

Analytical modelling of the fracture behavior of an ELS specimen under mode II high-speed loading conditions: A static approach

Αναλυτική μοντελοποίηση της θραυστομηχανικής συμπεριφοράς δοκιμίου ELS διάταξης σε φόρτιση τύπου II υψηλών ρυθμών: Στατική προσέγγιση

Σπουδαστική Εργασία

Έλλη Βλάχου Γκόμεθ

1067283

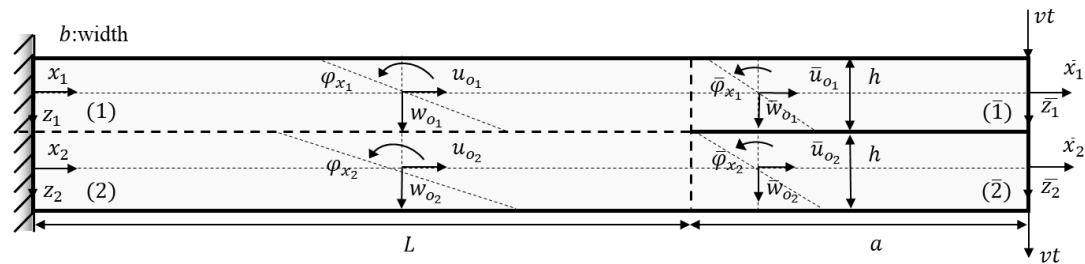
Λούτας Θεόδωρος, Καθηγητής

Πίνακας με Επεξηγήσεις της Ορολογίας

Fracture Mechanics	Θραυστομηχανική: το πεδίο της μηχανικής που μελετά τη συμπεριφορά των ρωγμών.
Energy Release Rate (ERR)	Ρυθμός απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης: μεταβλητή που χρησιμοποιείται στην ενεργειακή προσέγγιση προβλημάτων θραυστομηχανικής.
Mode II loading mode	Τύπος θραυστομηχανικού πειράματος, κατά το οποίο το φορτίο ενεργεί παράλληλα στο επίπεδο της ρωγμής και κάθετα στο μέτωπο της ρωγμής. Περιλαμβάνει φαινόμενα διάτμησης.
ELS configuration	Πειραματική διάταξη για πείραμα φόρτισης τύπου II.
Adhesive joint	Συγκολλητός σύνδεσμος: σύνδεσμος που αποτελείται από 2 δοκίμια τα οποία ενώνονται μέσω μιας στρώσης κόλλας.
High speed loading conditions	Η εφαρμογή υψηλών ρυθμών φόρτισης κατά την εκπόνηση θραυστομηχανικών πειραμάτων.
Timoshenko Beam Theory	Θεωρία Δοκών Timoshenko. Αυτή η θεωρία λαμβάνει υπόψιν το φαινόμενο της διάτμησης.
Euler- Bernoulli Beam Theory	Θεωρία Δοκών Euler- Bernoulli. Αυτή η θεωρία δεν λαμβάνει υπόψιν το φαινόμενο της διάτμησης.
Static response	Στατική απόκριση: η απόκριση του δοκιμίου κατά την εκπόνηση του πειράματος χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η μεταβλητή του χρόνου.
Dynamic response	Δυναμική απόκριση: η απόκριση του δοκιμίου κατά την εκπόνηση του πειράματος λαμβάνοντας υπόψιν η μεταβλητή του χρόνου.
Crack-tip	Άκρο της ρωγμής.
J- Integral	Μέθοδος υπολογισμού του Ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης.
Finite Element Analysis	Αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.
Virtual Crack Closing Technique	Αριθμητική μέθοδος για τον υπολογισμό του ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης.

Στην παρούσα σπουδαστική εργασία, παρουσιάζεται η δημιουργία ενός αναλυτικού μοντέλου για τον υπολογισμό του στατικού ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (Energy Release Rate, ERR) υπό συνθήκες φόρτισης τύπου II (mode II) υψηλών ρυθμών για έναν σύνδεσμο End-Loaded Split, κατά την έναρξη της ρωγμής. Για να μοντελοποιηθεί ο σύνδεσμος χρησιμοποιείται η θεωρία δοκών Timoshenko, λαμβάνοντας έτσι υπόψιν την επίδραση της διάτμησης.

Ο σύνδεσμος που θα μοντελοποιηθεί, στην απαραμόρφωτη κατάσταση παρουσιάζεται στην **Εικόνα 1**:



Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση μίας ELS διάταξης.

Το αναλυτικό μοντέλο που περιγράφει τη πειραματική διάταξη ELS αποτελείται από ένα συγκολλητό σύνδεσμο πακτωμένο στο ένα του άκρο και ελεύθερο στο άλλο. Στο ελεύθερο άκρο υπάρχει μία ρωγμή που υπόκειται σε χρονικά εξαρτώμενη κατακόρυφη μετατόπιση $w_0(t) = vt$, όπου v : ρυθμός φόρτισης. Ο συγκολλητός σύνδεσμος αποτελείται από δύο δοκίμια ($i=1,2$). Τα δοκίμια είναι φτιαγμένα από το ίδιο υλικό και έχουν την ίδια γεωμετρία (πάχος h και πλάτος b). Ο σύνδεσμος είναι χωρισμένος σε δύο μέρη κατά το μήκος του: το τμήμα χωρίς ρωγμή, από το πακτωμένο άκρο μέχρι την έναρξη της ρωγμής, και το τμήμα με ρωγμή, από την έναρξη της ρωγμής μέχρι το ελεύθερο άκρο. Το τμήμα χωρίς ρωγμή έχει μήκος L ενώ το τμήμα με ρωγμή έχει μήκος a . Όταν ασκείται η κατακόρυφη προς τα κάτω μετατόπιση στο πάνω δοκίμιο, αυτό κινείται καθοδικά. Τα δύο δοκίμια έρχονται σε επαφή, με αποτέλεσμα το κάτω δοκίμιο να μετακινείται κι αυτό προς τα κάτω.

Το πρόβλημα περιγράφεται μέσω των ακόλουθων εξισώσεων ισορροπίας:

Στο τμήμα του συνδέσμου με ρωγμή $[L+, L+a]$:

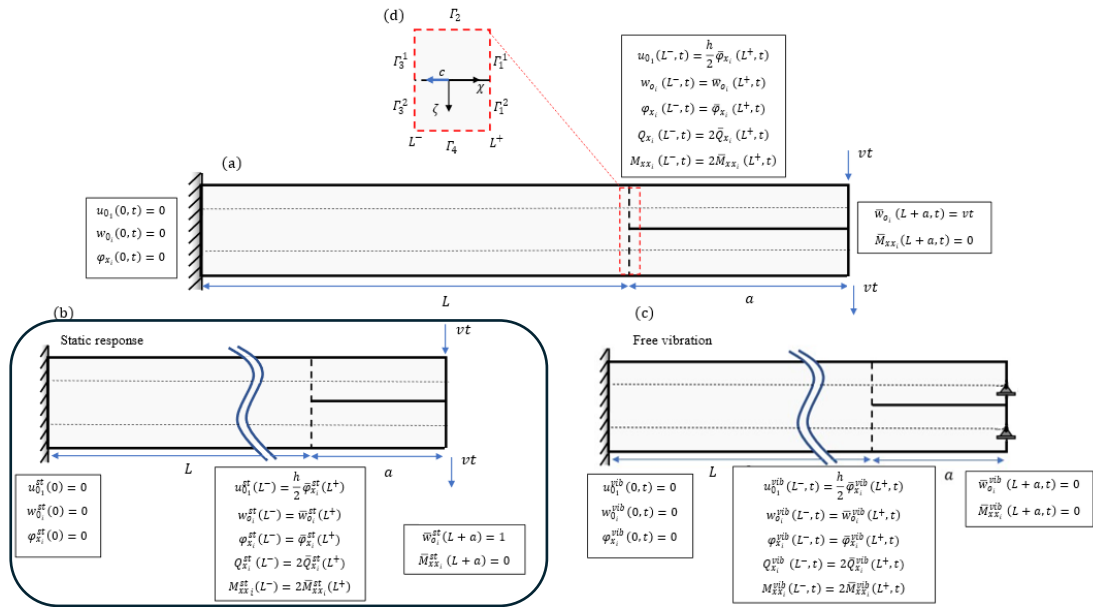
$$\begin{aligned} A \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_{01}}{\partial x^2} \right) &= I_A \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_{01}}{\partial t^2} \right) \\ A \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_{02}}{\partial x^2} \right) &= I_A \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_{02}}{\partial t^2} \right) \\ 2C \left(\frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \bar{\varphi}_x}{\partial x} \right) &= 2I_A \left(\frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial t^2} \right) \\ 2D \left(\frac{\partial^2 \bar{\varphi}_x}{\partial x^2} \right) - 2C \left(\frac{\partial \bar{w}_0}{\partial x} + \bar{\varphi}_x \right) &= 2I_D \left(\frac{\partial^2 \bar{\varphi}_x}{\partial t^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Στο τμήμα του συνδέσμου χωρίς ρωγμή $[0, L]$:

$$\begin{aligned}
A \left(2 \frac{\partial^2 u_{01}}{\partial x^2} - h \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} \right) &= I_A \left(2 \frac{\partial^2 u_{01}}{\partial t^2} - h \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \right) \\
2C \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right) &= 2I_A \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \right) \\
8D \left(\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} \right) - 2C \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \right) &= 8I_D \left(\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \right)
\end{aligned} \tag{2}$$

όπου u_0 : αξονική μετατόπιση, w_0 : εγκάρσια μετατόπιση και φ_x : περιστοφή γύρω από τον άξονα y . A, C, D : αξονική δυσκαμψία, διατμητική δυσκαμψία και καμπτική δυσκαμψία αντίστοιχα. I_A, I_D : ροπές αδράνειας.

Στη συνέχεια το πρόβλημα χωρίζεται σε στατικό (μελετά τη στατική απόκριση του συνδέσμου) και δυναμικό (μελετά την δυναμική απόκριση του συνδέσμου) και εξετάζεται το καθένα ξεχωριστά. Στα πλαίσια της σπουδαστικής εργασίας θα μελετηθεί το στατικό πρόβλημα ενώ στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας θα μελετηθεί το δυναμικό πρόβλημα. Στην **Εικόνα 2** απεικονίζεται το συνολικό πρόβλημα και τα επιμέρους τμήματα με τις συνοριακές τους συνθήκες.



Εικόνα 2: Συνοριακές συνθήκες και συνθήκες συνέχειας για: (α) το ολικό πρόβλημα, (β) το στατικό πρόβλημα, (γ) το δυναμικό πρόβλημα. (δ) καμπύλη ανεξάρτητης ολοκλήρωσης γύρω από το άκρο της ρωγμής που χρησιμοποιείται για την εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (ERR).

Οι διαφορικές εξισώσεις που αντιστοιχούν στο στατικό πρόβλημα είναι οι ομογενείς εξισώσεις των **Εξ. (1)** και **(2)** ενώ οι συνοριακές συνθήκες και οι συνθήκες συνέχειας αναγράφονται στην **Εικόνα 2(b)**.

Γίνεται επίλυση των ομογενών διαφορικών εξισώσεων και προκύπτουν τα κινηματικά μεγέθη συναρτήσει ορισμένων σταθερών. Οι σταθερές αυτές υπολογίζονται επιβάλλοντας της συνοριακές συνθήκες και τις συνθήκες συνέχειας του προβλήματος. Τελικά τα κινηματικά μεγέθη του στατικού προβλήματος έχουν της εξής μορφή:

Στο τμήμα του συνδέσμου με ρωγμή $[L+, L+a]$:

$$\bar{u}_{0_1}^{st} = 0$$

$$\bar{u}_{0_2}^{st} = 0$$

$$\bar{\varphi}_x^{st} = \frac{96}{2M} (x - L - a)^2 - \frac{3(L^2 + 8La + 16a^2)}{M} \quad (3)$$

$$\bar{w}_0^{st} = -\frac{96}{6M} (x - L - a)^3 + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{C}} \frac{96}{M} + \frac{3(L^2 + 8La + 16a^2)}{M} \right) (x - L - a) + \frac{C}{2\bar{C}}$$

Στο τμήμα του συνδέσμου χωρίς ρωγμή $[0, L-]$:

$$\varphi_x^{st} = \frac{6}{2M} x^2 - \frac{6(L + 4a)}{M} x$$

$$w_0^{st} = -\frac{1}{M} x^3 + \frac{6(L + 4a)}{M} x^2 + \frac{4D}{C} \frac{6}{M} x \quad (4)$$

$$u_{0_1}^{st} = \frac{h}{4} \frac{6}{M} x^2 - \frac{3h(L + 4a)}{M} x$$

$$\text{Όπου } M = 2L^3 + 15L^2a + 24La^2 + 24L\frac{D}{C} + 32a^3 + 24a\frac{D}{C}$$

Αφού έχουν υπολογιστεί τα κινηματικά μεγέθη, γίνεται ο υπολογισμός του ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (ERR), χρησιμοποιώντας τη μέθοδο "crack tip energy flux integral". Το ERR για μία καμπύλη ανεξάρτητης ολοκλήρωσης Γ γύρω από το άκρο της ρωγμής μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$G = \frac{F(\Gamma)}{c} = \frac{\int_{\Gamma} \sigma_{kl} \hat{n}_l \frac{\partial u_k}{\partial t} + (U^d + T^d) c \hat{n}_1}{c} \quad k, l = 1, 2 \quad (5)$$

όπου $F(\Gamma)$: ροή συνολικής ενέργειας, c : ταχύτητα της ρωγμής, σ_{kl} : τανυστής τάσης, $\hat{n}_l$: συνιστώσες του μοναδιαίου διανύσματος κάθετες στη καμπύλη ανεξάρτητης ολοκλήρωσης Γ , U^d : πυκνότητα ενέργειας παραμόρφωσης και T^d : πυκνότητα κινητικής ενέργειας.

Εφαρμόζοντας την **Εξ. (5)** για τα επιμέρους τμήματα της καμπύλης ανεξάρτητης ολοκλήρωσης Γ (βλέπε **Εικόνα 2(d)**) και αθροίζοντας τα επιμέρους G του κάθε τμήματος προκύπτει η απλοποιημένη έκφραση της **Εξ. (6)**:

$$G = \bar{D} \left[-8 \left(\frac{\partial \varphi_x(x, t)}{\partial x} \right)^2 \Big|_{x=L^-} + \left(\frac{\partial \bar{\varphi}_x(x, t)}{\partial x} \right)^2 \Big|_{x=L^+} \right] \quad (6)$$

Αντικαθιστώντας τα κινηματικά μεγέθη που υπολογίστηκαν προηγουμένως και έπειτα από πράξεις προκύπτει η τελική έκφραση για το στατικό μέρος του ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (static ERR):

Static Energy Release Rate

$$G^{st} = 4608v^2t^2\bar{D}a^2\Lambda_s^2$$

Πίνακας 1: Στατικό μέρος ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (static ERR)

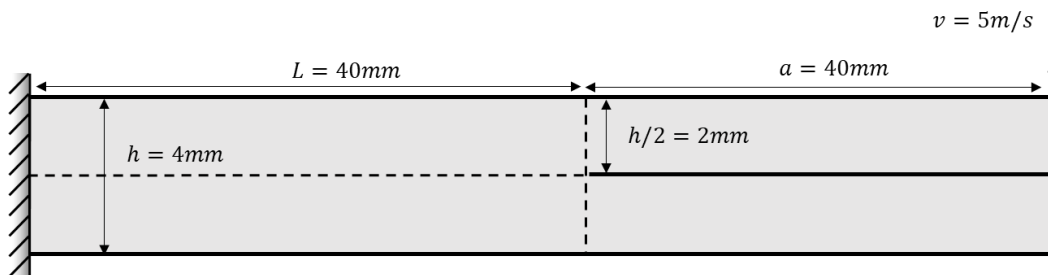
όπου:

$$\Lambda_s = 1/H \text{ και } H = 32a^3 + \frac{96a\bar{D}}{\bar{c}} + 24a^2L + \frac{96\bar{D}L}{\bar{c}} + 15aL^2 + 2L^3$$

Το αναλυτικό μοντέλο που αναπτύχθηκε συγκρίνεται με ένα δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αντικατοπτρίζει τα πειράματα. Γίνεται μελέτη περίπτωσης για δύο διαφορετικούς συνδέσμους ELS: ο ένας φτιαγμένος από αλουμίνιο και ο άλλος φτιαγμένος από σύνθετο υλικό (για τις ιδιότητες των δύο συνδέσμων βλέπε **Πίνακα 2** και για την γεωμετρία την **Εικόνα 3**). Για τη δημιουργία του αριθμητικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Abaqus (Standard 2021). Για τον υπολογισμό του ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας παραμόρφωσης (ERR) εφαρμόστηκε η μέθοδος Virtual Crack Closure Technique (VCCT).

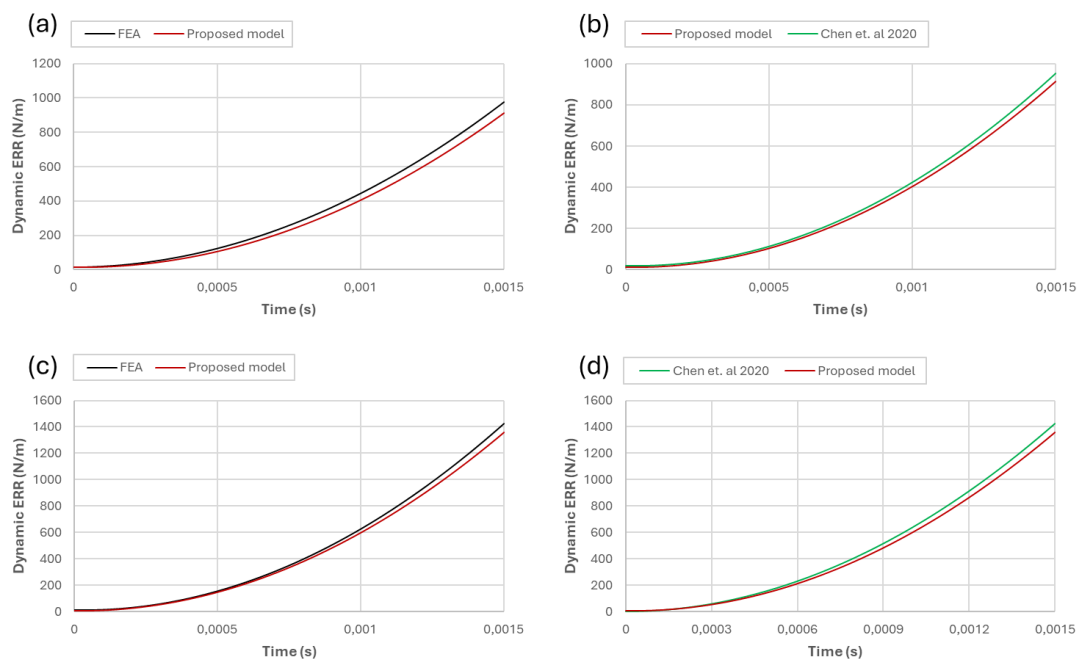
Material	E_1 (GPa)	$E_2 = E_3$ (GPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	G_{23} (GPa)	σ_y (MPa)	$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$
Aluminium alloy (EN-AW2014-A)	72.4	72.4	0.33	0.33	27.22	27.22	430	2700
CFRP (SEAL® Texipreg HS 160 RM)	109	8.819	0.342	0.38	4.315	3.2	-	1546.6

Πίνακας 2: Ιδιότητες υλικών.



Εικόνα 3: γεωμετρία ELS συνδέσμου

Το αναλυτικό μοντέλο που αναπτύχθηκε συγκρίνεται επίσης με ένα αναλυτικό μοντέλο που υπάρχει στη βιβλιογραφία, το οποίο χρησιμοποιεί τη θεωρία δοκών Euler-Bernoulli για να μοντελοποιήσει τον σύνδεσμο, το οποίο δεν λαμβάνει υπόψιν του το φαινόμενο της διάτμησης. Στην **Εικόνα 4** παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης του αναλυτικού μοντέλου της παρούσας εργασίας με τα αποτελέσματα του αριθμητικού μοντέλου και του μοντέλου της βιβλιογραφίας, τόσο για τον σύνδεσμο αλουμινίου όσο και για τον σύνδεσμο σύνθετου υλικού.



Εικόνα 4: στατική απόκριση: (α) του συνδέσμου αλουμινίου: σύγκριση μοντέλου παρούσας εργασίας με αριθμητικό μοντέλο (β) του συνδέσμου αλουμινίου: σύγκριση μοντέλου παρούσας εργασίας με μοντέλο βιβλιογραφίας (γ) του συνδέσμου σύνθετου υλικού: σύγκριση μοντέλου παρούσας εργασίας με αριθμητικό μοντέλο (δ) του συνδέσμου σύνθετου υλικού: σύγκριση μοντέλου παρούσας εργασίας με μοντέλο βιβλιογραφίας

Στα γραφήματα των **Εικόνων 4(a)** και **4(c)** παρατηρούμε πως τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το αναλυτικό μοντέλο της παρούσας εργασίας συγκλίνουν σε πολύ μεγάλο βαθμό με αυτά που προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο τόσο για τον σύνδεσμο από αλουμίνιο όσο και για τον σύνδεσμο από σύνθετο υλικό. Συμπεραίνουμε πως το αναλυτικό μοντέλο που δημιουργήθηκε μπορεί να προβλέψει με μεγάλη ακρίβεια την στατική απόκριση του συνδέσμου υπό συνθήκες φόρτισης τύπου II (mode II) υψηλών ρυθμών. Επίσης, στις **Εικόνες 4(b)** και **4(d)** παρατηρείται πολύ μικρή διαφορά στα αποτελέσματα των δύο αναλυτικών μοντέλων, το οποίο οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η επίδραση της διάτμησης στην στατική απόκριση είναι μικρή. Κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας, θα μελετηθεί το δυναμικό πρόβλημα και αναμένεται το φαινόμενο της διάτμησης να παίζει σημαντικό ρόλο στην δυναμική απόκριση του συνδέσμου.