pilkey, Walter D. *Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices*. John Wiley & Sons, 2005.
- Scott-Emuakpor, Onome, et al. "Development of an Improved High Cycle Fatigue Criterion." *Volume 6: Turbo Expo 2004*, 2004, <https://doi.org/10.1115/gt2004-53851>.
- Shang, D. "A Nonlinear Damage Cumulative Model for Uniaxial Fatigue." *International Journal of Fatigue*, vol. 21, no. 2, 1999, pp. 187–194., [https://doi.org/10.1016/s0142-1123\(98\)00069-3](https://doi.org/10.1016/s0142-1123(98)00069-3).

- Smith, K. N., et al. *A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals*. 1969.
- SUSMEL, L. “A Unifying Approach to Estimate the High-Cycle Fatigue Strength of Notched Components Subjected to Both Uniaxial and Multiaxial Cyclic Loadings.” *Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 27, no. 5, 2004, pp. 391–411.,
<https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00759.x>.
- Tu, Shengwen, et al. “Stress–Strain Curves of Metallic Materials and Post-Necking Strain Hardening Characterization: A Review.” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 43, no. 1, 2019, pp. 3–19.,
<https://doi.org/10.1111/ffe.13134>.
- “Uniaxial Tension and Compression Testing of Materials.” *Docslib*, 2013,
<https://docslib.org/doc/5733197/uniaxial-tension-and-compression-testing-of-materials>.
- Zhu, Shun-Peng, et al. “The Effect of Notch Size on Critical Distance and Fatigue Life Predictions.” *Materials & Design*, vol. 196, 2020, p. 109095.,
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2020.109095>.
- Χρήστος Α. Παδόπουλος *Στοιχεία Μηχανών*. 2017
- Κωνσταντίνος Ι. Τσερπές, Σπύρος Γ. Παντελάκης *Μηχανική Συμπεριφορά Υλικών*. 2015